OFICINA DE DOBRADURAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Jóice Kubiczewski

Resumo

Este artigo apresenta considerações sobre a introdução ao ensino de Geometria, com a aplicação de oficina de dobraduras. A partir de estudos sobre o processo de aprendizagem da geometria, dos níveis de Van Hiele e da importância da utilização de materiais concretos para a aprendizagem é proposta uma oficina de dobraduras com detalhamento das atividades. Conclui-se que dobraduras e origamis são excelentes recursos para o ensino de Geometria nos Níveis Fundamental e Médio.

Introdução

O presente trabalho tem como tema as dobraduras como material concreto no ensino de Geometria. Trabalhar com este tipo de material para introduzir conceitos geométricos tem um resultado acima do esperado, no que diz respeito ao aprendizado e aproveitamento dos alunos, pois estes trabalham entusiasmados com o resultado final de cada oficina.

No 5º semestre do curso de Licenciatura Plena em Matemática da PUCRS, tive um primeiro contato com oficinas de matemática utilizando material concreto, principalmente para o trabalho com Geometria. No semestre seguinte, quando comecei a lecionar no Ensino Médio e Fundamental, tive a oportunidade de aplicar pela primeira vez o que havia aprendido das oficinas em minhas aulas.

Na turma do 2º ano do Ensino Médio, precisava ensinar trigonometria, sendo que poucos alunos lembravam o que era um triângulo retângulo. Preparei então uma aula com dobraduras para dar introdução à trigonometria, revisando propriedades dos triângulos em geral e também dos triângulos retângulos. A mesma aula foi trabalhada na 7ª série do Ensino Fundamental, antes de iniciar o estudo da Geometria Plana. Nas duas séries, notei que a oficina fazia com que os alunos lembrassem da matéria vista nos anos anteriores e se sentissem mais seguros para o início do conteúdo novo da disciplina.

Em nova experiência, realizada no Colégio Marista Champagnat, em períodos de Prática de Ensino, realizei, juntamente com dois colegas, uma oficina com alunos de 5ª série, durante quatro semanas. No primeiro dia, trabalhamos os primeiros entes geométricos: plano, reta, ponto, retas paralelas e perpendiculares, ângulos e alguns polígonos regulares e suas propriedades e relações, como octógono, triângulo retângulo e equilátero, quadrado e retângulo. Terminada cada dobradura e estudado seu significado, fizemos uma leitura geométrica do lugar onde estávamos, descobrindo onde há retas, onde há elementos que se encontram paralelos uns aos outros ou perpendiculares, onde estão os ângulos que estudamos e os polígonos. Após a observação espacial, construímos origamis com a utilização da linguagem matemática aprendida anteriormente.

Todos os alunos participantes rapidamente retomaram a linguagem matemática já aprendida na escola e passaram a utilizá-la. Precisávamos dessa linguagem pois assim, na aprendizagem de cada dobradura, a compreensão era mais clara; isso era percebido quando trocavam idéias entre si ou se ajudavam e os ouvíamos dizendo, por exemplo: "faz um quadrado", "dobra na diagonal", "a diagonal pode ser um eixo de simetria", etc. O primeiro origami que construímos foi um origami estrela, com dezesseis pontas iguais, e para cada ponta da estrela era preciso um quadrado de mais ou menos cinco centímetros de lado. Alguns inicialmente pegaram lápis e régua, mas logo perceberam que apenas com dobraduras seria mais fácil obter, em um folha grande quadrada os dezesseis quadradinhos iguais.

Na semana seguinte, a proposta era a construção de uma caixa com tampa. Novamente precisávamos de uma folha de papel quadrada subdividida em dezesseis quadrados. Analisamos então com a turma que relações matemáticas poderiam ser feitas com aquelas dobras simultâneas. Nas duas últimas oficinas construímos um poliedro (tetraedro) com técnica origami e outros de várias formas, atendendo pedidos dos alunos.

A partir dessas experiências, resolvi aprofundar meus estudos sobre o uso de dobraduras no ensino de Geometria, tendo elaborado Monografia de Conclusão de Curso sobre o tema (KUBICZEWSKI, 2002). Parte do trabalho é, então, relatado neste artigo.

Ensino de geometria: Algumas considerações históricas

Até o final do século XVIII tínhamos no Brasil dois tipos de escolas onde o ensino era transmitido: as escolas religiosas e as militares. Nas primeiras, o ensino era clássico-literário, enquanto que nas militares o conhecimento era voltado a uma aplicação específica: a militar. No texto *Percursos do ensino da matemática elementar até o início do século XIX,* VALENTE (1999) fala desses estudos militares:

> *...havia as escolas militares, ou, a bem da verdade as 'Aulas', as chamadas 'Aulas de Artilharia e Fortificações'. Justamente nessas 'Aulas' as matemáticas(geometria, álgebra, aritmética, trigonometria etc.) estruturavam os cursos para formação de artilheiros e engenheiros, mão-de-obra especializada destinada a dirigir a construção de fortalezas e defesa da colônia portuguesa, face a ameaça do inimigo estrangeiro. (pg. 46)*

Podemos dizer que um dos professores de matemática precursores da preocupação com o ensino da Geometria nesta época foi Cristiano Benedito Ottoni, que em 1845 publicou o trabalho chamado *Juízo Crítico sobre o Compêndio de Geometria* adotado pela Academia de Marinha do Rio de Janeiro. Neste texto, Ottoni faz uma crítica aos compêndios usados na Academia, revisando então, na sua opinião, conteúdos sob o ponto de vista geométrico e didático. Ottoni considera ser este o seu primeiro trabalho científico mas, pela análise de Valente, é puramente didático:

> *Na verdade, trata-se de uma discussão, por esse tempo, entre saberes escolares. Não se trata de uma disputa no âmbito da ciência matemática...As ferramentas utilizadas por Ottoni são escolares, didático-pedagógicas, e as críticas tomam como objeto textos construídos especialmente para o ensino. (VALENTE, 1999, p. 55)*

Nesse trabalho, Ottoni faz considerações de como são trabalhados, na escola da época, definições e teoremas; através de reformulação de frases, tenta tornar mais acessível e claro para seus alunos o estudo desses entes básicos tão abstratos. Essa Geometria trabalhada por Ottoni, a Geometria Euclidiana, tem como fonte os "Elementos" de Euclides, que estruturam todo o conhecimento geométrico acumulados até a época. Os Elementos iniciam apresentando os entes primitivos: ponto, reta e plano. Surgem então os axiomas, teoremas e definições. A partir de um raciocínio estruturado e a combinação desses elementos pode-se chegar a novos teoremas, através de uma seqüência lógica que pode ser totalmente verificada quanto à sua veracidade.

Essa Geometria em sua forma dedutiva, era ensinada nas escolas para os alunos mais jovens até os cursos de Engenharia, Arquitetura, Ciências Exatas e cursos de desenvolvimento tecnológico. Porém, por esse sistema de idéias ser muito complexo e abstrato, muitos alunos recorriam à memorização, ou seja, decoravam tudo para poder sair bem em suas avaliações.

No final da década de 50, surge o movimento da Matemática Moderna, que modifica o ensino da Geometria Euclidiana, reduzindo a um exemplo de aplicação de Teoria dos Conjuntos e de Álgebra Vetorial. Nas escolas e faculdades surgem as matérias "só de geometria", como por exemplo o Desenho Geométrico, ocorrendo então uma separação da Geometria e da Matemática.

Mas, a partir da década de 70, esta "nova matemática" começa a ser repensada pelos estudiosos, que através da análise da evolução histórica da Geometria, percebem sua importância como conteúdo escolar. Desde os tempos pré-históricos o homem usa símbolos e imaginação para comunicar suas idéias. No

Egito, a Matemática foi desenvolvida como ferramenta para suas medições, cálculos, etc. e neste contexto está presente a Geometria, fazendo parte da linguagem humana no sentido da sua leitura e comunicação espacial.

Percebe-se então a necessidade da continuidade do estudo dessa linguagem geométrica, presente desde sempre na vida humana. Esta linguagem, quando foi estruturada por Euclides, representava o raciocínio humano, com suas abstrações e processos lógicos próprios. Não é possível então separar do ensino da matemática a Geometria, que além das aplicações práticas no estudo espacial e métrico também estruturam nosso processo mental lógico dedutivo, conforme conclui FREITAS (1999):

> *Em síntese, o ensino da Geometria quer seja no Ensino Fundamental ou Médio, deve contemplar uma valorização mais significativa do trabalho pedagógico com o processo de validação do conhecimento geométrico. Acreditamos que a prática de produção e reprodução de provas e demonstrações geométricas, neste nível de escolaridade, contribui de uma forma importante para a formação de um tipo de raciocínio fundamental à construção do conhecimento científico. (p. 69)*

As preocupações com o ensino de Geometria sempre existiram, independente da área de aplicação. Nossa Geometria, mesmo depois das inovadoras Geometrias não-euclidianas, continua a mesma, mas o contexto e as exigências mudaram. Atualmente temos a área de estudos e pesquisas da Educação Matemática, que tem grande importância no desenvolvimento de práticas pedagógicas. Em meio a tantos desafios, tais como despertar nos alunos o interesse pelo estudo da Matemática, essas pesquisas nos permitem descobrir estratégias e planos de aula que tornam nossas aulas mais criativas.

Em 1984 houve duas teses de doutoramento nesta nova área; foram as dissertações de Dina van Hiele Gedof e Pierre van Hiele. As teses eram sobre um novo método de ensino baseado no desenvolvimento do pensamento geométrico, chamado Modelo de Van Hiele, que subdivide-se em cinco níveis de compreensão, descobertos nos alunos através da investigação do professor. As Fases de Aprendizado que acompanham o Modelo de Van Hiele são também fundamentais para o sucesso do aprendizado em cada nível e da passagem para outro.

Este modelo é fonte de novas pesquisas em vários países da Europa, e nos Estados Unidos e alguns educadores soviéticos planejam o currículo escolar tendo como base o trabalho de Van Hiele. Baseada em NASSER (1991), vou resumir os níveis apresentados pelos Van Hiele:

a) Nível 0 ou Básico: Visualização – As palavras chaves deste Nível são a visualização e o reconhecimento das formas apenas através da aparência física de figuras; o aluno reconhece o que é um quadrado ou um retângulo mas não sabe explicar o porquê.

b) Nível 1: Análise – Os aluno começam a perceber que cada ente geométrico tem uma característica, o que determina propriedades para cada um, mas ainda não os relaciona. Neste nível os alunos já reconhecem as figuras por suas partes.

c) Nível 2: Dedução Informal ou Ordem – Reconhecem e relacionam entre si as figuras geométricas por suas propriedades e são capazes de fazer deduções informais, acompanhar demonstrações formais mas não conseguem manipular a lógica sozinhos assim como construir provas.

d) Nível 3: Dedução – Neste nível os alunos são capazes de compreender a geometria como um sistema axiomático, entendem a relação entre definições, axiomas, postulados, teoremas e suas recíprocas e demonstrações, podendo até realizar demonstrações sozinhos através dessas relações que agora compreendem.

e) Nível 4: Rigor – Este último nível é muito difícil de ser alcançado na opinião de estudiosos. O aluno trabalha com vários sistemas axiomáticos podendo relacioná-los. Pode compreender a geometria não-euclidiana e as abstrações geométricas.

O Modelo de Van Hiele possui propriedades importantes que devem ser reconhecidas pelos professores para que percebam o nível em que se encontram os alunos e assim possam desenvolver o metodologia adequada para o bom aproveitamento do grupo. NASSER (1991) esclarece essas propriedades:

> *(a) Hierarquia: os níveis obedecem a uma seqüência, isto é, para atingir certo nível o indivíduo deve passar antes pelos níveis inferiores; (b) Lingüística: cada nível tem sua própria linguagem, conjunto de símbolos e sistema de relações; (c) Intrínseco e extrínseco: o que está implícito num nível passa a ser explícito no próximo nível; (d) Avanço: o progresso entre os níveis depende*

> *mais de instrução do que da idade e maturidade do aluno; (e) Desnível: não há entendimento entre duas pessoas que estão raciocinando em níveis diferentes ou se a instrução é dada num nível mais avançado que o atingido pelo aluno. (p. 33)*

Acompanhando as fases do aprendizado em cada nível e através da seqüência de informações trazidas pelo professor, o aluno adquire o conhecimento específico para aquele nível. Atualmente vários professores trabalham com base no Modelo de Van Hiele, pois é um ótimo guia para um planejamento de aula e uma certeza de que, ao mudar de um nível para outro, o aluno alcançou o objetivo do anterior, ou seja, aprendeu o conteúdo. Para as aulas de Geometria, desde as séries iniciais, o modelo pode ser seguido, principalmente porque permite nos primeiros níveis trabalhar com material concreto. A proposta de oficinas de dobraduras apresentada neste trabalho desenvolve nos alunos os níveis 0, 1 e 2.

O uso do material concreto

O material concreto para ensino de Matemática é muito importante no Ensino Fundamental, pois nesse período de desenvolvimento da inteligência, as crianças estão nas etapas chamadas por Piaget de pré-operacional(2 até 7 anos) e operacional concreta (7 até os 11 anos). Muitas vezes estão ainda nessa etapa na 5ª e 6ª séries e, antes de formalizar conceitos e trabalhar com abstrações matemáticas, torna-se necessário, para que adquiram uma seqüência lógica do raciocínio, a utilização desses materiais como introdução de conceitos.

Através do material concreto o aluno realmente está aprendendo pois não está apenas assistindo à aula, mas sim interagindo com o espaço físico e com objetos, formando suas próprias conclusões. Quando está trabalhando com seu material sem a interrupção do professor, o aluno está sendo respeitado, ou seja, sabemos que cada pessoa pensa e assimila idéias e conteúdos de formas diferentes uma das outras. Assim acontece na sala de aula, em que várias modos , estratégias e idéias diferentes surgem na resolução de cada atividade com material concreto, com a grande vantagem de o aluno tem esse espaço para desenvolver livremente esses caminhos, até que, bem mais tarde seu professor apresente as formalizações matemáticas necessárias.

A proposta de oficina de Geometria com dobraduras, apresentada neste trabalho tem como metodologia o uso de material concreto, que são as dobraduras e origamis. Mas, seriam as dobraduras material concreto ou manipulativo? Há essa discussão atualmente sobre a suposta diferença desses materiais. Os materiais concretos são muitos e estão presentes diariamente no ensino mais do que se possa imaginar. As representações gráficas ou informais que fazemos para esclarecer um raciocínio são os materiais semi-concretos, enquanto que os concretos são todos aqueles que através de seu uso "físico", auxiliam na resolução de problemas que envolvem lógica e operações matemáticas. Como exemplo podemos citar: o ábaco, o material dourado, a calculadora, os blocos lógicos, jogos matemáticos, dobraduras, sólidos geométricos, etc. Os materiais manipulativos são materiais concretos que o aluno pode "transformar", ou seja, agir sobre o material de certa forma e através dessa manipulação e transformações concluir e elaborar novos conceitos. A dobradura é portanto manipulativo, que desenvolve etapas do raciocínio necessárias para a dedução geométrica, observação e localização espacial, assim como a criatividade e outras capacidades que serão mais detalhados no próximo capítulo deste trabalho. BERMAN (1982) apresentou uma possível definição para esses novos conceitos:

> *Aparentemente as expressões "materiais manipulativos" e "materiais concretos" podem significar coisas diferentes para pessoas diferentes. Torna-se necessário, então, defini-los. (...) "aqueles objetos concretos que quando manipulados ou operados pelo aluno e pelo professor, fornecem uma oportunidade para atingir certos objetivos". Eles apelam para diversos sentidos e caracterizam-se pelo envolvimento físico da criança numa situação ativa de aprendizagem. (p.1)*

Receber informações do professor não é suficiente para que os alunos aprendam realmente os conteúdos propostos de Matemática no Ensino Fundamental; como os materiais manipulativos apelam para o envolvimento físico da criança, agindo em situação de aprendizagem, isso explica o sucesso de seu crescente uso nas escolas, em aulas de laboratório, aulas regulares e oficinas. A Matemática envolve muitos problemas que nem sempre podem ser resolvidos pelos alunos em situações reais do cotidiano. As aulas que aproveitam recursos como os materiais já citados, podem fornecer situações artificiais similares em que o material concreto adequado simula o raciocínio necessário para a resolução.

O aprendizado e compreensão dos alunos dependem também da utilização correta dos materiais escolhidos. Isto consiste em permitir que num instante inicial os alunos explorem livremente o material para que possam descobrir sua organização. Só após este período o professor pode intervir orientando as atividades, propondo questões e estimulando o raciocínio de cada aluno. É importante também deixar que os estudantes troquem idéias entre si e se ajudem na resolução de tarefas.

Pode ser usado, como orientação para as atividades propostas, o Modelo de Van Hiele, que nos três primeiros níveis sugere a utilização de materiais concretos. Para evitar a discrepância de níveis entre a turma de estudantes, as primeiras atividades devem ser adequadas para elevar esse nível, dando oportunidade para o aluno de manusear, classificar e relacionar propriedades das diversas figuras geométricas. Através dessas experiências iniciais, o modelo sugere ainda que antes de iniciar as demonstrações permita-se que o aluno acredite que as propriedades são verdadeiras só com as conclusões feitas pela utilização do material. Alguns exemplos de atividades específicas para esses níveis são as que usam: recortes, dobraduras, geoplanos, varetas, canudinhos, trabalhos em quadriculados, mosaicos, quebra-cabeças chineses, quebra-cabeças geométricos e fichas de propriedades.

Dobraduras e Origami

O ato de dobrar papéis com o intenção de fazer surgir uma dobradura de alguma utilidade é muito antigo, tão antigo como a arte. Desde os aviõezinhos e barquinhos na escola até dobraduras mais complicadas como os Origamis japoneses, que com o dom artístico humano fazem surgir em um simples pedaço de papel, arte pura. Para fazermos uma dobradura é necessário que se tenha algum tempo disponível, muita criatividade, a memória para a seqüência de dobras, além de um pouco de habilidade manual, que pode surgir enquanto se treina tentando dobraduras mais simples. Quando na escola, naqueles dias quentes, os alunos dobram leques utilizando as folhas do caderno, não estão somente aliviando um pouco o calor mas também estão construindo retas paralelas. Abrindo o leque sobre a classe e observando as dobras vincadas (figura 1), podemos então perceber o feixe de retas paralelas:

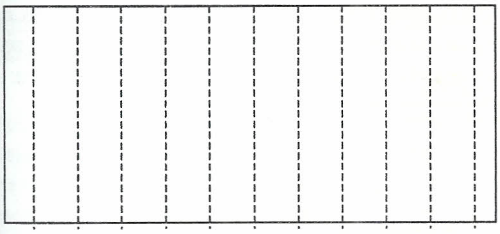

Figura 1: Feixe de paralelas

A folha por si só representa um ente matemático muito importante: o plano. Nesse "plano", que pode ser colorido ou não, retângulo ou quadrado, através de uma só dobra obtemos uma reta, como podemos ver na figura 2.

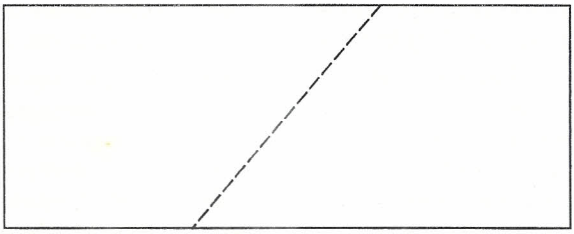

Figura 2: Vinco que pode representar a reta na folha

Assim, podem ser planejadas várias atividades em que é possível analisar muitas situações, desde a posição relativa entre si de retas até semelhança de figuras planas, Topologia até os Sólidos de Platão. Essas construções surgem do plano bidimensional ou na folha, no momento em que podemos manuseá-la para concretamente obter a figura, o teorema ou o ente matemático desejado.

Além disso, enquanto estamos fazendo as dobraduras, há uma seqüência de passos que devemos seguir. Memorizando esta seqüência, o estudante desenvolve a atenção e a concentração. Na Matemática existem muitos algoritmos para a resolução de cálculos, assim como demonstrações que exigem essa habilidade. A folha de papel e as sucessivas dobras tornam-se então um dos materiais manipulativos existentes mais importantes para desenvolvê-la.

Uma dobradura descoberta esse século e que ficou muito conhecida por estudantes americanos são os hexaflexágonos. No ano de 1939, estudavam em Princenton os futuros físicos Richard Feynman e Arthur Stone. Ocorreu que Stone havia trazido folhas de papel da Inglaterra e essas tinham dimensões maiores que as folhas americanas; para que coubessem nas suas pastas tinha que cortar tiras das laterais.

Um dia, manuseando essas tiras Stone percebeu que podia produzir algumas formas interessantes. Se essas dobras fossem orientadas quanto ao ângulo, ficavam mais perfeitas. Quando fez um vincos diagonais com ângulos de 60°, produziu um série de triângulos eqüiláteros semelhantes e uma tira que podia ser dobrada nas várias direções que este ângulo permite, conforme a figura 3.

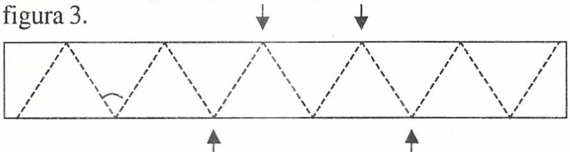

Figura 3: Dobras necessárias para obter o hexágono

Seguindo a dobras indicadas, Stone produziu o primeiro flexágono, que tem este nome por formar um hexágono e esse ser flexível. Esta tira de dez triângulos eqüiláteros pode formar até três combinações diferentes para as faces e por isso, se colorirmos ou numerarmos os triângulos três a três, é possível percebe-las mais facilmente.

Surgiram modelos mais complicados, que podem tomar muitos horas do tempo de quem os manuseia, modelos com até 18 triângulos, que formam os Hexahexaflexágonos, que possuem esse nome por formar um hexágono de seis faces. Na época foi formado na universidade um grupo de alunos só para estudar e equacionar as rotações, translações, a topologia e toda a Geometria Plana contida nessas tiras de papel.Essa comissão era formada por futuros matemáticos, físicos e estatísticos (BARCO, 1991).

Outra dobradura muito interessante do ponto de vista Matemático e artístico são os caleidociclos, que também parte de uma planificação formada apenas por triângulos, só que neste caso, isósceles. Quem descobriu como manipular essa malha de triângulos foi o arquiteto Maurits C. Escher, grande artista matemático do nosso século, que usava propriedades da Geometria para a construção de suas obras.

Mas ambas as dobraduras anteriores necessitam de materiais, além da folha de papel, para serem confeccionadas. É necessário régua, transferidor para medir os ângulos e uma certa habilidade no desenho geométrico. Mas existem dobraduras, "as dobraduras mais que perfeitas "(VIERA, 2002, p. 01), que são consideradas uma arte milenar japonesa : os origamis. Para construir um origami, precisamos apenas de uma folha de papel e um pouco de criatividade e paciência. Em japonês, ORI significa dobrar e KAMI significa papel, na escrita troca-se o K por G.

O grande desafio do origami é conseguir criar formas apenas com uma folha de papel. O origami puro também não pode ser pintado e nem admite encaixes com cola. Usa-se cola só para encaixar determinadas partes e tesoura só para os piques necessários, desde que não se jogue fora nenhuma parte do papel. Conforme VIERA (2002), as dobraduras são muito úteis nas aulas escolares não só nas aulas de matemática:

> *Com uma simples dobradura, pode-se atrair crianças de todas as idades para a leitura, para a escrita, para música, dramatizações e uma infinidade de conhecimentos. Porém, é importante que o professor se sinta seguro, não só para fazer a figura de papel, mas também para improvisar alguma atividade com uma determinada dobradura. Dobrar, vincar, encaixar, virar (como se folheia um livro), girar (como os ponteiros do relógio), puxar inflar, assoprar – todas essas ações fazem parte do passo a passo de um origami, e o resultado é uma forma tridimensional, capaz de se movimentar com um simples gesto e até fazer ruídos. (p. 02)*

Proposta de oficinas usando dobraduras

A partir das experiências iniciais e tendo aprofundado as leituras sobre ensino de Geometria e construção de dobraduras ou origamis, elaborei propostas de oficinas para o estudo de Geometria Plana e Espacial.

Oficina 1: Geometria plana.

Nesta oficina, o objetivo é trabalhar os entes primitivos da Geometria Plana e propriedades de algumas figuras, bem como desenvolver a leitura geométrica do espaço. Para a sua realização, são propostas as seguintes atividades:

Parte 1

1ª Atividade: pegue uma folha de papel, que pode ser uma folha de ofício simples ou colorida. Essa folha de papel nos dá idéia de um 'plano'. Um plano pode ser infinito para todos os lados, nesse caso a folha representa parte de um plano. Quantas faces têm um plano?

2ª Atividade: faça uma dobra na folha, como quiser (figura 4). Vinque bem e abra a folha para observar. O que foi obtido na folha?

Como o plano, a reta também irá se prolongar para os dois lados infinitamente.

3ª Atividade: observe o espaço à sua volta e descreva oralmente onde pode observar estruturas físicas que dão idéia das formas de plano e reta.

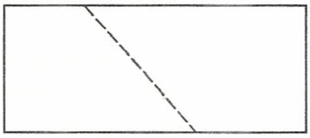

Figura 4: Observação da reta na folha.

4ª Atividade: pegue a folha 'plano' que contém a reta e faça um segunda dobra, de modo que a primeira se sobreponha a ela mesmo. Desdobre o papel e observe:

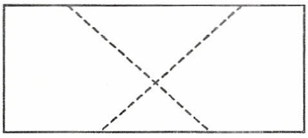

Figura 5: perpendiculares

Quantas retas você observa? Quanto à posição relativa, como essas retas estão?

Pergunta: O que é ser perpendicular ou estar perpendicular?

Quantos ângulos podemos observar na figura formada? Como chamamos o lugar geométrico onde as duas retas se encontram?

5ª Atividade: dobre a folha de papel nas dobras anteriores novamente. O que você obteve? Que ângulo você pode medir com essa dobradura?

6ª Atividade: pegue uma nova folha. Dobre ao meio e depois novamente ao meio, conforme indica a figura 6. Abra a folha. O que você observa?.

7ª Atividade: essas retas da segunda folha vão se encontrar? Observe à sua volta, os objetos da sala. Veja se você encontra elementos que dão a idéia de retas.

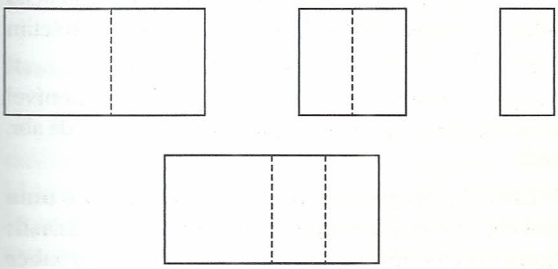

Figura 6: retas paralelas

Parte 2

1ª Atividade: como podemos obter um quadrado de um folha de papel tipo ofício?

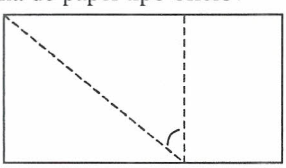

Figura 7: sugestão para obter o quadrado.

Dessa folha obtemos duas figuras, um quadrado e um retângulo. Quanto medem seus ângulos internos? E quanto à medida de seus lados, quais são? Qual o nome da dobra que divide o quadrado?

2ª Atividade: a diagonal do quadrado o dividiu em duas outra figuras planas iguais. Que figuras são essas? Quanto medem os ângulos internos? Esse triângulo é isósceles, eqüilátero ou escaleno? Você lembra?

3ª Atividade: a soma dos ângulos internos de um triângulo será sempre 180º. Vamos conferir? Pegue um triângulo qualquer de sua folha de papel, e dobre as pontas para dentro de forma que os ângulos se encontram, encaixando-se. Observe o dos seus colegas e confira se todos obtiveram o mesmo resultado. Sim, os ângulos vão se encaixar perfeitamente formando os 180º esperados. E agora, através de uma dobradura, como podemos obter a altura dos triângulos?

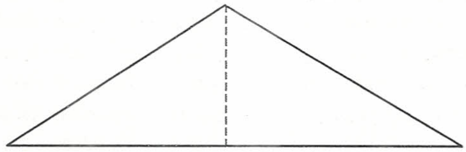

Figura 8: altura do triângulo

Parte 3

1ª Atividade: nesse momento já pode ser construído o primeiro origami, que será um octógono regular. A construção é baseada em IMENES(1988).

2ª Atividade: vamos construir o hexágono regular, a partir do triângulo eqüilátero, utilizando a mesma dobra como referência.

3ª Atividade: tome um folha de papel quadrada. Dobre em quatro partes iguais. Corte onde a seta indica:

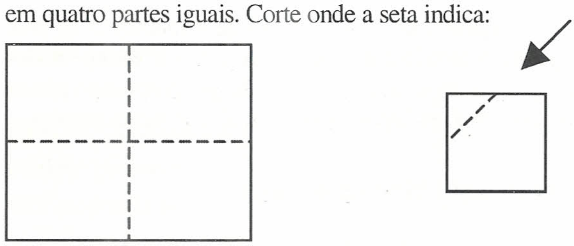

Figura 9

Abrindo esta parte podemos observar um losango, que esta dividido em quatro partes iguais pelas suas diagonais. As diagonais do losango se encontram sob um ângulo. Quanto mede esse ângulo?

Parte 4

Após o uso do material manipulativo pode-se fazer então algumas formalizações, que servirão como fixação do conteúdo que já foi aprendido com as observações e conclusões da oficina anterior. É importante que sejam lançadas algumas questões para que os alunos possam responder através das idéias novas que estudaram e assim desenvolvem o vocabulário matemático e o raciocínio lógico.

Por exemplo, podemos questionar: quanto aos quadriláteros que foram obtidos, cada um recebeu um nome diferente: quadrado, retângulo e losango. Por quê? Com podem ser classificados e diferenciados? E os triângulos? Qual a característica de cada um?

Considerações finais

Em 2002, uma das questões discursivas do Exame Nacional de Curso de Matemática , o 'Provão', referiuse à utilização de dobraduras como material concreto para o ensino de Geometria. Primeiramente foram apresentados os passos para as dobraduras que eram realizadas em um triângulo isósceles, para serem obtidos dois triângulos congruentes e logo após havia uma questão solicitando o teorema que justificava o fato. O último item questionava a opinião do formando sobre a utilização da dobradura como material concreto.

A dobradura, passo inicial para o estudo da Geometria, é um recurso didático acessível e de fácil manipulação. Como material dessa ordem, facilita ao professor atingir o objetivo inicial, que no caso da Geometria é de chamar a atenção do aluno para a figura em questão, suas propriedades e teoremas que a envolvem. Em seguida, a formalização das conclusões obtidas através dessas observações permitem ao aluno desenvolver corretamente o raciocínio geométrico em termos lógico-dedutivos.

Acredito que a divulgação de trabalhos com esse tipo de material concreto, bem como a testagem das propostas aqui indicadas, pode proporcionar novas descobertas em Geometria, para alunos e professores.

Referências bibliográficas

BARCO, Luiz. **As mil faces dos hexahexaflexágonos**. Super Jogos, São Paulo, v.6, n. 1 , p.12-14, 1992.

BARCO, Luiz. **Dobra, redobra, quebra a cabeça: são os flexágonos**. Super Jogos, São Paulo, v.5, p.12-15, 1991.

BERMAN, Barbara. **Como as crianças aprendem matemática: redescobrindo os materiais manipulativos**. Curriculum Review, v.21, n.2, 1982. Disponível em < http://www.mathematica.cjb.net >. Acesso em: 18 de abr. 2002.

PAIS, Luiz Carlos; FREITAS, José Luiz Magalhães de. **Um estudo dos processos de provas no ensino e na aprendizagem da geometria no ensino fundamental**. Bolema, Rio Claro, n. 13, p. 62-70, 1999.

IMENES, Luiz M. **Geometria das dobraduras**. São Paulo: Scipione, 1988. (Vivendo a Matemática).

KUBICZEWSKI, Jóice. **Oficina de Dobraduras para o Ensino de Geometria**. Porto Alegre: PUCRS, 2002. Monografia de Conclusão de Curso, Faculdade de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2002.

NASSER, Lilian. **Níveis de Van Hiele: uma explicação definitiva para as dificuldades em geometria**? Boletim Gepem, Rio de Janeiro, n. 29, p.31-35, 1989.

Origami e matemática para principiantes. Disponível em: < http://www.origami.pt.un > Acesso em: 29 de abr. 2002.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Há 150 anos uma querela sobre a geometria elementar no Brasil: algumas cenas dos bastidores da produção do saber escolar**. Bolema, Rio Claro, n. 13, p. 62-70, 1999.

VIERA, José Francisco Duran. Dobradura. Disponível em: <http://www.Mathematika.cjb.net > Acesso em 18 de abr. 2002.

Jóice Kubiczewski – Licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul e estagiária do Colégio Marista Nossa Senhora do Rosário de Porto Alegre.