revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

UMA EXPERIÊNCIA NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO NO 6° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: ARTICULAÇÕES ENTRE MATEMÁTICA ACADÊMICA E MATEMÁTICA ESCOLAR

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.28.462-476

Ivo da Silva Knopp[1]
Rui Aldé-Lopes[2]

Resumo: Este trabalho busca relatar uma experiência no estágio supervisionado que ocorreu no 6° ano do Ensino Fundamental do CAp-UFRJ relacionada ao ensino de múltiplos e divisores, na qual o primeiro autor exercia o papel de professor supervisor do segundo. No contexto de ensino remoto, a experiência se deu por meio de uma atividade na plataforma do Geogebra Classroom, construída e mediada pelos autores. Nosso objetivo com este trabalho é, portanto, discutir como tal experiência nos atravessou e constituiu-se como um elemento estruturante de nossa formação. Nesse sentido, o relato da experiência não focará nas produções dos estudantes da educação básica, mas, sim, em nossas percepções e intervenções em relação à atividade. Para tanto, dialogaremos com autores que versam acerca da formação de professores e o papel do estágio supervisionado nesta, além daqueles que tratam sobre as articulações entre matemática acadêmica, representada aqui pela teoria de grafos, e matemática escolar, representada aqui pelos múltiplos e divisores, construindo conexões com a nossa experiência. Com o nosso relato, esperamos mostrar que o estágio supervisionado não é apenas o lugar da matemática escolar na formação docente, mas que é também um lugar de atravessamentos entre esta e a matemática acadêmica.
Palavras-chave: Formação de professores. Estágio supervisionado. Matemática acadêmica e matemática escolar.

AN EXPERIENCE IN THE SUPERVISED INTERNSHIP IN THE 6TH GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL: LINKS BETWEEN ACADEMIC MATHEMATICS, SCHOOL MATHEMATICS

Abstract: This work aims to report an experience in the supervised internship that occurred in the 6th grade of Elementary School at CAp-UFRJ related to the teaching of multiples and divisors, in which the first author was the supervising teacher of the second. In the context of remote teaching, the experience took place through an activity on the Geogebra Classroom platform, concerned and mediated by the authors. Our objective with this work is therefore to discuss how such experience crossed us and constituted itself as a structuring element of our education as teachers. In this sense, the experience report will not focus on the productions of basic education students, but on our perceptions and interventions in relation to the activity. To do so, we will dialogue with authors who deal with teacher education and the role of supervised internship in it, in addition to those who deal with the articulations between academic mathematics represented by graph theory and school mathematics represented by multiples and divisors, building connections with our experience. With our report, we expect to show that the supervised internship is not only the place of school mathematics in teacher education, but that it is also a place of crossings between it and academic mathematics.
Keywords: Teacher education. Supervised internship. Academic mathematics and school mathematics.

[1]Doutorando em Ensino e História da Matemática e da Física no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (PEMAT/UFRJ), Mestre em Ensino de Matemática (PEMAT/UFRJ) e Professor de Matemática do Colégio Pedro II, E-mail: ivosknopp@gmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4560-5017

[2]Graduando em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), E-mail: aldelopesrui@gmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5945-7820

Introdução

Este trabalho busca relatar uma experiência no estágio supervisionado no 6° ano do Ensino Fundamental do Colégio de Aplicação da UFRJ (CAp-UFRJ) no ano letivo de 2021. Começamos reconhecendo as particularidades de nossa experiência. Em primeiro lugar, ela ocorreu em um contexto de ensino remoto imposto pela pandemia da SARS-CoV-2, então o ensino e a aprendizagem da matemática ocorreram por meio de tecnologias digitais, alterando decisivamente o modo de pensar e de conceber o conteúdo matemático, tanto por parte dos estudantes quanto por parte dos docentes envolvidos (ROSA; BICUDO, 2018). Além disso, a experiência se deu em uma escola federal e cujo um dos objetivos é a formação de professores de matemática, permitindo, portanto, que parcerias entre professores regentes e licenciandos, como a que relataremos, fossem possíveis.

Nesse sentido, nosso relato é guiado por uma atividade realizada no Geogebra Classroom, construída e mediada pelos autores deste trabalho, focalizando em como tal experiência atravessou e constituiu nossa trajetória profissional enquanto professor supervisor (primeiro autor) e professor em formação inicial (segundo autor). Isto é, nosso objetivo não é discutir as produções dos estudantes durante a atividade, mas, sim, descrever nossas percepções e intervenções na sala de aula e os impactos em nossa formação. Portanto, assumimos, em nosso relato, que

> [...] o estágio se constitui como um campo de conhecimento, o que significa atribuir-lhe um estatuto epistemológico que supera sua tradicional redução à atividade prática instrumental. Enquanto campo de conhecimento, o estágio se produz na interação dos cursos de formação com o campo social no qual se desenvolvem as práticas educativas. Nesse sentido, o estágio poderá se constituir em atividade de pesquisa (LIMA & PIMENTA, 2006, p. 6). Mas também e, em especial, na possibilidade de os estagiários desenvolverem postura e habilidades de pesquisador a partir das situações de estágio, elaborando projetos que lhes permitam ao mesmo tempo compreender e problematizar as situações que observam. Esse estágio pressupõe outra postura diante do conhecimento, que passe a considerá-lo não mais como verdade capaz de explicar toda e qualquer situação observada [...]. Supõe que se busque novo conhecimento na relação entre as explicações existentes e os dados novos que a realidade impõe e que são percebidas na postura investigativa (ibidem, pp. 14 – 15).

Então, discutiremos com mais enfoque na próxima seção, as nossas concepções acerca do estágio supervisionado em conjunto com suas relações entre teoria e prática (LIMA; PIMENTA, 2006; PIMENTA, 1995; SILVA; OLIVEIRA, 2019) e das matemáticas acadêmica e escolar (MOREIRA; DAVID, 2008), mostrando, ao fim, como ambas podem se articular no estágio supervisionado quando se adota uma abordagem problematizada da matemática nesse momento da formação docente (GIRALDO; ROQUE, 2021; GIRALDO, 2020). Em seguida, descreveremos a experiência nas seções "*Contextualizando a experiência*" e "*Matemáticas problematizada, acadêmica e escolar: a experiência com múltiplos e divisores*", destacando as suas relações com as discussões teóricas que tecemos. Na última seção, revisitaremos a relevância de assumirmos o estágio não apenas como o lugar da matemática escolar na formação docente, mas também como um lugar de atravessamentos entre esta e a matemática acadêmica.

Tecendo discussões teóricas

Como indicamos na seção anterior, concebemos o estágio não apenas como um componente prático da formação de professores, mas como um lugar de reflexão e, mais ainda, de pesquisa sobre as práticas docentes. Nesse contexto, Silva e Oliveira (2019) e Lima e Pimenta (2006) apontam que há três concepções para o estágio, as quais se relacionam com os entendimentos que se dão à ideia de *prática*. A primeira é a concepção de prática e do estágio como uma imitação de modelos que, supostamente, são tidos como eficientes em uma realidade de ensino imutável, gerando, assim, um conformismo e um conservadorismo frente às desigualdades sociais que atravessam a escola.

Por sua vez, a segunda concepção toma a prática e o estágio como instrumentalizações técnicas, isto é, há um entendimento de que o profissional precisa dominar apenas as rotinas de intervenção técnica na sala de aula, sem dominar os conhecimentos científicos; consequentemente, nesta concepção, reforça-se a dicotomia entre teoria e prática, dando um valor maior a esta última (LIMA; PIMENTA, 2006).

A terceira consiste em uma superação de tal dicotomia, almejando um estágio que represente uma unidade entre teoria e prática (PIMENTA, 1995), ou seja, um estágio que seja uma atividade articuladora do curso, "uma atividade instrumentalizadora da práxis (atividade teórica e prática) educacional, da transformação da realidade existente" (ibidem, p. 63). Nesse caso, a teoria no estágio tem um papel de fornecer aos sujeitos pontos de vista diversos sobre a ação contextualizada e, assim, "os saberes teóricos propositivos se articulam [...] aos saberes da ação dos professores da prática institucional, ressignificando-os e sendo por eles ressignificados" (LIMA; PIMENTA, 2006, p. 13).

Dentre essas concepções, nos aproximamos mais da terceira e acrescentamos a ela que o estágio é também um constituinte da formação de professores em que deve ser construída junto com o estagiário, dentro dessa perspectiva de práxis, uma postura contra as diversas discriminações presentes na sociedade e que vão se manifestar no trabalho docente, como racismo, machismo, LGBTfobia, xenofobia, dentre outras, para que se concretize "uma reavaliação das existências coletivas e individuais, das posições epistêmicas [...], bem como da agenda política que nos guia" (FERNANDES; GIRALDO; MATOS, 2022, p. 7, tradução nossa). No entanto, Pimenta (1995) e Lima e Pimenta (2006) versam sobre o estágio em um contexto de formação mais geral e o que pretendemos aqui é estender e analisar tais discussões para a licenciatura em matemática mais especificamente. Nesse contexto, há, além da dicotomia teoria *versus* prática, a dicotomia matemática acadêmica *versus* matemática escolar, que discutiremos a seguir.

Moreira; David (2008, p. 24, tradução nossa) entendem a matemática acadêmica como um "corpo de conhecimento científico produzido e organizado pelos matemáticos profissionais", ao passo que a matemática escolar é aquela estudada em tal contexto educacional[3]. Embora pareça haver apenas uma diferença semântica entre essas adjetivações da matemática, há também uma diferença hierárquica, uma vez que elas são colocadas em posições dicotômicas, ora pela universidade, ao dar espaços desiguais de poder para cada uma na estrutura curricular da licenciatura em matemática, ora pela escola, ao encerrar suas discussões em si mesma e, por vezes, em seus currículos convencionais (GIRALDO, 2019; GIRALDO, 2020). Não advogamos por uma hibridização entre a matemática acadêmica e a matemática escolar, até porque, como indicam Moreira e David (2008), existem diversos elementos conflitantes entre ambas. Pretendemos, ao contrário, mostrar que, apesar de uma relação não necessariamente harmoniosa entre ambas (ibidem), uma articulação é possível no contexto do estágio supervisionado, em que há uma orientação para a prática docente, mas que não se reduz a um saber-fazer.

Nesse sentido, uma concepção que pode auxiliar em tal articulação é a matemática problematizada proposta por Giraldo (2018, 2019, 2020) e Giraldo e Roque (2021). Os autores consideram a matemática problematizada como a

> [...] posição do pensamento que tem *a categoria de problema como o único a priori* da matemática e constituinte do próprio saber. Isto é, a matemática

[3] Não queremos dar a impressão de que as categorizações dos conteúdos matemáticos nessas classes é homogênea e universal. Por exemplo, o estudo de grafos é comumente associado, no Brasil, à matemática acadêmica, mas, em outros países, como Portugal, é um assunto abordado na matemática escolar. Aqui, adotamos uma versão mais simplificada dessa categorização por se tratar de um relato de experiência cujo objetivo não é discutir os critérios para categorizar os conteúdos.

> como campo de saber e como campo de invenção se constitui por problemas e não de respostas ou soluções (GIRALDO; ROQUE, 2021, p. 15, grifos nossos).

Dessa forma, a matemática problematizada prioriza os problemas teóricos e/ou empíricos, as dúvidas e a busca por soluções ainda que parciais, em lugar de estabelecer respostas fechadas que se encerram em si mesmas, além de também privilegiar a produção de sentidos e afetos, ao invés da exposição de fatos e informações (GIRALDO, 2019). Assim, essa abordagem da matemática ajuda a tensionar a dicotomia matemática acadêmica *versus* matemática escolar, promovendo a articulação que acima mencionamos, pois não é ditada pelos currículos convencionais da última, nem pela organização formal da primeira, mas, sim, coloca ambas em posição de problematização (GIRALDO, 2020) e em diálogo visando à prática docente não como um saber-fazer, mas como uma práxis. Isto é, prioriza os problemas teóricos e/ou empíricos, as dúvidas, as conjecturas levantadas sobre eles e o estabelecimento de relações entre os conceitos convencionalmente associados à matemática escolar e à matemática acadêmica, ao invés da exposição de procedimentos, roteiros e respostas que apenas informam os estudantes/licenciandos sobre um fato matemático.

Em particular, argumentamos que, no estágio supervisionado, a adoção de uma matemática problematizada pode não só promover as articulações entre matemática acadêmica e matemática escolar nesse contexto, mas também pode se alinhar à terceira perspectiva do estágio apontada por Silva e Oliveira (2019) e Lima e Pimenta (2006); isto é, a matemática problematizada pode ajudar na superação da dicotomia entre teoria e prática, algo já apontado por Giraldo (2019). Dessa forma, nosso trabalho relata, por um lado, a experiência que tivemos no papel de professor supervisor e professor em formação inicial e, por outro, tenta dar conta de mostrar as articulações que traçamos entre a matemática acadêmica e a matemática escolar, a partir de uma abordagem problematizada da matemática com os estudantes e com nós mesmos enquanto profissionais em formação contínua.

Contextualizando a experiência

Como apresentamos inicialmente, a nossa experiência se deu no 6° ano do CAp-UFRJ durante o ano letivo de 2021 no formato remoto de ensino imposto pela pandemia do novo coronavírus. Tal contexto alterou decisivamente como nós ensinamos matemática e como os estudantes a aprendem, incluindo aí uma reconfiguração nas relações de afeto. As aulas ocorriam tanto de modo síncrono quanto assíncrono, mas a nossa análise recairá apenas sobre o momento síncrono, o qual era realizado por meio da plataforma de conferências virtuais, o Google Meet.

A experiência consistiu na realização de uma atividade por meio da plataforma do Geogebra Classroom, uma plataforma que envolve a criação de salas de aula online e o uso de materiais didáticos que permite o acompanhamento em tempo real da realização das tarefas pelos alunos[4]. A atividade era intitulada, originalmente em espanhol, "Múltiplos y Divisores"[5]. Ela foi modificada por nós, uma vez que a plataforma permite essa colaboração entre os professores, para a adequarmos à nossa realidade escolar. No momento de realização da atividade, os alunos estavam iniciando os estudos sobre o assunto, então a familiaridade e a diferenciação entre os termos ainda não estavam tão nítidas para todos e, assim, entendemos que a atividade foi relevante também para aprofundar e diversificar os olhares sobre múltiplos e divisores dos números naturais.

O que iremos relatar adiante não ocorreu apenas em uma aula síncrona, mas em duas, cada uma com duração de quarenta e cinco minutos. Essa prolongação se deu, sobretudo, pelo interesse dos estudantes nas discussões e pela sua vontade de explorar as propriedades que observavam. De todo modo, houve uma limitação de tempo, com a qual tivemos que lidar, imposta pelo horário escolar, mas reafirmamos que o debate não se encerrava ali, abrindo margem para mais testes e conjecturas posteriormente.

Matemáticas problematizada, acadêmica e escolar: a experiência com múltiplos e divisores

Nossa aula se iniciou como sempre: com um afetuoso bom dia. Retomamos o que havíamos discutido sobre múltiplos e divisores e o primeiro autor convida: "*Vamos fazer uma atividade no Geogebra Classroom? Dessa vez, é um jogo com uma tabela de números*"[6]. Fornecemos o link para o acesso e esperamos a entrada de cada um na sala[7], como já era costume em nossas aulas com outras atividades. Ao entrarem, eles se deparavam com a seguinte

[4]O Geogebra Classroom pode ser acessado por meio do endereço eletrônico: https://www.geogebra.org/classroom. Acesso em: 03 mar. 2023.
[5] A atividade proposta em espanhol pelo seu autor original, cujo nome de usuário no Geogebra Classroom é "Ceferino A.", pode ser acessada através do endereço eletrônico: https://www.geogebra.com/m/YfXZjNaU. Acesso em: 10 dez. 2021.
[6] Nesta seção, a escrita em itálico e entre aspas indica frases que emergiram durante a experiência, seja dos alunos, seja dos professores envolvidos.
[7] O link para a atividade com nossa apropriação é o seguinte: https://www.geogebra.com/m/zqc4m4vd. Acesso em: 10 dez. 2021.

imagem:

Figura 1: Tabela de números da atividade

Fonte: Ceferino A. (s.d.). Disponível em: https://www.geogebra.org/m/YfXZjNaU. Acesso em: 03 mar. 2023.

O primeiro autor deste trabalho conversou com eles, traduzindo o enunciado do problema da seguinte forma: "*O objetivo é retirar a maior quantidade possível de números, clicando sobre eles, com a única condição de que o número retirado deve ser múltiplo ou divisor do retirado anteriormente*". Os alunos começaram a brincar com a atividade antes mesmo de pensarem sobre as questões que propusemos. No entanto, uma observação feita pelo autor original da atividade os instigou: "*Você pode chegar a tirar até 26 números*".

Os alunos começaram a tentar e, juntos, denominamos a sequência de retirada dos números de "caminhos" e a quantidade de números nos caminhos de "tamanho". Assim, duas regras básicas do jogo eram de que ele terminaria quando não houvesse mais jogadas possíveis a partir da sequência construída – nesse caso, segundo o autor original da atividade, o maior caminho/sequência teria tamanho 26 – e não era possível retirar mais de um número simultaneamente considerando o "anterior" comum – por exemplo, se começássemos com o 20, não poderíamos tirar, simultaneamente, o 4 e o 5. Aqui, um em diálogo com o outro, já buscávamos correlacionar as tentativas com a teoria de grafos, refletindo-se em nossa sugestão para os nomes, mas ainda sem uma formalização das ideias; ou seja, essa foi a nossa primeira tentativa de articular os grafos comumente abordados na matemática acadêmica e os múltiplos e divisores comuns, embora não exclusivos, da matemática escolar, não junto aos alunos, até porque eles não conheceriam os grafos, mas entre nós mesmos para aprofundarmos as discussões sobre o problema que estava se levantando.

Passados os primeiros instantes de identificação e compreensão do funcionamento da atividade, convidamos os estudantes a responderem às questões abaixo que estimulavam uma investigação acerca da tabela da Figura 1:

Quadro 1: Perguntas da atividade

1 – Se começássemos o nosso caminho com o número 19, qual o número deveria ser o próximo no caminho? Existiria outra opção? Por quê?
2 – O jogo termina quando não há mais jogadas possíveis. É possível terminar o jogo usando apenas ***um*** número? Se sim, qual seria ele? Se não, por quê?
3 – É possível terminar o jogo usando apenas ***dois*** números? Se sim, quais seriam eles? Se não, por quê?

Fonte: Os autores

Após responder essas perguntas, um aluno, então, exclamou: "*E com três números? É possível ter um caminho, professor?*". Então, pontuamos que estas perguntas eram apenas um recorte de inúmeras outras que poderiam ser feitas e que eles poderiam pensar mais sobre. Afinal, relembramos que trabalhar com matemática não envolve somente encontrar respostas, mas também formular perguntas e ser criativo (GIRALDO; ROQUE, 2021). Mais uma vez, reafirmamos a abordagem problematizada que adotamos em nossa experiência de estágio supervisionado.

A primeira aula estava terminando e alguns alunos estavam profundamente envolvidos com o desafio de encontrar o caminho de tamanho 26 após responderem às três perguntas do Quadro 1. Para instigar a sistematização da solubilidade do problema, no início da segunda aula oferecemos uma solução particular de um caminho de tamanho 26, informando que esta teria sido obtida por tentativa e erro. Agitaram-se no mesmo instante e ficaram curiosos para saber qual era e, assim, apresentamos:

22-11-33-1-18-9-27-3-21-7-28-14-2-12-36-6-30-15-5-10-20-4-32-16-8-24

O problema parecia resolvido e os alunos foram conferir por conta própria, entrando no link disponibilizado anteriormente. Agora, nossa atividade tomava outros rumos com a seguinte pergunta feita por ambos os autores deste trabalho: "*Dado que conseguimos o caminho de tamanho 26, existiria algum outro ou esse era o único?*". O segundo autor, em seu papel de licenciando estagiário, interveio para afirmar que não era único, pois, ao menos, existia o seu simétrico, ou seja, o caminho "*de trás para frente*". Daqui em diante, notamos, com mais afinco, a participação do professor em formação inicial não como um mero observador, mas como sujeito atuante e, assim, deslocamos o estágio da perspectiva de imitação de modelos criticada por Lima e Pimenta (2006) para a perspectiva da superação da dicotomia teoria *versus* prática. Afinal, o licenciando utilizou seu conhecimento teórico sobre simetria para intervir e atuar na prática com os alunos da educação básica.

Ou seja, a intervenção do segundo autor foi especialmente potente, pois não apenas informou os alunos sobre um fato, mas também permitiu que discutíssemos a reciprocidade entre um número ser múltiplo de outro e deste último ser um divisor do primeiro. Além disso, o termo "simétrico" também causou estranheza, pois já havíamos abordado simetria no conjunto dos divisores de um número e, assim, o caminho de tamanho 26 era o segundo exemplo de estrutura com a qual eles tiveram contato que se indicou a presença de uma simetria, mesmo que diferente da simetria estudada no conjunto dos divisores. Provocamos em conjunto: "*Existiria outro caminho que não é este nem o seu simétrico e que tem tamanho 26?*".

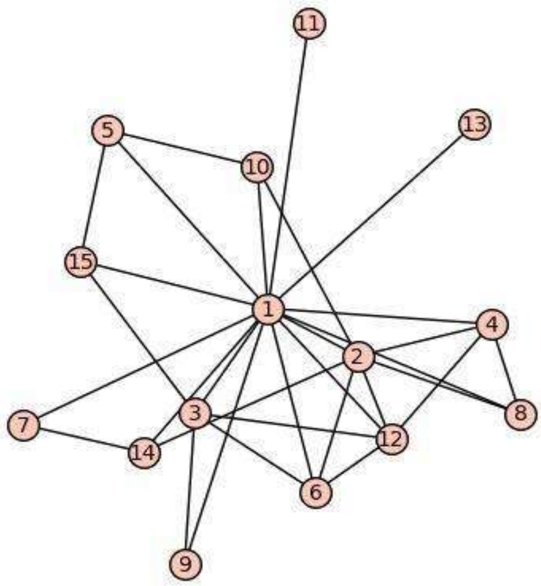
Os alunos, ainda no link, começaram a buscar respostas para a pergunta colocada. Não esperávamos soluções definitivas, até porque a matemática problematizada não as prioriza (GIRALDO; ROQUE, 2021), mas o que eles produziram foi surpreendente. Uma aluna afirmou: "*Professor, encontrei um caminho de tamanho 27*". Até aquele momento, não havíamos pensado que seria possível superar o tamanho máximo de 26, pois esse era o limite estipulado pelo autor original. Por algum problema de internet, ela havia perdido a anotação do caminho que fez. No entanto, após sua afirmação, não desconfiamos de que, de fato, haveria um caminho de tamanho maior que 26. Nesse sentido, colocamos o desafio de encontrar qual seria o caminho perdido por essa aluna ou algum outro de tamanho ainda maior.

A maior contribuição da aluna foi levantar para todos a dúvida sobre o limite colocado pelo autor original da tarefa. Com isso, entendemos que a articulação entre a matemática acadêmica e a matemática escolar por meio da linguagem de grafos naquele problema poderia ajudar na busca por caminhos de tamanho ainda maiores, ou seja, consideramos que ambas em diálogo poderiam trazer novos olhares e discussões para o problema. A ideia de se usar grafos foi levantada pelo segundo autor, que se deparou com a área em sua formação inicial e buscou em sua graduação disciplinas sobre tal conteúdo. Sabíamos que os estudantes, em sua maioria, não conheceriam a linguagem de grafos, mas deixamos nítido para eles que o importante não era entender tudo aquilo sobre o que falaríamos e, sim, procurar compreender como o caminho do problema original se traduzia em um problema análogo, com as correspondências que daí decorreriam – até porque entender tudo sobre um assunto é, segundo uma abordagem problematizada, algo impossível; o aprendizado é sempre um processo inacabado (GIRALDO; ROQUE, 2021).

revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Então, enquanto os estudantes trabalhavam na atividade, transformamos a tabela da Figura 1 em um grafo com a seguinte condição para formação de suas arestas: dois vértices v_1, v_2 formam uma aresta se, e somente se, o número representado por v_1 é múltiplo ou divisor do número representado por v_2. Nesse caso, não precisamos que o grafo seja direcionado devido à reciprocidade na relação entre múltiplo e divisor. Assim, analisamos um caso menor e vimos que, se a tabela possuísse apenas 15 números, ela seria modelada pelo seguinte grafo criado pelo programa *Sagemath*[8] encontrado pelo segundo autor para auxiliar nas discussões:

Figura 2: Grafo que modela a tabela com 15 números no total



Fonte: Os autores

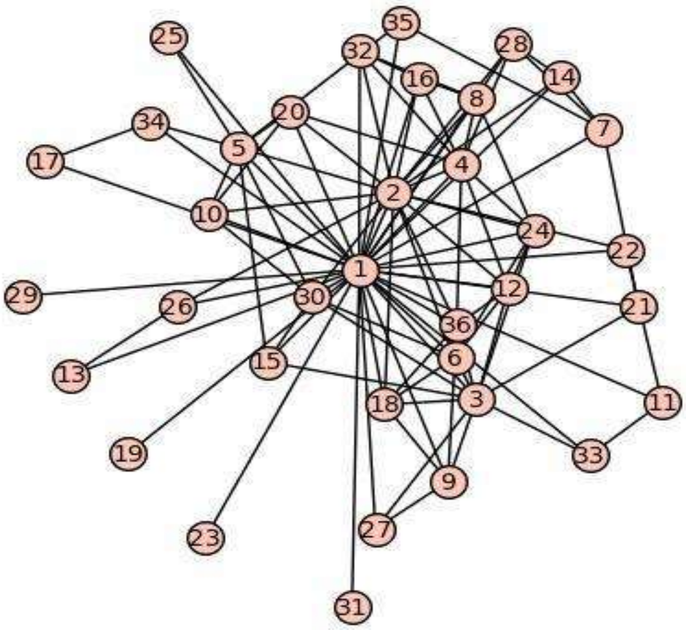
Esse é um caso mais simples do ponto de vista computacional, já que há menos vértices e arestas. Alguns padrões já eram notados, como: (i) os números primos maiores que 10 e menores que o 15 (o 11 e o 13) possuírem grau 1 – isto é, em seus vértices, incidia apenas uma aresta –, o que se relaciona com a questão 3 do Quadro 1, pois, começando no 1 e indo ao 11 ou ao 13, o jogo se encerraria e esses seriam os menores caminhos possíveis (de tamanho 2); (ii) o número 1 ter o maior grau possível para um grafo de tamanho 15, ou seja, grau 14, fato que se relaciona com a questão 2 do Quadro 1, pois, independentemente de onde se comece o caminho no grafo, o vértice inicial será sempre adjacente ao vértice que representa o 1 e, assim, o caminho nunca poderá ter apenas um vértice.

Nosso trabalho seria, então, encontrar um caminho nesse grafo que cobrisse o maior

[8] O *Sagemath* está disponível para download em: https://www.sagemath.org/. Acesso em: 12 dez. 2021.

número possível de vértices. De fato, trata-se de um caminho e não de um passeio (BONDY; MURTY, 1976), pois a atividade no Geogebra Classroom não permitia que voltássemos a um número já clicado e, portanto, não poderia haver repetição de vértices. Com essas primeiras observações, estendemos o problema para o caso original da Figura 1: o grafo com 36 vértices. Já esperávamos que os vértices que representam os primos maiores que 19 tivessem grau 1, pelo mesmo motivo do que ocorreu com o 11 e com o 13 na Figura 2. Obtivemos o seguinte grafo com a ajuda do *Sagemath*:

Figura 3: Grafo que modela a tabela da Figura 1



Fonte: Os autores

O desafio era encontrar o caminho que cobria o maior número possível de vértices e um dificultador era que não sabíamos sequer que número era esse. Dessa forma, o segundo autor criou um código na linguagem *Sagemath* para fornecer o caminho que buscávamos. Esse processo não foi imediato e, enquanto desenvolvíamos a resposta, fizemos questão de mostrar para os alunos as tentativas e códigos incompletos, com o objetivo de deixar claro que estávamos pensando dessa forma pela primeira vez e junto com eles. No código final, as primeiras linhas referiam-se à própria construção do grafo e o último comando referia-se ao caminho, conforme a Figura 4:

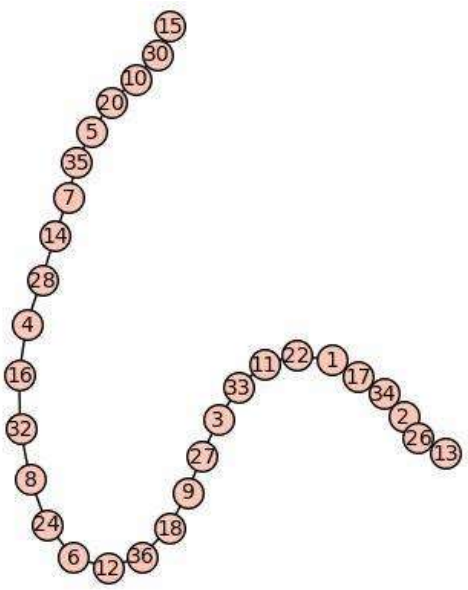
Figura 4: Código de modelagem do problema

```
G=Graph()
n=36

for i in range(1,n+1):
      G.add_vertex(i)

for i in range(2,n+1):
    G.add_edge(1,i)

for i in G.vertices():
      for j in G.vertices():
          m=i*j
          if m<=n and i!=m and j!=m:
              G.add_edge(i,m)

G.longest_path().show()
```

Fonte: Os autores

O programa funcionou ainda durante a aula e nos forneceu o caminho desejado e, consequentemente, pelas discussões que já tínhamos feito com os estudantes, pelo menos mais um: o seu simétrico. O caminho obtido tem tamanho 30 e pode ser ilustrado como mostra a Figura 5:

Figura 5: O caminho de maior tamanho na tabela da Figura 1



Fonte: Os autores

Assim que conseguimos, comunicamos aos estudantes que logo se entusiasmaram em saber o resultado. O segundo autor explicou brevemente a linguagem de grafos para situar a trajetória que percorremos, reafirmando que era mais relevante entender a transformação de um problema em outro análogo do que todos os detalhes sobre os quais falaríamos, e apresentou o caminho encontrado pelo programa. Eles foram rapidamente reproduzir a resolução em seus computadores para conferirem e falaram extremamente animados que, finalmente, havíamos chegado a uma resposta.

Destacamos, junto a eles, que, embora tenhamos encontrado uma solução, tão importante quanto ela é a formulação de novas perguntas, é a busca pelo querer saber mais, é o entendimento da categoria problema como constituinte do próprio saber (GIRALDO; ROQUE, 2021). E, depois da aula, como o Geogebra Classroom permite que vejamos o andamento dos alunos, observamos que lá estavam eles tentando encontrar um caminho ainda maior. Além disso, a articulação entre a matemática acadêmica, representada pelos grafos, e a matemática escolar, representada pelos múltiplos e divisores, nos atravessou fortemente e auxiliou na produção de novos sentidos para esses conteúdos, tanto para os estudantes quanto para nós mesmos enquanto professores em formação contínua. Aliás, a experiência nos mostrou como a teoria e a prática se manifestam de maneira muito próxima no estágio e, assim, entendemos que houve ao menos um tensionamento da dicotomia que envolve ambas, deslocando o estágio das perspectivas da imitação de modelos e da instrumentalização técnica apontadas por Lima e Pimenta (2006). Consideramos, portanto, que nossos anseios com a experiência foram atingidos.

Considerações finais

Em resumo, mesmo havendo pontos a se avançar, como a garantia da participação de todos os estudantes – algo que nos foi negado devido ao ensino remoto com suas peculiaridades –, e outros a se pensar, como a sua adaptação ao ensino presencial, entendemos que a experiência contribuiu para a nossa formação pelo fato de articular a matemática acadêmica e escolar e por tornar o estágio um momento de tensionamento da dicotomia entre teoria e prática. Isto é, o estágio supervisionado, na formação inicial de professores de matemática, não é apenas a representação da matemática escolar ou da prática, mas, sim, um lugar de atravessamentos entre estas, a matemática acadêmica e a teoria. Reafirmamos, enfim, que

> A pesquisa no estágio, como método de formação dos estagiários futuros professores, se traduz pela mobilização de pesquisas que permitam a ampliação e análise dos contextos onde os estágios se realizam. Mas também e, em especial, na possibilidade de os estagiários desenvolverem postura e habilidades de pesquisador a partir das situações de estágio, elaborando projetos que lhes permitam ao mesmo tempo compreender e problematizar as situações que observam. Esse estágio pressupõe outra postura diante do conhecimento, que passe a considerá-lo não mais como verdade capaz de

> explicar toda e qualquer situação observada [...]. Supõe que se busque novo conhecimento na relação entre as explicações existentes e os dados novos que a realidade impõe e que são percebidas na postura investigativa (LIMA; PIMENTA, 2006, pp. 14-15).

É também importante comentar que, após encerrada a atividade com a turma, o segundo autor continuou a se aprofundar no problema, escrevendo por fim o seu trabalho de conclusão de curso sobre tal conteúdo intitulado *Caminhos mais longos em Grafos de Divisores* a ser defendido em março de 2023 pelo Instituto de Matemática da UFRJ, reforçando a noção de que o espaço do estágio pode ser um lugar de articulação entre a matemática acadêmica e a matemática escolar, bem como de pesquisa sobre a própria prática docente. Esperamos ter mostrado tais aspectos, que foram tão significativos para nós enquanto professores, neste relato.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 001.

Referências

BONDY, J. A.; MURTY, U. S. R. **Graph theory with applications**. 1ª ed. London: Macmillan, 1976.

FERNANDES, F. S.; GIRALDO, V.; MATOS, D. The Decolonial Stance in Mathematics Education: pointing out actions for the construction of a political agenda. **The Mathematics Enthusiast**, v. 19, n. 1, p. 6-27, 2022.

GIRALDO, V. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Ciência e Cultura**, v. 70, n. 1, p. 37-42, 2018.

GIRALDO, V. Isso não é uma aula de análise: como ensinamos e o que aprendemos com as componentes curriculares de matemática acadêmica na licenciatura em matemática. *In*: TRALDI JR., A.; TINTI, D. S.; RIBEIRO, R. M. (org.). **Formação de professores que ensinam matemática:** processos, desafios e articulações com a educação básica. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática Regional São Paulo, 2020. p. 114-136. *E-book.*

GIRALDO, V. Que Matemática para a Formação de Professores? Por uma Matemática Problematizada. *In*: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá. **Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática.** Cuiabá: SBEM-MT, 2019. v. 1, p. 1-12.

GIRALDO, V.; ROQUE, T. Por uma Matemática Problematizada: as Ordens de (Re)Invenção**. Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 35, p. 1 - 21, 2021.

LIMA, M. S. L.; PIMENTA, S. G. Estágio e docência: diferentes concepções. **Poíesis pedagógica**, Goiânia, v. 3, n. 3 e 4, p. 5-24, 2006.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. Academic mathematics and mathematical knowledge needed in school teaching practice: Some conflicting elements. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v. 11, n. 1, p. 23-40, 2008.

PIMENTA, S. G. O estágio na formação de professores: unidade entre teoria e prática. **Cadernos de pesquisa**, n. 94, p. 58-73, 1995.

ROSA, M.; BICUDO, M. A. V. Focando a constituição do conhecimento matemático que se dá no trabalho pedagógico que desenvolve atividades com tecnologias digitais. *In*: PAULO, R. M.; FIRME, I. C.; BATISTA, C. C. (orgs.). **Ser professor com tecnologias:** sentidos e significados. São Paulo: Cultura Acadêmica Editora, 2018. p. 13-44. *E-book*.

SILVA, U. D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. Reflexões sobre as influências do estágio supervisionado nas práticas de professores recém-egressos da Licenciatura em Matemática. *In*: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2019, Cuiabá. **Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática.** Cuiabá: SBEM-MT, 2019, v. 1, p. 1-14.

Recebido em: 08 de outubro de 2022
Aprovado em: 20 de fevereiro de 2023