revista
PARANAENSE
DE EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

EXPERIÊNCIA FORMATIVA DE LICENCIANDOS: ENSINO-APRENDIZAGEM DE PROGRESSÕES ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.27.441-460

Iara Souza Doneze[1]
Marcelo Carlos de Proença[2]

Resumo: Este artigo tem como objetivo apresentar a compreensão de propostas de Ensino-Aprendizagem de Progressões Aritmética e Geométrica via Resolução de Problemas em uma experiência formativa. Para tanto, as propostas individuais aqui apresentadas foram elaboradas por dois discentes matriculados na disciplina de Estágio Curricular Supervisionado III, ofertada no sétimo semestre de um curso de licenciatura em matemática, de uma universidade pública, localizada no noroeste do estado do Paraná. A descrição dos dados se pautou em duas ações que são desempenhadas ao longo do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), sendo elas: escolha do problema e a articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo. Os resultados revelaram que a atividade formativa com foco no uso de problemas como ponto de partida para o ensino-aprendizagem dos conteúdos de Progressões Aritméticas e Geométricas propiciou aos futuros professores a mobilização de conhecimentos atrelados à identificação de diferentes estratégias e possibilidades de conexão das resoluções dos alunos aos conteúdos.
Palavras-chave: Educação Matemática. Formação Inicial de Professores. Resolução de Problemas.

FORMATIVE EXPERIENCE OF UNDERGRADUATES: TEACHING-LEARNING OF ARITHMETIC AND GEOMETRIC PROGRESSION VIA PROBLEM SOLVING

Abstract: This article aims to present the understanding of proposals for Teaching-Learning of Arithmetic and Geometric Progressions via Problem Solving in a formative experience. Therefore, the individual proposals presented here were prepared by two students enrolled in the Supervised Curricular Internship III discipline, offered in the seventh semester of a degree course in Mathematics, at a public university, located in the northwest of the state of Paraná. The description of the data was based in two actions that are performed throughout the Teaching-Learning of Mathematics via Problem Solving (EAMvRP), namely: Choice of the problem and Articulation of the students' strategies to the content. The results revealed that the training activity focused on problem as a starting point for teaching and learning Arithmetic and Geometric Progressions, provided future teachers with the mobilization of knowledge linked to the identification of different strategies and possibilities of connection of students' solving to the contents.
Keywords: Mathematics Education. Initial Teacher Education. Problem Solving.

Introdução

Segundo a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação

[1] Doutoranda em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM-PR). Professor Efetiva da Educação Infantil Municipal de Londrina-PR. E-mail: iaradoneze@gmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2766-5072
[2] Doutor na área de Ensino de Ciências e Matemática pela Faculdade de Ciências da UNESP, campus de Bauru-SP. Professor Associado do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: mcproenca@uem.br – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6496-4912

Básica (BNC-Formação) (CNE/CP 2/2019, BRASIL, 2019), os futuros professores devem: dominar os objetos de conhecimento e saber como ensiná-los; e devem demonstrar conhecimento sobre os estudantes e como eles aprendem. Nesse sentido, segundo indica a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), um conteúdo importante é o que envolve as progressões aritmética e geométrica e as formas de ensiná-las, como aquela baseada no processo matemático de resolução de problemas.

Estudos como os de Proença (2016; 2022), Mendes, Proença e Pereira (2020) e Oliveira (2022) evidenciaram que quando se trabalha o uso da resolução de problemas no ensino na formação inicial de futuros professores de Matemática, isso favorece a compreensão para conduzir aulas que envolvam os alunos da escola no processo de resolução de problemas e, dessa forma, na aprendizagem de Matemática.

No entanto, ainda encontramos licenciandos que pouco compreendem ou então não receberam formação suficiente em seus cursos sobre ensinar Matemática com resolução de problemas (PROENÇA, 2020; JUSTULIN, 2021). Diante disso, entendemos que é importante favorecer aos futuros professores essa compreensão, sendo que uma fundamentação de como conduzir aulas com resolução de problemas é apresentada por Proença (2018), baseada em cinco ações que correspondem ao Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). Com isso, no presente artigo, tivemos como objetivo *apresentar a organização de propostas de Ensino-Aprendizagem de Progressões Aritmética e Geométrica via Resolução de Problemas por licenciandos em matemática em uma experiência formativa.*

Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP)

Nas décadas finais do século XX, Hatfield (1978) e Schroeder e Lester Jr. (1989), ao investigarem os currículos e as pesquisas vigentes, encontraram três abordagens em que a resolução de problemas era empregada pelos professores no ensino de Matemática. Tais abordagens foram denominadas por ensino *para* a resolução de problemas; ensino *sobre* a resolução de problemas; e ensino *via* resolução de problemas (HATFIELD, 1978; SCHROEDER; LESTER JR., 1989).

O ensino *para* resolução de problemas, segundo Schroeder e Lester (1989), ocorre depois que um novo conceito é apresentado aos alunos, por esse motivo resume em aplicar a matemática ensinada, focando na capacidade do aluno em transferir o que foi apresentado em um contexto expositivo pelo professor para um contexto prático traduzido na resolução de exercícios, sendo justamente esse o limitante de tal abordagem (PROENÇA; PIROLA, 2014; PROENÇA, 2016; 2018).

No *ensino sobre resolução de problemas*, segundo Schroeder e Lester (1989), o professor ensina aos alunos as etapas pelas quais deverão seguir ao resolver um problema, em sua maioria baseado nas fases de resolução, apontadas por Polya. O objetivo é que os alunos se tornem especialistas em resolver problemas e desenvolver estratégias e heurísticas gerais potentes para auxiliá-los. Essa abordagem se fixa como um tópico de matemática a ser trabalhado em determinados momentos e de forma isolado do conteúdo (PROENÇA, 2018). Para Proença (2016, p. 22), "trata-se de uma forma linear e equivocada de trabalho baseado na resolução de problemas, pois um aluno que tenha uma compreensão inadequada do problema, possivelmente não conseguirá resolvê-lo".

Já no *ensino via resolução de problemas*, os problemas não são vistos simplesmente como um propósito para aprender matemática, mas como o ponto de partida para que isso ocorra. Com efeito, o problema é o marco inicial para introduzir um tópico de Matemática, em que aspectos conceituais e/ou procedimentais chaves do tópico estejam incorporados a ele para que durante o processo de resolução possam ser desenvolvidos e ressignificados (SCHROEDER; LESTER JR.,1989). Para autores como Proença (2016; 2018), tal abordagem é ideal ou coerente se o objetivo do professor é introduzir o ensino de determinado conteúdo matemático a partir da exploração de um problema. Nesse sentido, Proença (2018) apresentou uma proposta que visa auxiliar os professores a desenvolverem o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP).

O EAMvRP apresentada por Proença (2018) consiste em cinco ações a serem desempenhadas pelos professores frente ao ensino *via* resolução de problemas, sendo elas: Escolha do problema; Introdução do problema; Auxílio aos alunos durante a resolução; Discussão das estratégias dos alunos; e Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

A ação de *Escolha do problema* consiste em escolher uma situação que seja reconhecida como um problema para o aluno, para isso tal situação deve possibilitar por parte dos alunos a mobilização dos conceitos, princípios e procedimentos matemáticos já aprendidos, para articulá-los com a construção de novos. A situação deve permitir diferentes caminhos e estratégias para se chegar à resposta. Por isso, é importante que o professor conheça seus alunos e antecipe possíveis dúvidas e estratégias que surgirão durante a resolução (PROENÇA, 2018).

A ação de *Introdução do problema* refere-se à primeira relação direta do professor com os alunos em sala de aula. Assim, cabe ao professor organizá-los em pequenos grupos para facilitar o acompanhamento e orientação das estratégias, assim como a dinâmica de discussão entre os alunos. O professor então entrega a situação de matemática aos alunos, sendo esse o momento em que será possível descobrir se trata-se ou não de um problema para eles. Ao entregar a situação, é importante que o professor acentue aos alunos que a resolvam como julgarem pertinente diante do que já sabem (PROENÇA, 2018).

A ação de *Auxílio aos alunos durante a resolução* consiste em auxiliar os grupos, sanando dúvidas quanto a termos matemáticos ou da língua portuguesa que sejam desconhecidos por eles; dúvidas quanto às estratégias tomadas; assim como aspectos motivacionais que tendem a influenciar positivamente ou não ao resolverem um problema. Nessa ação, o professor deve se atentar às etapas de resolução de problemas, pois é quando os alunos desempenharão a compreensão ou interpretação do problema diante dos seus conhecimentos *linguístico*, *semântico* e *esquemático* para estabelecer uma *representação* mental. Irão evocar um planejamento das estratégias ou caminhos para chegar a resposta através do *conhecimento estratégico*. Farão a *execução* das estratégias empregando seu *conhecimento procedimental*. Por fim, o professor observa o *monitoramento* feito pelos grupos do processo de resolução e verificação quanto à validade da solução encontrada (PROENÇA, 2018).

Na ação de *Discussão das estratégias dos alunos*, o foco é que os grupos apresentem suas resoluções na lousa, a fim de facilitar a socialização e construção de relações entre os conhecimentos mobilizados. Desta forma, avaliar as etapas de resolução de problemas também deve ser alvo do professor. Assim, cabe ao professor esclarecer ou elucidar o uso inapropriado e a incompreensão de conceitos e procedimentos, levando-os a perceberem a necessidade de monitorar a racionalidade das respostas encontradas e sintetizarem o que aprenderam (PROENÇA, 2018).

Na última ação, *Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, o professor deve aderir a pontos centrais de determinada estratégia e tentar relacioná-la ao que se deseja ensinar; tentar, pois, caso o professor não visualize possibilidade de articulação com as resoluções apresentadas, ele pode apresentar a resolução do problema com uso do novo conteúdo que se quer ensinar. Contudo, busca-se mostrar aos alunos como as suas formas de pensar, materializadas em suas resoluções, permite compreender a estrutura revelada do conceito matemático (PROENÇA, 2018).

O Ensino de Progressões Aritmética e Geométrica na Educação Básica

Em alguns documentos curriculares é possível notar recomendações quanto ao ensino aprendizagem das progressões aritméticas e geométricas de um modo geral, como propõe o Principles and Standards for School Mathematics – National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (2000, p. 160), nos anos iniciais do Ensino Fundamental, os alunos "[...] podem começar a perceber e descrever mudanças, como na natureza tratando do crescimento de uma planta. Ao olharem para as sequências, eles podem distinguir entre crescimento aritmético (2, 5, 8, 11, 14, …) e crescimento geométrico (2, 4, 8, 16, …)". Já no Ensino Médio, "com um forte foco na linearidade, os alunos devem aprender sobre a ideia de que a inclinação representa a taxa constante de mudança em funções lineares e estar pronto para aprender sobre classes de funções que têm taxas de mudança não constantes".

Nota-se que as funções lineares – associadas às progressões aritméticas – e exponenciais – associadas às geométricas –, ficam para o Ensino Médio com a característica principal de observar as variações gráficas. Já na BNCC (2018), no Ensino Fundamental é sugerido que se recorra à identificação de "regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos" (BRASIL, 2018, p. 269). Tal sugestão auxilia e constitui pré-requisito para que no Ensino Médio os alunos desenvolvam as habilidades de identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins e de identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais, ambas de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas (BRASIL, 2018).

Nesse contexto, Correa (2020) salienta que tanto o ensino de PA quanto o ensino de PG, tradicionalmente, vêm sendo acarretados pela memorização e manipulação de fórmulas a serem aplicadas na resolução de exercícios. Com isso, o resultado dessa abordagem é a incompreensão de significados, principalmente do termo geral e da soma infinita de ambas, por falta de uma construção clara desses conceitos. Essas constatações emergiram de sua pesquisa com licenciandos em Matemática, relacionando a resolução de problemas e as PG. Ao fim da proposta formativa, Correa (2020) constatou que ensinar matemática tendo o problema como ponto de partida contribui não apenas para a reflexão e construção de conhecimentos significativos acerca do conteúdo matemático, mas quanto a possibilidades alternativas de ensino-aprendizagem em que os alunos constituem sujeitos ativos de sua aprendizagem e o professor o mediador desse processo.

Pinto e Bisognin (2021) trabalharam a reelaboração de problemas por parte de licenciandos em Matemática com objetivo de investigar o conhecimento matemático deles frente ao conteúdo de PA e PG. Constataram que, quanto ao conhecimento especializado do conteúdo e ao conhecimento do ensino, tratando-se das habilidades com o conteúdo, da compreensão de diferentes interpretações das operações e procedimentos e da capacidade de exemplificar distintas representações matemáticas, foi possível perceber uma prática enviesada na recorrência às aplicações de fórmulas, à pouca explicação dos cálculos e dos próprios processos de resolução de problemas. Com isso, as autoras salientam a necessidade dos futuros professores serem apresentados a práticas formativas que promovam novas perspectivas de ensino-aprendizagem distintas da exposição, memorização e aplicação, como o caso da resolução de problemas como possibilidade de ensinar progressões (PINTO; BISOGNIN, 2021).

Para esses pesquisadores, é favorável recorrer à resolução de problemas para o ensino de progressões, PA e PG, pois tais permitem associações a contextos reais e certamente pertencentes ao cotidiano dos alunos, como por exemplo a contaminação por Covid-19 e o conceito de progressividade mantido por uma determinada razão. Essas conexões, previstas inclusive pelo NCTM (2000), facilitam a compreensão dos alunos, mostrando a aplicabilidade da Matemática em um contexto real e a motivação para buscar soluções (CORREA, 2020; PINTO; BISOGNIN, 2021).

Contexto Formativo no Estágio Supervisionado III

O presente estudo desenvolveu-se em um ambiente formativo de EAMvRP (PROENÇA, 2018), cujos participantes foram licenciandos em matemática, matriculados na disciplina de Estágio Curricular Supervisionado III, ofertada no 7º semestre do curso, quarto ano, de uma Universidade pública, localizada no Noroeste do Estado do Paraná. A disciplina de estágio curricular conta com carga horária de 136 horas, das quais 34 horas são destinadas a aulas de estudo teórico no âmbito da universidade e as demais 102 horas são desenvolvidas atividades de estágio de observação e regência no Ensino Médio.

Frente ao exposto, em parceria com o professor responsável pela disciplina, um dos autores do presente trabalho, organizou momentos formativos a serem desempenhados nas 34 horas destinadas a estudos teóricos, os quais, devido ao enfrentamento da pandemia do novo Coronavírus, foram desenvolvidos de forma remota no decorrer segundo semestre do ano de 2021. Para tanto, foram utilizadas as seguintes tecnologias digitais: *Google Classroom*, *Google Meet*, *E-mail*, *PowerPoint e Google Forms,* as quais auxiliaram no desenvolvimento das atividades.

Nesse contexto, foi trabalhado com os licenciandos aspectos relacionados à resolução de problemas, mais especificamente: definição de problema, etapas da resolução de problemas e conhecimentos mobilizados ao longo de uma resolução. Em seguida, foi apresentado e discutido sobre as particularidades da abordagem de EAMVRP, conforme apresenta Proença (2018). Na busca por promover momentos reflexivos relacionados à discussão teórica para a futura prática, os participantes foram convidados a elaborarem e apresentarem propostas de ensino envolvendo conceitos matemáticos presentes na grade curricular do Ensino Médio, pautado nas cinco ações do EAMvRP. Destaca-se que as propostas elaboradas e apresentadas pelos licenciandos englobam os seguintes conceitos matemáticos: Juros Simples, Progressão Aritmética, Progressão Geométrica e Medidas de Tendência Central.

Frente ao exposto, este estudo de natureza qualitativa, e caráter descritivo, relatará a experiência vivenciada a partir da apresentação e discussão de duas propostas de Ensino-Aprendizagem de Progressão Aritmética e Geométrica, elaboradas por dois licenciandos, os quais serão denominados respectivamente por L1 e L2, a fim de preservar suas identidades. Os dados são descritos a partir dos pressupostos teóricos de Proença (2018), quanto ao EAMvRP. Ao longo da apresentação, será dado ênfase na organização do ensino frente a ação *de Escolha do problema,* a qual engloba a apresentação da situação de matemática bem como a delimitação das possíveis estratégias de resolução, e a ação de *Articulação da estratégia dos alunos ao conteúdo*, visto que o planejamento e organização de tais ações delimitaram os encaminhamentos para a introdução de um novo conteúdo. Por fim, será lançado um olhar aos conhecimentos evidenciados pelos participantes quantos às dificuldades, vantagens e desvantagens em relação à implementação do EAMvRP.

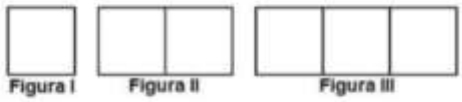
Proposta de Ensino-Aprendizagem de Progressão Aritmética via Resolução de Problemas

A proposta elaborada por L1 teve como objetivo apresentar a generalização de termos de uma Progressão Aritmética (PA). Para tanto, a situação de matemática escolhida consistiu em uma questão apresentada no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), a qual foi adaptada por ele. O Quadro 1 apresenta a organização do problema.

Quadro 1: Situação de matemática escolhida por L1 para compor a proposta de ensino sobre PA

Situação de matemática envolvendo Progressão Aritmética

(Enem 2010 - Adaptado) Uma professora realizou uma atividade com seus alunos utilizando palitos de fósforos para montar figuras, onde cada lado foi representado por um palito. A quantidade de palitos de cada figura depende da quantidade de quadrados que formam cada figura. A estrutura de formação das figuras está representada a seguir:



a) Mantendo o padrão apresentado, construa com os palitos a 4ª, 5ª e 6ª figuras.
b) Complete a tabela com a sequência correspondente à quantidade de palitos usados na construção de cada figura.

Posição da Figura	Número de quadrados	Número de Palitos
1ª	1	4
2ª	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	

c) Vocês perceberam algum padrão na formação das figuras? Descreva-o.
d) Continue completando a tabela e obtenha a expressão fornece o número de palitos em função do número de quadrados de cada figura?

Posição da Figura	Número de quadrados	Número de Palitos
10ª	10	
...	...	...
25ª	25	
...	...	...
n-ésima		

Fonte: Dados da Pesquisa

Ao ser questionado quanto às motivações que o conduziram a escolha do problema, L1 destacou:

> *Resposta de L1:* Em particular a minha situação problema eu já vi uma professora aplicando algo parecido, porém não foi com a intenção de estudar PA, foi apenas para identificar um padrão em uma sequência, ela trabalhou com 6º ou 7º ano, não me recordo. Então eu parti dessa ideia para trabalhar com PA.

Conforme destaca Proença (2018), na ação de escolha do problema é imprescindível que o professor elenque possíveis estratégias de resolução, e L1 assim o fez para a situação de matemática selecionada, apresentando três estratégias distintas, organizadas no Quadro 2.

Quadro 2: Previsão das estratégias de resolução da situação de Matemática envolvendo Progressão Aritmética, organizadas por L1

<table>
<tr><th colspan="2">Estratégias de Resolução</th></tr>
<tr><td>Estratégia 1</td><td>Os alunos podem utilizar a contagem, assim aumentando três unidades em relação ao termo anterior. Concluir rapidamente que a sequência é 4, 7, 10, 13 e assim por diante.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comentário de L1 sobre a estratégia 1: A Primeira estratégia, eu acho que seria mais comum, onde os alunos poderiam organizar a sequência com os palitinhos mesmo e identificar quanto daria. Porém, julgo que partindo dessa estratégia ao chegar ao final do exercício eles teriam uma certa dificuldade para chegar em uma generalização.</td></tr>
<tr><td>Estratégia 2</td><td>Observando o padrão dos palitos, o aluno pode chegar à generalização
$P(n) = 3n + 1$
Fixando o primeiro palito e utilizando a regra:
$1 + 3 \times$ (número de quadrados) $= 1 + 3n$.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comentário de L1, sobre a estratégia 2: é possível observar que quanto aos padrões dos palitinhos podemos chegar em uma generalização, onde que os palitos podem ser determinados por 3n +1, reparando que eles sempre crescem de três em três e já começou com um quadradinho, então para formar mais um quadradinho é um mais três palitinhos depois mais três palitinhos, e assim formam-se os quadrados. Então pensei que eles também poderiam chegar após terem montado a tabela (item b) na generalização.</td></tr>
<tr><td>Estratégia 3</td><td>Observando o padrão dos palitos, os alunos podem chegar à expressão:
$P(n) = 4 + (n – 1) \times 3$
A partir de que a sequência iniciava no quatro e a cada termo da sequência, era sempre aumentado 3 com relação ao termo anterior. Indicaram pôr n - 1 o número anterior a n, como no registro da figura acima, isto é, utilizaram a regra:
$4 + 3 \times$ (número de quadrados tirando um) $= 4 + 3(n - 1)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comentário de L1 sobre a estratégia 3: Observando os padrões os alunos podem chegar na expressão 4 + (n-1). 3, onde 4 é o termo inicial, os 4 palitos do primeiro quadradinho, e assim vamos acrescentando mais 3 palitos e o -1 é referente ao anterior, assim conseguimos chegar na generalização. Nesse caso ao invés de pensarmos na quantidade de quadrados estamos pensando na quantidade de palitos, quantidades de arestas.</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da Pesquisa

As três estratégias previstas por L1 se mostram pertinentes à situação de matemática. No caso, L1 destaca em sua explicação que a estratégia 1 tende a ser o caminho imediato a ser adotado pelos alunos, uma vez que, no enunciado da situação, se apresenta uma representação visual que dá base aos alunos para representar a sequência por meio de palitos, de modo a observar que em cada representação é aumentado 3 palitos. Entretanto, ao olhar para os questionamentos apresentados elaborados no enunciado da situação, percebe-se que esta estratégia satisfaz apenas os itens a, b e c.

No que se refere às estratégias 2 e 3, estas são voltadas ao item d, onde é solicitado a expressão que forneça o número de palitos em função do número de quadrados de cada figura. Entretanto, apenas as estratégias 2 ou 3 não são suficientes para que o aluno conclua o problema, de modo que se faz necessário que o aluno perpasse inicialmente pela estratégia 1, para posteriormente seguir para a estratégia 2 ou 3. Nesse sentido, embora L1, em sua concepção, tenha apresentado três estratégias distintas, pode-se considerar que em sua totalidade foi prevista apenas duas estratégias, uma vez que a estratégia 2 ou 3 é o complemento da estratégia 1, sendo essas estritamente relacionadas a representações algébricas com proximidades as apresentadas em livros e definições formais, aproximando-se dos apontamentos elencados por Correa (2020) e Pinto e Bisognin (2021) quanto ao ensino de progressões em geral.

Em relação à quinta ação, *Articulação das Estratégias dos Alunos ao Conteúdo,* L1 apresentou como realizaria tal ação, frente a situação apresentada, conforme apresentado no Quadro 3.

Quadro 3: Organização da articulação das estratégias ao conteúdo de Progressão Aritmética

Proposta de articulação ao conteúdo de Progressão Aritmética
As conclusões obtidas a partir da resolução do problema são retomadas, ou seja, partindo da sequência $(4, 7, 10, 13, \cdots)$, de forma colaborativa entre os alunos e o professor. Explicar que, para formar um quadrado, é necessário utilizar quatro palitos. Para formar dois quadrados, sete palitos e, para formar três quadrados, dez palitos e assim por diante. Com isso, temos uma progressão aritmética de razão igual a 3, onde os índices dos termos da PA indicam o número de quadrados (Q) construídos em cada passo, enquanto os termos representam a quantidade de palitos (P) utilizada na construção. Vale destacar que ao encontrarmos a razão, nada mais estamos fazendo do que identificar o padrão que está implícito na sequência. Então $a_1 = 4$, $a_2 = 7$, $a_3 = 10$. E fazer alguns questionamentos, por exemplo: É isso? O que acontece do a_1 para o a_2? E de a_2 para a_3? Então o que vai acontecer a a_{n+1} em relação a a_n? Perceberam? Depois dessas perguntas, pode-se mostrar: $\mathbf{a_{n+1} = a_n + 3 \leftrightarrow a_{n+1} - a_n = 3, \forall n \in \mathbb{N}}$ Em seguida, apresentar a definição de P.A: uma sequência na qual a diferença entre cada termo e o termo anterior é constante. Essa diferença constante é chamada de razão da progressão e representada pela letra r. Depois apresentar a demonstração da fórmula do termo geral de uma P.A. Assim concluir que: $\mathbf{a_n = a_1 + (n - 1).\, r}$, assim no exemplo $a_n = 4 + (n - 1).3$

Fonte: Dados da Pesquisa

De maneira geral, L1 não destaca em nenhum momento qual/quais estratégia(s) possibilitaria(m) a articulação ao conteúdo de PA. Conforme apresentado por ele, o conteúdo poderia ser introduzido aos alunos por meio de questionamentos relacionados às relações entre os termos da sequência, para a partir de então definir formalmente o termo geral e razão de uma PA. Nota-se ainda que L1 pretende apresentar a demonstração da fórmula do termo geral de uma PA, porém não detalha como faria, ao ser questionado sobre, apresentou o seguinte comentário:

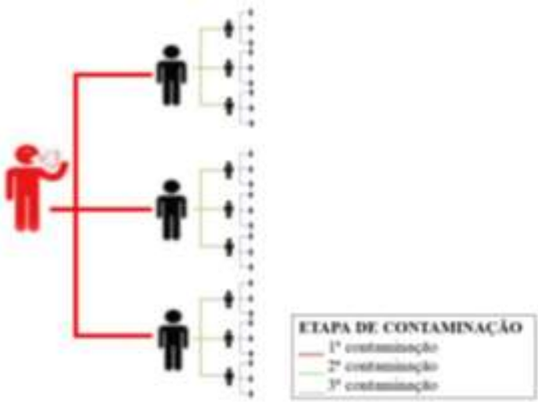
> *Comentário de L1 sobre a demonstração da formula do termo geral de uma PA:* [...] como a demonstração é um pouco extensa optei em não descrever aqui, mas penso ser interessante apresentar ao alunos para mostrar que a partir do que eles pensaram é possível fazer dessa forma, a partir da demonstração a qual se faz o segundo termo em função do primeiro, o terceiro termo em função do primeiro termo, até chegar na forma do termo geral de uma PA, a fim de apresentar aos alunos que o que eles fizeram esta relacionando com a forma geral a única diferença é que nesse caso estamos generalizando para qualquer termo.

A intenção de apresentar a demonstração, com o objetivo de relacioná-la ao que os alunos fizeram em suas estratégias de resolução, se mostra pertinente. Entretanto, ao organizar uma proposta de ensino, cabe ao professor apresentar as minúcias da articulação da estratégia ao novo conteúdo a ser desenvolvida no âmbito de sala de aula.

Proposta de Ensino-Aprendizagem de Progressão Geométrica via Resolução de Problemas

A proposta organizada por L2, teve como objetivo introduzir e definir o conteúdo de Progressão Geométrica. Conforme indicado em Proença (2018), na ação de escolha do problema a situação de matemática pode ser elaborada e reelaborada pelo professor. Nesse sentido, L2 se pautou em Silva e Filho (2021), os quais apresentaram dados relacionados a propagação do COVID-19 atrelados a uma Progressão Geométrica (PG), na mesma direção aponta para as sugestões de Correa (2020), Pinto e Bisognin (2021), e a partir de então L2 elaborou uma situação de matemática, a qual encontra-se apresentada no Quadro 4.

Quadro 4: Situação de matemática elaborada por L2 para compor a proposta de ensino sobre PG

Situação de matemática envolvendo Progressão Geométrica
Os primeiros casos de pessoas contaminadas no Brasil com o SARS-CoV-2 (Covid-19) aconteceram durante o mês de fevereiro de 2020. Depois disto, as autoridades sanitárias implementaram diversas ações para conter o avanço da doença. Para se precaver de maiores danos ao sistema de saúde pública, evitando assim a sua sobrecarga, no dia 3 de fevereiro de 2020, o governo brasileiro declarou Emergência de Saúde Pública de Importância Nacional (ESPIN), antes mesmo da confirmação do primeiro caso. Em relação ao alastramento da doença, de acordo com o pesquisador da Universidade de Oxford, Robin Thompson, cada indivíduo contaminando poderia infectar com o novo coronavírus de três a cinco pessoas. Considerando que um indivíduo contaminado consegue infectar apenas três pessoas, para esse caso, temos que a taxa de propagação do Coronavírus pode ser representado pelo seguinte esquema:

(OBS.: Considere somente os indivíduos contaminados em cada etapa, ou seja, o número de indivíduos contaminados não será acumulativo, portanto, na 1º contaminação temos 3, na 2º temos 9 e assim sucessivamente).

Após a 10ª contaminação, quantas pessoas estarão com a doença? Existe outra possibilidade de representação para a propagação do COVID-19?

Fonte: Dados da Pesquisa

A situação de matemática elaborada para trabalhar PG aborda uma temática atual e de conhecimento de todos, visto o impacto do COVID-19 nos diversos meios sociais. No que se refere à organização da situação, mais especificamente a observação apresentada, L2 destaca:

> *Comentário de L2 sobre a organização do problema:* Eu inseri uma observação pensando que os alunos poderiam considerar a sequência como sendo acumulativa, (...), então nessa situação eu pensei em desassociar as etapas, assim temos 3 contaminados na primeira etapa, 9 na segunda, 27 na terceira e assim por diante, para conseguirmos associar com Progressão Geométrica, pois o foco é que os alunos busquem estratégias para resolver o problema que se aproximem de uma PG, mas pode surgir outras estratégias também.

Entende-se aqui que a observação apresentada no enunciado da situação de matemática se mostra pertinente, frente ao objetivo de L2 de introduzir o conteúdo de PG, uma vez que, por meio da observação o professor conduz o aluno a buscar uma estratégia de resolução a qual possa ser associada a uma PG. Caso contrário, o aluno poderia considerar a sequência como sendo acumulativa, ou seja, ao próximo termo sempre é adicionado o anterior, o que culminaria em uma sequência a qual não possibilita associar a PG.

Quanto às estratégias de resolução, foram previstas quatro estratégias distintas as quais encontram-se no Quadro 5 a seguir.

Quadro 5: Previsão das estratégias de resolução da situação de Matemática envolvendo Progressão Geométrica, organizadas por L2

<table>
<tr><th colspan="2">Estratégias de Resolução</th></tr>
<tr><td>Estratégia 1</td><td>Organização dos dados em tabela: Para essa estratégia o aluno deve pensar em construir uma tabela que organizasse os dados com os números de pessoas infectadas após cada uma das contaminações. Sabendo que um único individuo contaminado com COVID-19 pode infectar três pessoas, podemos organizar nossa tabela do seguinte modo:
<table>
<tr><th>Etapa da Contaminação</th><th>Quantidade de pessoas Infectadas</th></tr>
<tr><td>1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3 × 3 = 9</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3 × 3 × 3 = 27</td></tr>
<tr><td>4</td><td>3 × 3 × 3 × 3 = 81</td></tr>
<tr><td>5</td><td>3 × 3 × 3 × 3 × 3 = 243</td></tr>
<tr><td>6</td><td>3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3= 729</td></tr>
<tr><td>7</td><td>3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 = 2197</td></tr>
<tr><td>8</td><td>3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 =6561</td></tr>
<tr><td>9</td><td>3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3 × 3= 19683</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

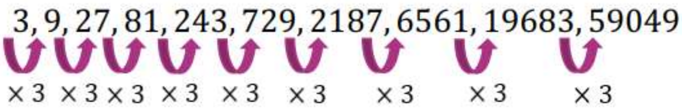
<table>
<tr><td></td><td><table><tr><td>10</td><td>$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 59049$</td></tr></table>Logo, após 10ª contaminação teria 59049 pessoas contaminadas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comentário de L2, sobre a estratégia 1: A primeira estratégia pensada é a partir da organização dos dados em tabela, onde pode-se organizar uma coluna para a etapa de contaminação e outra para a quantidade de pessoas infectadas em cada etapa.</td></tr>
<tr><td>Estratégia 2</td><td>Potência de Base 3: Nessa estratégia o aluno deve estar ciente que a cada contaminação o número de indivíduos infectados cresce três vezes em relação a contaminação anterior, isto é, conseguimos reescrever o esquema da propagação do COVID-19 como uma potência de base 3, de modo que seu expoente seja correspondente a etapa da contaminação.
– Primeira contaminação: temos 3 indivíduos, que também pode ser escrito como sendo $3^1 = 3$
– Segunda contaminação: temos 9 indivíduos, que também pode ser escrito como sendo $3^2 = 9$
– Terceira contaminação: temos 9 indivíduos, que também pode ser escrito como sendo $3^3 = 27$
Assim pode-se representar essa relação de contaminação do COVID-19, para um caso geral, como sendo 3^n, onde n refere-se a etapa da contaminação, assim após 10ª contaminação teremos o seguinte caso: $3^{10} = 59049$. Logo o número de indivíduos contaminados é 59049.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comentário de L2, sobre a estratégia 2: Na segunda estratégia, eles poderiam perceber também que as contaminações em cada etapa poderiam ser escrito como uma potência de base 3, sendo 3^1 a etapa 1, 3^2 a etapa 2 e assim por diante.</td></tr>
<tr><td>Estratégia 3</td><td>Continuação do esquema de propagação: O aluno poderia desenhar as silhuetas dos contaminados, ou utilizar alguma outra figura (ponto ou traço) para representar o número de contaminados em cada etapa. Porém para obter o número de pessoas infectadas na 10ª contaminação seria inviável visto que a quantidade de indivíduos infectados nessa etapa (10ª contaminação) é consideravelmente grande.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comentário de L2, sobre a estratégia 3: Na terceira estratégia seria o aluno continuar o esquema dado no enunciado, contudo até a 10ª etapa, essa estratégia teria alguns problemas por conta da quantidade [...]. Então aqui o professor poderia orientar a inviabilidade dessa estratégia.</td></tr>
<tr><td>Estratégia 4</td><td>Função Exponencial: Os alunos podem resolver a situação de matemática por meio de função exponencial, de modo a considerar a base sendo 3 (número de infectados por cada pessoa) e o expoente sendo x (representado a numeração da etapa de contaminação), assim tem-se: $f(x) = 3^x$.
Tendo a lei de formação da função, para resolver a Situação de Matemática basta considerar $x = 10$, de modo que $f(10) = 3^{10} = 59049$
Logo, na 10ª contaminação teria 59049 contaminados.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Comentário de L2, sobre a estratégia 4: A quarta estratégia que eu pensei foi a resolução por meio de uma função exponencial, por que por função exponencial? Por que olhando livros didáticos eu percebi que os alunos veem função exponencial antes de PA e PG, se eu não estou enganada, então eles poderiam relembrar desse conteúdo e utilizar para resolver a situação, fazendo $f(x)=3^x$.</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da Pesquisa

Cabe destacar que as estratégias previstas para a situação de matemática vão ao encontro do que propõe Proença (2018) e o NCTM (2000), visto que L2 apresenta diferentes caminhos de resolução, seja por meio da organização dos dados em tabela, potência, função exponencial ou representação por esquema. No que se refere à estratégia 3, continuação do esquema de propagação, embora seja uma estratégia inviável, devido à dificuldade de representar a situação, visto que ao prosseguir com o esquema até a 10ª etapa o número de contaminados será de 59049, um número significativamente grande para ser expresso em um esquema, entretanto a sua previsão se mostrou pertinente, uma vez que possibilita o professor se munir de possibilidades para orientar os alunos nas ações subsequentes.

No que tange a quinta ação, *Articulação das Estratégias dos Alunos ao Conteúdo*, L2 se pauta nas estratégias 1 e 2 para articulá-las ao conteúdo de PG, conforme apresentado no Quadro 6.

Quadro 6: Organização da articulação das estratégias ao conteúdo de Progressão Geométrica

<table>
<tr><th>Proposta de articulação ao conteúdo de Progressão Geométrica</th></tr>
<tr><td>
Uma possibilidade de articulação das estratégias dos alunos com o conteúdo de Progressão Geométrica (PG), consistiria em explorar a estratégia 1 e 2 conjuntamente. O professor utilizando a tabela da estratégia 1 poderia chamar a atenção dos alunos para o fato da sequência de números obtidas na tabela, fazendo os seguintes apontamentos: sabemos que esses números podem ser escritos como sendo uma multiplicação de 3, mas existe outra forma de denotar essa multiplicação? Nesse instante o professor pode utilizar-se da estratégia 2, para explicar que é possível reescrever o esquema da propagação do COVID-19 como uma potência de base 3 e seu expoente é o número correspondente a etapa da contaminação.
Na sequência o professor pode instigar mais a turma perguntando: Considerando essas duas estratégias será que conseguimos obter uma nova representação para o problema? Se os alunos tiverem dificuldade em entender o objetivo dessas perguntas seria interessante o professor colocar a quantidade de infectados em cada etapa no formato de sequência, por exemplo:


O professor pode fazer a seguinte observação: Nota-se que os números dessa sequência podem ser obtidos pelo número anterior multiplicado por 3, logo a razão dessa sequência é 3. Se nomeássemos o primeiro termo dessa sequência como sendo a_1, então $a_1 = 3$, poderíamos renomear os demais também. Assim temos que $a_2 = 9$, $a_3 = 27$, $a_4 = 81$, $a_5 = 243$, …, $a_{10} = 59049$.
Na sequência o professor pode chamar atenção dos alunos para que qualquer termo pode ser escrito como sendo uma multiplicação do primeiro termo com 3 elevado ao número do termo que queremos menos 1, conforme o exemplo a seguir.
Ex.: $a_3 = a_1 \times 3^2$
Sendo n a etapa da contaminação, assim o expoente de 3 (razão) será dado pelo número do termo da sequência menos 1. Assim, acredito, ser mais fácil chegar na representação do termo geral da sequência trabalhada que é dado por:
$$a_n = a_1 \times 3^{n-1}$$
Por fim, o professor após esse momento, pode explicar que a essa relação é atribuída o nome de Progressão Geométrica, que se essa razão 3 da Situação de Matemática é denominado de quociente e normalmente é representada pela letra q. Assim, é possível fazer as devidas comparações com a relação apresentada anteriormente com os conceitos do conteúdo de PG.
</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da Pesquisa

A proposta de articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo de PG, organizada por L2, encontra-se alicerçada nas estratégias 1 e 2, as quais resolvem o problema, respectivamente, por meio da organização dos dados em tabela através de sucessivas multiplicações e por meio da potência de base 3. Quanto ao desenvolvimento do processo de articulação apresentado por L2, no Quadro 6, nota-se uma riqueza de detalhes, uma vez que a formalização do conteúdo de PG é construída de forma gradual com os alunos, entretanto L2 não se apoia em pontos centrais das estratégias de resolução para articular ao conteúdo de PG, conforme considerado por Proença (2018), e sim pauta-se nas estratégias em sua totalidade.

Por fim, para além da articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo, buscando conscientizar os alunos sobre o crescimento da propagação do vírus, L2 destaca que ao findar das discussões relacionadas ao conteúdo, pode-se chamar a atenção dos alunos sobre os motivos que levaram as autoridades a determinar o isolamento social "*Uma possibilidade para os encaminhamentos finais da aula é o professor refletir com os alunos como o crescimento da propagação do vírus é alto, para que os alunos possam refletir sobre os motivos que levaram a tantas medidas de isolamento social.*" Diante do exposto, nota-se que a escolha de uma situação de matemática contextualizada pode suscitar no futuro professor aspectos sociais importantes que vão além da abordagem dos aspectos conceituais e procedimentais do novo conteúdo.

Reflexões finais sobre práticas futuras

Na busca por conduzir os participantes a uma reflexão após o processo formativo referente ao Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas frente à experiência vivenciada na elaboração/organização de uma proposta de ensino, seguindo os pressupostos teóricos apresentados por Proença (2018), eles foram indagados quanto às dificuldades na elaboração das propostas apresentadas, e vantagens e desvantagens de utilizar o EAMvRP nas aulas de matemática.

Quanto às dificuldades encontradas por L1 e L2, destaca-se que estas centram-se na primeira ação de Proença (2018), *Escolha do Problema*, conforme destacado no Quadro 7.

Quadro 7: Dificuldades de L1 e L2 na elaboração das propostas de EAMvRP

Dificuldades apresentadas ao longo da organização da proposta de EAMvRP
L1: Pensar em estratégias especificas que os discentes fariam sem os conhecer, deixando apenas de forma geral os caminhos que possivelmente serão seguidos.
L2: Como a minha proposta de ensino- aprendizagem foi elaborada baseada em um artigo de uma revista **tive dificuldade em organizar o enunciado da minha situação de matemática.** Além disso, fiquei preocupada se o enunciado não teria as características de uma resolução de problemas e se assemelharia mais a uma modelagem matemática, pois **foi meu primeiro contato de fato com a resolução de problemas**, nunca tinha elaborado ou aplicado uma proposta de ensino-aprendizagem de matemática via resolução de problemas. Outra coisa que **tive que pensar muito na hora da elaboração é se o enunciado estava ambíguo ou não estava coerente com o que foi solicitado**.

Fonte: Dados da Pesquisa

Observamos que para L1, a sua maior dificuldade residiu em prever estratégias de resolução da situação de matemática selecionada, sem a utilização direta do conteúdo a ser ensinado. Enquanto para L2, a elaboração da situação de matemática se configurou como um processo dificultoso, conforme apresentado no Quadro 4, a situação foi elaborada por L2, tendo como suporte os estudos teóricos de Silva e Filho (2021), nesse sentido a preocupação residiu em elaborar/organizar um enunciado que estivesse em conformidade com os pressupostos teóricos da resolução de problemas de modo a não apresentar um enunciado que possibilitasse diversas interpretações aos revolvedores.

Outro ponto que chama a atenção é o fato de L2 destacar que este foi o seu primeiro contato com a Resolução de Problemas, mesmo estando matriculado no sétimo período do curso de licenciatura em matemática, fase final do curso, ainda não tinha tido contato com tal estratégia de ensino, e um de seus medos na elaboração da proposta centrou-se em elaborar algo que poderia ser confundido com modelagem matemática.

Ao serem questionados quanto às vantagens e desvantagens de se utilizar o ensino via resolução de problemas para ensinar matemática em sala de aula, os participantes teceram comentários frente a experiência vivenciada ao longo dos momentos formativos, conforme apresentado no Quadro 7.

Quadro 8: Concepções de L1 e L2 quantos as vantagens e desvantagens do EAMvRP

Vantagens do EAMvRP	**L1:** Quando **os alunos são instigados a desenvolverem sua estratégia para resolver uma situação, eles desenvolvem um melhor raciocínio do conteúdo**, as discussões entre alunos compartilham conhecimentos e todo o processo faz a aprendizagem ser mais profunda e duradoura.
	L2: Eu acredito que uma das **vantagens** de utilizar a resolução de problemas para ensinar matemática **é a exploração do conhecimento que o aluno já possui em relação aos conteúdos matemática,** pois é necessário que ele desenvolva sua própria estratégia para resolver a situação problema, fazendo associações matemática que as vezes nem o próprio professor teria pensado nesse tipo de estratégia. Além disso**, torna a aula mais participativa, dinâmica, possibilitando discussões e reflexões, tornando o aluno mais ativo em sala de aula,** mostrando que é possível outras formas de ensinar matemática que não seja o ensino tradicional.
Desvantagens do EAMvRP	**L1:** O **planejamento e a execução são mais longos** do que aulas mais tradicionais, e no sistema atual de ensino infelizmente **nem sempre dispomos desse tempo extra.**
	L2: Uma desvantagem seria o tempo, para implementar uma proposta de ensino via resolução de problemas **seria necessária várias aula para que todos os momentos de desenvolvimento da atividade sejam alcançadas e bem aproveitados.** Eu particularmente não acho que isso seria considerado uma "perda de tempo", pois por meio da resolução de problemas conseguimos alcançar uma aprendizagem significativa com os alunos, isso para mim é o mais importante.

	Contudo, **alguns colégios tem um cronograma bem restrito e por causa disso pode acabar sendo um fator para não conseguir implementar essa proposta de ensino.**

Fonte: Dados da Pesquisa

No que se refere às vantagens de se utilizar o EAMvRP nas aulas de matemática, as respostas dadas centram-se na valorização dos conhecimentos prévios dos alunos em detrimento ao novo, além de contribuir para momentos de reflexão e compartilhamento de conhecimentos devido a organização e dinâmica da aula.

Quanto às desvantagens do EAMvRP, ambos os participantes destacaram o tempo como um fator decisivo, entretanto em contextos distintos. Para L1 a desvantagem encontra-se no tempo dedicado ao planejamento da proposta, frente a carga horária de trabalho do professor. Enquanto para L2, em sua concepção o tempo utilizado para a implementação da proposta em sala de aula seja vantajoso, visto a riqueza dos momentos de reflexão e discussão dos alunos. Porém ao se atentar ao planejamento anual escolar, diante da quantidade de aulas dispostas ao professor para cumpri-lo dificulta a implementação de propostas de EAMvRP em sala de aula, visto que em sua concepção, para alçar o objetivo de trabalho é preciso dispor de várias aulas a fim de que todos os momentos, ações, sejam proveitosos.

Considerações finais

Diante do objetivo de *apresentar a organização de propostas de Ensino-Aprendizagem de Progressões via Resolução de Problemas por licenciandos em matemática em uma experiência formativa*, destaca-se inicialmente que a experiência vivenciada ao longo dos encontros formativos possibilitou momentos de reflexões atreladas a articulação entre teoria e uma possível prática de sala de aula. Ao lançar os olhos para as propostas de EAMvRP, elaboradas por L1 e L2, é possível vislumbrar a organização do ensino conforme indicado por Proença (2018), as quais vão ao encontro do que indica a BNCC (BRASIL, 2018), quanto a construção de habilidades de analisar propriedades associadas a PA e PG para resolver problemas.

No que se refere a proposta de Ensino-aprendizagem de Progressão Aritmética via Resolução de Problemas, a L1 a estruturou a partir de uma questão apresentada no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, a qual foi adaptada por ele para atingir seu objetivo. Quanto à previsão das estratégias, observa-se que as três estratégias apresentadas se complementam, ao passo de não estarem estritamente em conformidade com o que é indicado por Proença (2018), quanto à busca por distintos caminhos de resolução. Tal fato pode estar atrelado a dificuldade destacada pelo autor da proposta em buscar resoluções alternativas, as quais não estariam associadas diretamente ao algoritmo de PA. No que se refere à articulação do conteúdo, em momento algum foi indicado a estratégia a qual serviria de pano de fundo para realizá-la e ainda não foi apresentado na totalidade as minúcias de tal processo de articulação, o que se faz imprescindível para o planejamento do professor.

Quanto à proposta de Ensino-Aprendizagem de Progressão Geométrica via Resolução de Problemas, L2 elaborou uma situação de matemática inédita para introduzir o conceito de PG, explorando um contexto real como possibilidade de motivar os alunos e demonstrar a eles a aplicabilidade da matemática conectada ao cotidiano, indo ao encontro dos apontamentos do NCTM (2000), Correa (2020), Pinto e Bisognin (2021). Levando em consideração as características do ensino de PG descritas pelos pesquisadores citados anteriormente, nota-se que L2, ao procurar prever estratégias de resolução não convencionais, dissociadas da mera assimilação às fórmulas, revela indícios de um conhecimento matemático para o ensino, além de estar em consonância aos apontamentos tecidos por Proença (2018) quanto a previsão das estratégias na ação de escolha do problema e a influência delas na articulação do conteúdo.

Por fim, destaca-se que há necessidade de estudos futuros que busquem esclarecer as compreensões de futuros professores acerca das ações de escolha do problema e articulação das estratégias de resolução dos alunos ao conteúdo, conforme indica Proença (2018). A ação de escolha do problema foi onde residiu a maior dificuldade dos participantes, seja na organização/elaboração da situação de matemática ou na previsão das estratégias. Já na articulação das estratégias, observamos a falta de clareza dos participantes ao se atentar a pontos centrais das estratégias para articulá-las ao conteúdo que se queira ensinar, não detalhando as minúcias da articulação ao conteúdo.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP n. 02/2019,** de 20 de dezembro de 2019b. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Diário Oficial da União, Brasília, 23 de dezembro de 2019 -Seção 1, p. 115-119.

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 15 out. 2022

CORREA, M. M. **Progressões geométricas através da resolução de problemas**: contribuições ao licenciando em matemática. 2020. 185 f. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, RS, 2020. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/22473/DIS_PPGEMEF_2020_CORREA_MATHEUS.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 26 out. 2022

HATFIELD, Larry L. Heuristical emphasis in the instrution of mathematical problem solving: Rationales and research. In: HATIFIELD, Larry L.; BRADBARD, David A. (Org.) **Mathematical Problem Solving**: papers from a research workshop. Colombus: ERIC, 1978.

JUSTULIN, A. M. Um cenário da resolução de problemas nos cursos de licenciatura em matemática da região sul do Brasil. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.10, n.22, 2021, p. 267–289. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6301/4324. Acesso em: Acesso em: 10 out. 2022

MENDES, L. O. R., PROENÇA, M. C., PEREIRA, A. L. As potencialidades da resolução de problemas nas pesquisas sobre a formação inicial de professores de matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.9, n.19, 2020, p. 821–839. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/6198/4221. Acesso em: Acesso em: 3 nov. 2022

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.

OLIVEIRA, A. B. **Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas na formação inicial de professores:** um olhar para os conteúdos algébricos. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2022.

PINTO, T. L.; BISOGNIN, E. Progressões Aritméticas e Geométricas: um estudo sobre o Design de Problemas e o Conhecimento Matemático para o Ensino. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 8, n. 2, p. 117-137, 2021.

PROENÇA, M. C. A compreensão de licenciandos em Matemática sobre o ensino via resolução de problemas: análise por meio de uma proposta de formação. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 68, 2016, p. 19-35. Disponível em: http://costalima.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/90/385. Acesso em: 5 nov. 2022

PROENÇA, M. C. de. **Resolução de problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: EdUEM, 2018.

PROENÇA. M. C. Análise do conhecimento de professores recém-formados sobre o ensino de matemática via resolução de problemas. **Revista de Educação Matemática**, n. 17, p. 10, 2020.

PROENÇA, M. C. Reflexões de Futuros Professores sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas. **PARADIGMA**, v. 43, n. 2, p. 411-431, 2022. Disponível em:

http://revistaparadigma.online/ojs/index.php/paradigma/article/view/1080/1085. Acesso em: 29 out. 2022

PROENÇA. M. C.; PIROLA, N. A. A resolução de problemas no contexto do estágio curricular supervisionado: dificuldades e limites de licenciandos em matemática, **REVEMAT**, Florianópolis, v. 9, n. 1, 2014, p. 119-138.

SILVA, C. M.; FILHO, G. F. C. A Progressão Geométrica e o novo Coronavírus no Brasil. **Revista Mais Educação**, v. 4, n. 1, 2021, p. 380-392. Disponível em: https://www.revistamaiseducacao.com/artigosv4-n1-marco-2021/33. Acesso em: 7 nov. 2022

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K., JR. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

Recebido em: 17 de dezembro de 2022
Aprovado em: 13 de março de 2023