revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

# ESTRATÉGIAS DE ALUNOS DO 7º ANO NA RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE SUBTRAÇÃO DE FRAÇÕES NO CONTEXTO DO EAMvRP

**DOI:** https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.28.515-532

Tereza Aparecida Rozario[1]
Rafael Machado da Silva[2]
Marcelo Carlos de Proença[3]

**Resumo:** O presente relato de experiência tem como objetivo apresentar as estratégias de resolução de um problema, envolvendo o conteúdo de subtração de frações com denominadores diferentes, no contexto do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas - EAMvRP. Os participantes foram os alunos da turma do 7° ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública do Paraná. A proposta foi pautada nas cinco ações da abordagem do EAMvRP. Por meio de nossa intervenção pedagógica, identificamos os seguintes aspectos: a) a interação entre os alunos e a professora; b) a postura ativa dos grupos/alunos durante o processo de resolução em busca da solução para o problema; c) o desafio aos grupos/alunos por meio da mediação da professora para criarem suas estratégias de resolução. Consideramos que, no EAMvRP, os alunos puderam repensar e validar suas estratégias de resolução a partir do conhecimento já adquirido, o que proporcionou um conhecimento matemático (re)construído pelo próprio aluno.
**Palavras-chave:** Educação Matemática. Resolução de Problemas. Ensino-Aprendizagem.

# 7th GRADE STUDENTS' STRATEGIES IN SOLVING A FRACTION SUBTRACTION PROBLEM IN THE CONTEXT OF THE EAMvRP

**Abstract:** This experience report aims to present the strategies for solving a problem, involving the content of subtraction of fractions with different denominators, in the context of Teaching-Learning of Mathematics via Problem Solving - EAMvRP. The participants were students from the 7th grade of a public school in Paraná, Brazil. The proposal was based on the five actions of the EAMvRP approach. Through our pedagogical intervention, we identified the following aspects: a) the interaction between the students and the teacher; b) the active posture of the groups/students during the resolution process in search of a solution to the problem; c) the challenge to the groups/students through the teacher's mediation to create their resolution strategies. We consider that in the EAMvRP the students were able to rethink and validate their resolution strategies based on the knowledge already, which provided a mathematical knowledge (re)constructed by the student himself.
**Keywords:** Mathematics Education. Problem solving. Teaching-Learning.

## Introdução

O presente artigo é decorrente da implementação de uma atividade de matemática em

[1]Mestra em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá – UEM/PR. Professora efetiva da Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná – SEED/PR. E-mail: tere.matematica@hotmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1104-5469
[2]Doutorando em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM-PR), Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTPR-Londrina). E-mail: rm.raffael@gmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0830-2121
[3]Doutor na área de Ensino de Ciências e Matemática pela Faculdade de Ciências da UNESP, campus de Bauru-SP. Professor Associado do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM). E-mail: mcproenca@uem.br – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6496-4912

sala de aula para atender à proposta de estudos no curso Formadores em Ação, oferecido pela Secretaria da Educação e do Esporte do Estado do Paraná (SEED-PR), o qual sugeriu o uso de metodologias ativa de ensino. Para Souza e Tinti (2021), metodologias ativas propõem um processo de ensino focado no aluno, o qual é agente central da construção do conhecimento e é instigado a buscar o conhecimento por meio de análises e estudos com o intuito de solucionar um problema.

A Resolução de Problemas tem o enfoque de colocar o aluno como protagonista de sua aprendizagem e o professor como mediador desse processo. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018) indica o uso da resolução de problemas como um dos processos matemáticos a serem tratados em sala de aula, portanto consideramos ser relevante elaborar e implementar uma abordagem de ensino com resolução de problemas (RP).

Essa abordagem foi baseada nos pressupostos de Proença (2018) sobre o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), que se estrutura em cinco ações de ensino, denominadas como: *escolha do problema*, *introdução do problema*, a*uxílio aos alunos durante a resolução*, d*iscussão das estratégias dos alunos* e a*rticulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*. Destacamos que a segunda ação, *introdução do problema*, implica que o trabalho seja desenvolvido preferencialmente em grupos para que os alunos possam compartilhar seus conhecimentos e experiências aprendidos anteriormente. Lacerda e Silveira (2013, p. 78) relatam que "o jogo de linguagem pode se configurar na interação entre pares na busca de interpretação e comunicação de textos matemáticos", fato que ocorre na ação *introdução do problema*, em que os grupos de alunos interagem, discutem e anotam da maneira que é conveniente para eles, na tentativa de resolver o problema.

Estudos fundamentados nas cinco ações do EAMvRP de Proença (2018) foram desenvolvidos em sala de aula na Educação Básica nos últimos anos (SOUSA; PROENÇA, 2019), (OLIVEIRA; PROENÇA, 2020), (ROZARIO; OLIVEIRA; PROENÇA, 2021), (ROZARIO, 2022), (AKAMINE; PROENÇA, 2022), (ROZARIO; PROENÇA, 2022). Esses trabalhos afirmam que o EAMvRP proporcionou aos alunos a construção do conhecimento matemático, bem como a interação ativa e a participação entre os alunos, tendo a oportunidade de discutir ideias, relembrar conceitos prévios, fazer a verificação e validação de possíveis mudanças durante o processo de resolução de uma situação de matemática. Os pesquisadores relatam também que é importante o auxílio do professor(a) no momento da terceira ação, *auxílio aos alunos durante a resolução,* pois, com a ajuda do professor, as dificuldades vão sendo superadas e os alunos persistem tentando encontrar a resposta.

Portanto, neste artigo, tivemos como objetivo apresentar as estratégias de resolução de uma situação de matemática (possível problema), elaboradas pelos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, matriculados em um Colégio Estadual público, situado em município do Estado do Paraná, envolvendo o conteúdo de subtração de frações com denominadores diferentes no contexto do EAMvRP.

## Resolução de problemas no ensino de Matemática

Uma maneira de ensino voltada para a construção de novos conhecimentos do aluno a partir do auxílio do professor(a) é envolver os alunos no processo de RP, pois pode-se favorecer um ambiente em que os alunos mobilizem seus conhecimentos prévios para compreenderem o problema, além de proporem e executarem suas estratégias em busca de uma solução. Para a utilização da RP em sala de aula, Proença (2018) elaborou uma proposta de EAMvRP, pautada em cinco ações que seguem, as quais estão descritas no Quadro 1.

Para Proença (2018), essas ações são planejadas quando o professor deseja iniciar um conteúdo matemático, por meio da introdução de uma situação de matemática (possível problema). O autor ressalta também que, ao definir o problema a ser trabalhado com os alunos, é importante que o professor (a) elabore possíveis estratégias de solução que os alunos podem estabelecer na tentativa de solucionar o problema.

No Quadro 1, expomos como as cinco ações de Proença (2018) devem ocorrer quando o professor inicia o trabalho por meio do EAMvPR.


RPEM, Campo Mourão, PR, Brasil, v.12, n.28, p.515-532, maio.-ago. 2023.

**Quadro 1**: As cinco ações propostas por Proença (2018)

| | |
|---|---|
| Escolha do problema | • Momento em que acontece a escolha de uma situação de matemática que possa se tornar um problema aos alunos e exige que eles criem estratégias por meio de conhecimentos já adquiridos. O professor traça possíves estratégias de solução para o problema, de modo que prevê dificuldades e possibilidades que possam surgir no momento em que os alunos forem resolvê-lo. |
| Introdução do problema | • Neste momento, o professor em sala de aula deve organizar os alunos, preferencialmente em grupos, e na sequência apresentar a situação de matemática para que possam elaborar e discutir suas estratégias; ademais, o professor solicita que os alunos tentem resolver da maneira que acharem mais conveniente. |
| Auxílio aos alunos durante a resolução | • Momento em que o professor irá interagir com os grupos, fará direcionamentos para a resolução da situação de matemática, auxiliando quanto a dúvidas e interpretações equivocadas que possam surgir, de maneira que venha a incentivar os alunos. |
| Discussão das estratégias dos alunos | • Esta ação consiste na socialização das resoluções de cada grupo, momento em que os alunos expõem e socializam com a turma suas estratégias para que sejam discutidas; durante esse momento, o professor pode identificar quais foram as dificuldades de cada grupo, orientar quanto a possíveis equívocos na resolução e também sintetizar o que aprenderam. |
| Articulação das estratégias dos alunos ao | • O professor busca articular as estratégias dos alunos ao novo conteúdo, deve procurar utilizar o que os alunos produziram, adotando as ideias centrais de uma estratégia, para relacionar com o novo conteúdo. |

Fonte: Elaboração dos autores

Na sequência, segue o contexto da atividade que foi implementada em sala de aula, a partir das cinco ações citadas no Quadro 1. Em seguida, apresentamos uma descrição analítica com base nos registros dos grupos de alunos, tecendo uma discussão com base em estudos sobre nosso tema.

## Contexto da experiência no EAMvRP

O presente relato de experiência se caracteriza como uma intervenção pedagógica, pois, segundo Damiani *et al.* (2013), esse tipo de pesquisa é uma investigação que submerge ao planejamento e à implementação de intervenções de modo que proporcione alterações e inovações que venham a promover melhorias no processo de aprendizagem do aluno, bem como a avaliação decorrente dessas interferências.

Os participantes da pesquisa foram os alunos de uma turma composta por 30 estudantes, com idade entre 11 e 12 anos, devidamente matriculados no 7° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública, localizada em uma cidade do Estado do Paraná, na qual a primeira autora é professora regente.

Elaboramos uma proposta de ensino para introduzir o conteúdo subtração de frações, o qual foi desenvolvido em grupo, no decorrer de 3 aulas com duração de 50 minutos cada aula. Os alunos ficaram livres para se organizarem em grupos como preferissem, de modo que cada grupo deveria conter cinco alunos; essa organização totalizou o número de seis grupos, os quais foram denominados de G1, G2, G3, G4, G5 e G6.

Para introduzir esse conteúdo, a situação de matemática (problema como ponto de partida) foi obtida do estudo de Proença (2019) e para a sua aplicação estruturamos a implementação com base nas cinco ações do EAMvRP de Proença (2018). Apesar de o conteúdo de subtração de frações ser iniciado no sexto ano do Ensino Fundamental, no segundo trimestre, de acordo com o documento oficial Currículo da Rede Estadual do Paraná (CREP) (PARANÁ, 2021), tratamos de abordá-lo com alunos do sétimo ano, no ano de 2022, pois os participantes eram alunos do sexto ano em 2021, momento em que o ensino estava sendo realizado por via remota, por conta da pandemia de Covid-19.

## Análise descritiva e discussão da implementação em sala de aula

*Escolha do problema*: como queríamos retomar o conteúdo de frações envolvendo subtração, escolhemos a situação de matemática disponível no Quadro 2, a qual foi baseada e apresentada por Proença (2019).

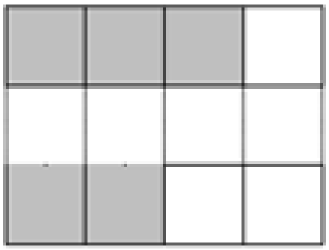
**Quadro 2**: Situação de matemática

| |
|---|
| Sílvio e Lúcio estão participando de uma corrida de bicicleta. Sílvio já percorreu ¾ do trajeto e Lúcio percorreu ½ do trajeto. Qual a diferença entre o que cada um percorreu? |

Fonte: Proença (2019, p. 11)

Para essa situação de matemática, Proença (2019) sugere como possível estratégia a representação por meio de desenho, o qual corresponde, de forma inicial, à subdivisão do segundo retângulo, em quatro partes iguais, como mostra a Figura 1:

**Figura 1**: Representação de uma possível estratégia

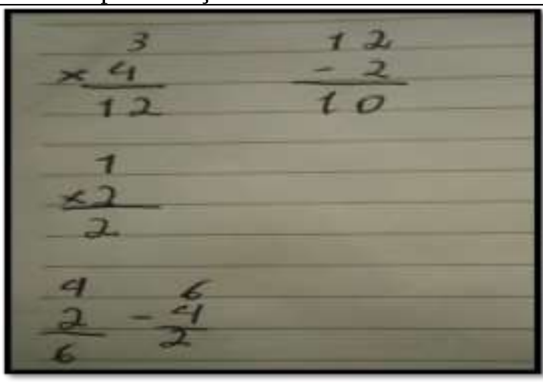


Fonte: Proença (2019, p. 11)

*Introdução do problema:* na primeira aula, estavam presentes 30 alunos, os quais foram divididos em 6 grupos de 5 alunos, sendo que eles ficaram livres para formar os grupos como quisessem. A partir disso, a professora apresentou aos alunos a situação de matemática, escrevendo no quadro de giz, e orientou que tentassem resolvê-la da maneira que conseguissem e que não deveriam apagar os cálculos e anotações feitos, para que a professora pudesse realizar uma análise posterior. Na sequência, apresentamos as estratégias de resolução estabelecidas por cada um dos grupos.

Analisando a maneira como o G1 efetuou os cálculos, vemos que não houve compreensão de que o problema trata de uma subtração de frações, pois os alunos efetuaram a multiplicação do numerador pelo denominador, nas duas frações (3x4) e (1x2), depois subtraíram o resultado da primeira pelo resultado da segunda (12 – 2 = 10). Em seguida somaram o denominador 4 com o denominador 2 (4 + 2 = 6) e, por fim, subtraíram do resultado 6 o número 4 que é o denominador da primeira fração, conforme mostra a Figura 2, a seguir.

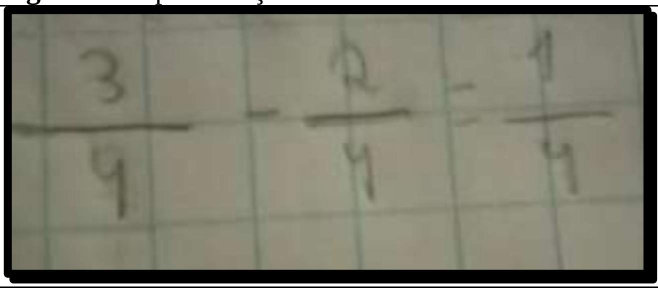
**Figura 2**: Representação dos cálculos dos alunos do G1.




Fonte: Registro dos alunos

Quanto ao G2, embora não tenha escrito como foi feita a transformação da fração $\frac{1}{2}$ para $\frac{2}{4}$, entendemos que o grupo mostra que compreende o conceito de frações equivalentes, multiplicando o numerador e o denominador pelo mesmo número (x2). Essa ideia de frações equivalentes, utilizada pelo G2, aparece também nos estudos de Martinho (2020, p. 170), o qual relata que "os estudantes demonstraram compreender o procedimento de equivalência de frações e souberam relacionar esse procedimento com a operação de subtração de frações", assim, deixaram as duas frações com o mesmo denominador, efetuando a subtração dos numeradores e conservando os denominadores, o que está correto. Entendemos também que os alunos fizeram uso do conceito de transformar uma fração em frações equivalentes e mostraram ter conhecimento de que, na subtração de frações com denominadores diferentes, é necessário que duas ou mais frações estejam escritas com o mesmo denominador, conforme mostra a Figura 3. Proença (2018) fala que as estratégias estabelecidas pelo aluno devem surgir de conhecimentos já aprendidos, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos.

**Figura 3**: Representação dos cálculos dos alunos do G2.

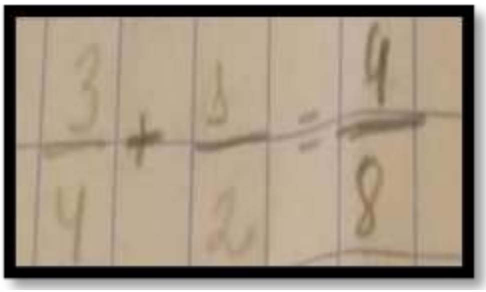



Fonte: Registro dos alunos

No caso do G3, os alunos mostraram dificuldades para interpretar o problema, pois efetuaram a adição das frações em vez de realizarem a subtração, conforme mostra a Figura 4. Percebemos também que os alunos calcularam a adição dos numeradores e multiplicaram os denominadores. Na pesquisa de Barreto (2017), os alunos pesquisados também se mostraram equivocados e não apresentaram o conhecimento adequado para somar frações com denominadores diferentes. Já nos estudos de Andrade (2020), encontramos uma situação similar à verificada nesta pesquisa, em que os alunos obtiveram a soma tanto dos numeradores quanto dos denominadores, mostrando também dificuldades no uso de regras operatórias com frações.

Ressaltamos que os conceitos de adição e de subtração de frações com denominadores diferentes são os mesmos, ou seja, os denominadores tanto da adição quanto da subtração de frações devem ser iguais.

**Figura 4**: Representação dos cálculos dos alunos do G3.

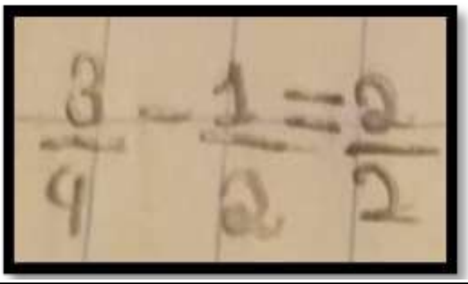



Fonte: Registro dos alunos

O grupo G4 efetuou a subtração tanto dos numeradores quanto a subtração dos denominadores, conforme mostra a Figura 5. Isso ocorreu também nos estudos de Barreto (2017), em que os alunos interpretaram incorretamente o problema proposto, efetuando os cálculos subtraindo os numeradores e também os denominadores. Outro estudo que mostra resultado como esse é o de Andrade (2020, p. 67), o qual verificou que “das cinco respostas que estão parcialmente corretas, três correspondem ao erro de subtrair tanto os numeradores como os denominadores”.

Entendemos por esse erro que pode ser que os alunos ainda não tenham compreendido a diferenciação entre adição e subtração com denominadores diferentes, bem como a diferença entre adição e subtração com denominadores iguais, de modo que efetuaram a operação tanto com os numeradores quanto com os denominadores.

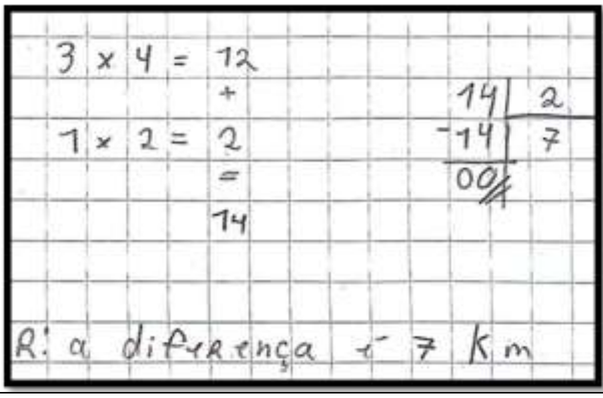
**Figura 5**: Representação dos cálculos dos alunos do G4.




Fonte: Registro dos alunos

Os alunos do G5 multiplicaram o numerador pelo denominador da primeira fração (3x4=12), o que também foi feito com a segunda fração (1x2=2). Em seguida, somaram os resultados (12 + 2=14) e, por fim, dividiram 14 por 2 (14:2=7). Os alunos dividiram por 2, porque consideraram ser dois participantes (Lúcio e Sílvio). No nosso entendimento, o grupo parece estar confundindo a subtração de frações com o conceito de multiplicação de frações, o que mostra que os estudantes não têm conhecimentos sobre operações de frações com denominadores diferentes.

**Figura 6**: Representação dos cálculos dos alunos do G5.

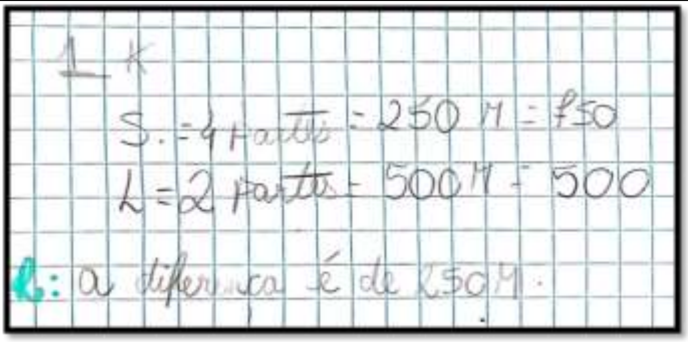



Fonte: Registro dos alunos

Já no G6, um integrante perguntou para a professora: “posso determinar um tamanho para a pista?”. A professora respondeu: “pode ser como você achar melhor”. Assim, a professora continuou observando o que os alunos faziam enquanto tentavam resolver o problema. Dessa forma, o grupo estabeleceu para a pista o tamanho de 1 Km (um quilômetro sendo igual a 1000 m).

Logo, o grupo considerou que (S) sendo o Sílvio, o percurso seria três partes de 250 m, o que é igual a 750 m, portanto a quarta parte é igual a 250 m. Para Lúcio (L), o percurso seria de 500 m, pois seria duas partes de 250 m. Desse modo, o grupo concluiu que a diferença era de 250 m, conforme se verifica na Figura 7 a seguir. Embora o grupo não tenha escrito no seu registro, números na forma fracionária, ficou evidente que os alunos entenderam que 1 Km é o todo, sendo 1000 m, e 750 m e 500 m são as partes.

**Figura 7**: Representação dos cálculos dos alunos do G6.



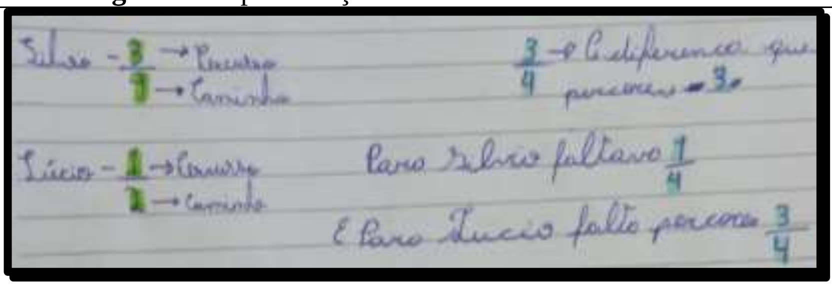

Fonte: Registro dos alunos

Finalizada a aula, a professora recolheu os registros dos alunos, para verificar como poderia realizar ao auxílio aos alunos na aula seguinte.

*Auxílio aos alunos durante a resolução*: foi feita uma nova leitura do problema de forma coletiva, sendo que em seguida a professora perguntou para a turma: “o caminho/trajeto que Lúcio e Sílvio irão percorrer é diferente ou igual para os dois?”. Após o questionamento, a maioria dos alunos disse que: “não, o trajeto é o mesmo para os dois”. Desta forma, os grupos puderam analisar, repensar e registrar suas estratégias de resolução. Assim, a seguir, apresentamos os novos cálculos realizados por cada grupo.

Conforme a Figura 8, o G1 repensou o problema e apresentou uma nova estratégia de resolução. Em nossa análise, os alunos consideraram que, se Lúcio percorreu 3 partes de 4, então, falta 1 de 4, o que entendemos é que o grupo subtraiu $\frac{3}{4}$ da fração que representa um inteiro $\frac{4}{4}$. Portanto, o grupo deu como resposta que para Sílvio faltava $\frac{1}{4}$ e para Lúcio $\frac{3}{4}$, havendo equívoco na resposta final, pois a pergunta era qual a diferença entre o caminho percorrido por cada um, sendo a resposta $\frac{1}{4}$.

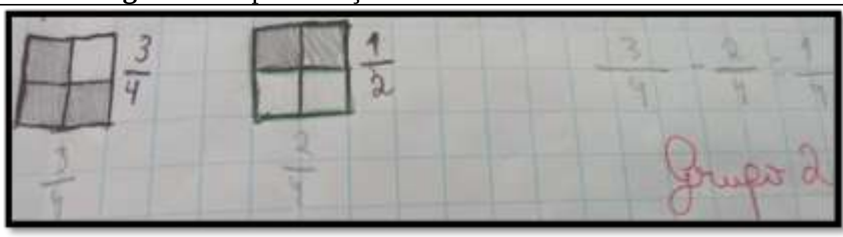
**Figura 8**: Representação dos cálculos dos alunos do G1.



Fonte: Registro dos alunos

Após o auxílio da professora, o G2 que já havia apresentado compreensão em relação aos conceitos sobre as operações de frações com denominadores diferentes, estabeleceram outra estratégia de resolução utilizando o desenho, a fim de comprovar o resultado da resolução obtida anteriormente. Destacamos que essa maneira que o grupo apresentou foi proposta por Proença (2019) como uma possível estratégia que poderia ser estabelecida pelos alunos enquanto resolvem a situação de matemática, conforme se constata na Figura 9 a seguir.

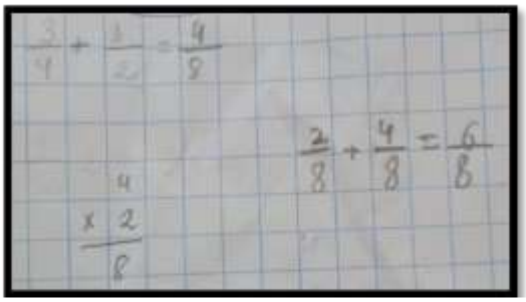
**Figura 9**: Representação dos cálculos dos alunos do G2.



Fonte: Registro dos alunos

Observando o grupo G3, verificamos que os estudantes mostraram um novo cálculo, reduzindo as duas frações no mesmo denominador, de modo que parece que foi feita a multiplicação da fração $\frac{3}{4}$ por 2 resultando em $\frac{2}{8}$ , entretanto houve um equívoco quando multiplicaram o numerador 3 por 2 (3 x 2 = 2), pois o resultado deveria ser 6. Já a fração $\frac{1}{2}$ foi multiplicada por 4 resultando em $\frac{4}{8}$ o que está correto, mas, quanto à operação, o grupo manteve a soma em vez de subtrair as frações, conforme se verifica na Figura 10. O estudo de Andrade (2020, p. 94) mostrou que alguns alunos apresentaram "tanto a identificação da operação correta na interpretação, como também a execução dessa operação seguindo o algoritmo [...]", pois efetuaram a multiplicação tanto do numerador quanto do denominador das frações dadas por um mesmo número, reduzindo-as num mesmo denominador. Destacamos também que, na pesquisa de Akamine e Proença (2022), os alunos utilizaram como estratégia a soma tanto dos numeradores quanto dos denominadores.

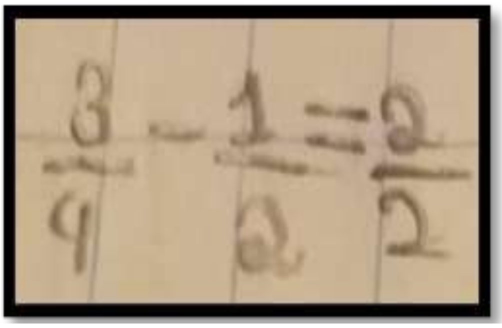
**Figura 10**: Representação dos cálculos dos alunos do G3.




Fonte: Registro dos alunos

Ressaltamos que o G4 não avançou em repensar o cálculo que efetuou inicialmente e não apresentou outra estratégia de resolução para o problema. Os alunos conservaram a mesma tentativa de resolução, como se verifica na Figura 11 a seguir.

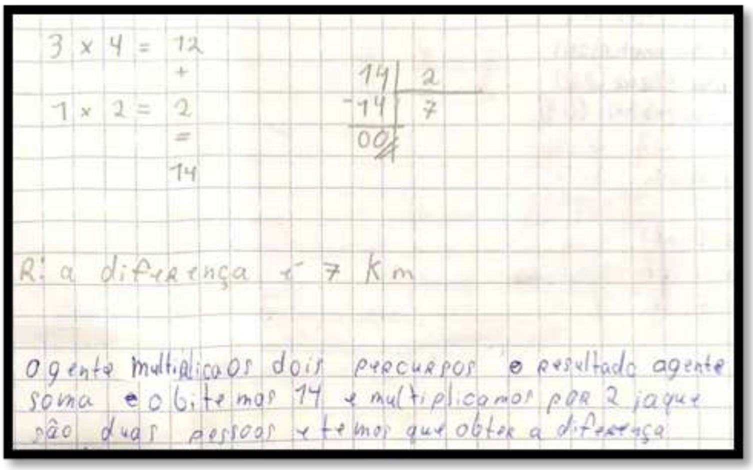
**Figura 11**: Representação dos cálculos dos alunos do G4.




Fonte: Registro dos alunos

Os alunos do grupo G5 permaneceram com a sua ideia inicial e apresentaram os mesmos cálculos, porém mostraram suas anotações explicando como eles haviam pensado no momento em que resolviam o problema, dizendo: "A gente multiplico os dois percursos, o resultado a gente soma e obtemos 14 e multiplicamos por 2, aqui são duas pessoas e temos que obter a diferença entre os percursos". Ainda assim, os alunos não avançaram na resolução da situação de matemática, mantendo a ideia inicial, conforme mostra a Figura 12 a seguir.

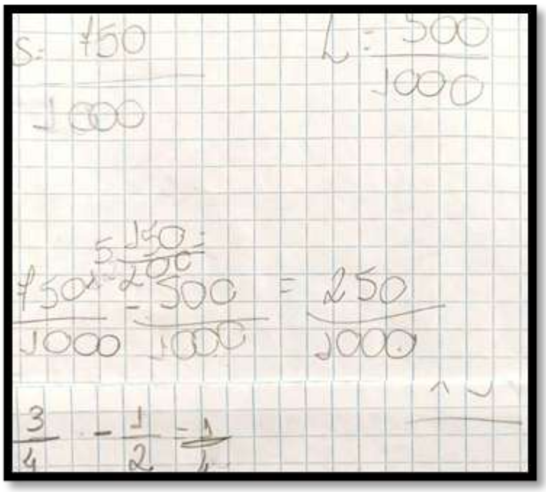
**Figura 12**: Representação dos cálculos dos alunos do G5.




Fonte: Registro dos alunos

Além do auxílio feito inicialmente, a professora orientou o G6, especificamente, sugerindo que escrevessem os cálculos feitos na segunda ação (*Introdução do problema*) na forma fração e também que fizessem a simplificação das mesmas com o intuito de que eles percebessem que se tratava de frações equivalentes às frações iniciais $\left(\frac{3}{4}\ e\ \frac{1}{2}\right)$. Assim, o grupo efetuou a simplificação das frações inicialmente dividindo por 5 e logo percebeu que era possível realizar os cálculos mentalmente resultando em $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\right)$, conforme se verifica na Figura 13.

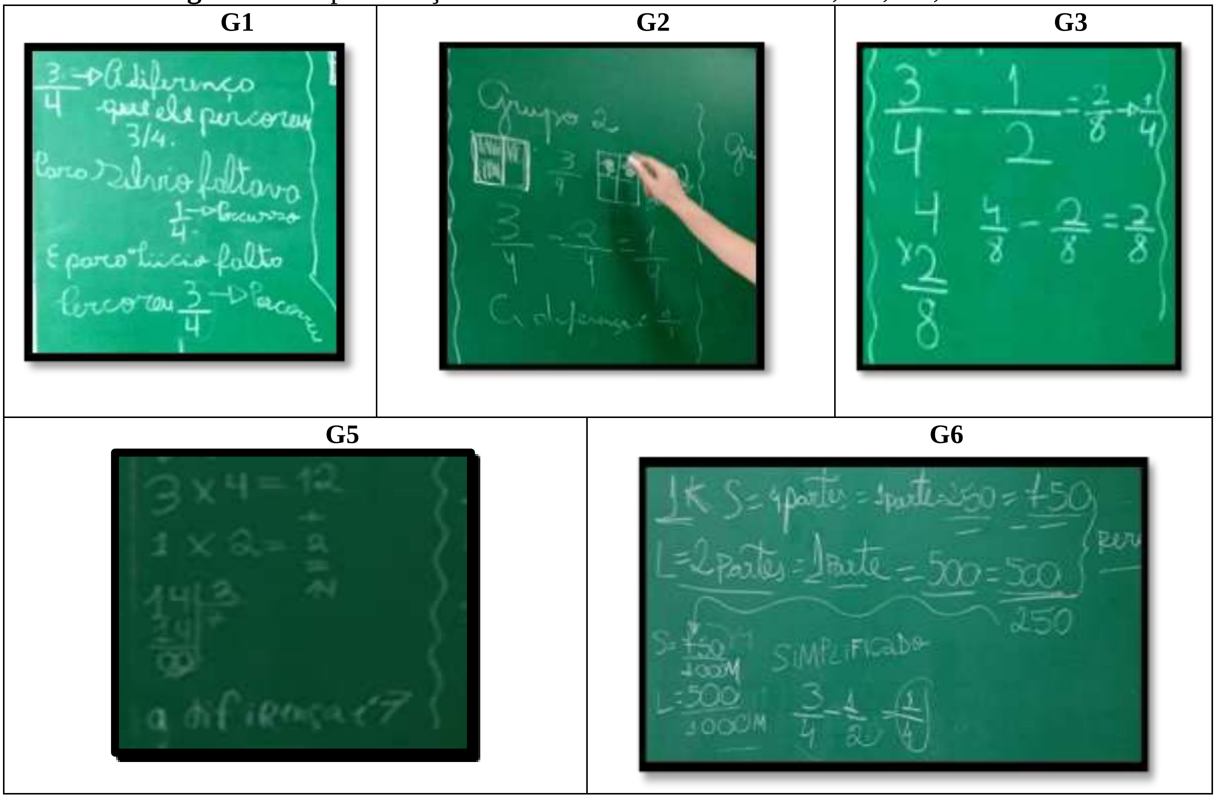
**Figura 13**: Representação dos cálculos dos alunos do G6.




Fonte: Registro dos alunos

Analisadas as estratégias apresentadas pelos grupos, foi solicitado que fossem ao quadro anotar e falar para a turma a maneira como estabeleceram suas estratégias de resolução para a situação de matemática proposta; esse momento da aula corresponde à quarta ação de Proença, isto é, a *discussão das estratégias dos alunos*. Vale ressaltar que os alunos do G4 não se sentiram confortáveis e não realizaram o compartilhamento da sua estratégia com a turma. Assim, em seguida, expomos os registros que foram socializados com a turma pelos grupos G1, G2, G3, G5 e G6.

**Figura 14**: Representação dos cálculos dos alunos do G1, G2, G3, G5 e G6.




Fonte: Registro dos alunos

Por fim, a partir dos registros feitos pelos alunos, como mostrado na Figura 14, caminhamos para colocarmos em prática a última ação que é a *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*, na qual aproveitamos para explanar as diferentes maneiras possíveis de efetuar os cálculos quando se tem a subtração de frações com denominadores diferentes.

Para isso, a professora utilizou os registros feitos pelos alunos no quadro de giz explanando que, para a resolução da situação de matemática envolvendo subtração de frações, um caminho possível é o uso da equivalência de frações, a qual consiste da multiplicação do numerador e do denominador por um mesmo número, de modo que duas ou mais frações se reduzam a um mesmo denominador quando se tratar da adição ou da subtração de frações, como mostra a Figura 15.

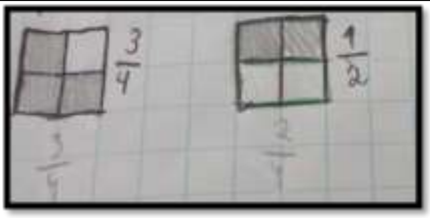
**Figura 15**: Cálculo por equivalência de frações

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1^{\times 2}}{2^{\times 2}}\right) = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

Fonte: Elaborada pelos autores

Mostramos também que outra maneira para resolver uma operação envolvendo subtração de frações é por meio de um desenho e ressaltamos que essa opção é plausível quando se tratar de um número que não seja de grande valor. A Figura 16 mostra que os dois desenhos representam o trajeto e por isso foram divididos em 4 partes iguais. O desenho da esquerda representa o trajeto feito por Sílvio $\frac{3}{4}$ e o da direita corresponde ao trajeto realizado por Lúcio $\frac{1}{2}$ ; como o trajeto é o mesmo para ambos, podemos escrever que $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{2}{4}$ . Logo, as frações ficaram reduzidas a um mesmo denominador.

**Figura 16**: Representação feita pelo G2.




Fonte: Registro dos alunos

Aproveitamos também para explicar aos alunos que, para a adição e subtração de frações com denominadores diferentes, é necessário que estes estejam iguais; então, para escrevermos duas ou mais frações com o mesmo denominador podemos fazer o uso do Mínimo Múltiplo Comum (m.m.c.) para descobrirmos qual deve ser o valor equivalente ao denominador da fração anterior; assim, escrevemos as duas frações com o mesmo denominador e efetuamos a subtração dos numeradores e conservamos o denominador, conforme mostra a Figura 17.

**Figura 17**: Cálculo do m.m.c.

$$\begin{array}{r|l} 4,\ 2 & 2 \\ 2,\ 1 & 2 \\ \hline 1,1 & 2 \times 2 = 4 \end{array}$$

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1^{\times 2}}{2^{\times 2}}\right) = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{4}\right) = \frac{1}{4}$$

Resposta: A diferença entre o que Sílvio e Lúcio percorreram foi de $\frac{1}{4}$.

Fonte: Elaborada pelos autores

Assim, formalizamos a articulação das estratégias elaboradas pelos alunos com o conteúdo de subtração de frações por meio da equivalência de frações, por meio de um desenho e pelo cálculo do m.m.c. A utilização do m.m.c. nos problemas que envolvem soma e subtração de frações é frequente, o que também se apresenta na pesquisa de Akamine e Proença (2022), em que os alunos, durante a operação de adição, não utilizaram o m.m.c. na resolução, cabendo ao professor durante a ação de articulação apresentar essa estratégia.

A partir disso, os alunos fizeram as anotações e os registros no caderno e debatemos sobre o fato de a situação de matemática envolver duas frações que representavam um número pequeno, de forma que o cálculo mental ou por meio de desenho possibilita chegar a uma solução, mas que para um número maior, o uso do cálculo por meio da equivalência e do m.m.c. é importante. Nessa discussão, alguns alunos revelaram que, para eles, o cálculo feito por meio da equivalência de frações é mais fácil do que pelo m.m.c.

Para Akamine e Proença (2022), por meio do EAMvRP, houve o favorecimento das aprendizagens dos alunos e também o resgate da utilização da equivalência de frações com o intuito de esclarecer o erro cometido pelos alunos pesquisados, no que diz respeito ao modo como realizaram a adição das duas frações apresentadas no problema, situação que se repetiu em nossa implementação da atividade.

A ação de *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo* é um momento de esclarecer aos estudantes a importância do uso do algoritmo da operação de frações com denominadores diferentes. Essa prática em que o professor apresenta uma estratégia que nenhum dos grupos utilizou também pode ser observada nos trabalhos de Sousa e Proença (2019), Rozario, Oliveira e Proença (2021) e Rozario (2022), os quais apresentam algoritmos e expressões como estratégias de resolução. A ação de articulação das estratégias dos alunos aos conteúdos se mostra como um campo fértil para introduzir novos conceitos matemáticos na aprendizagem dos alunos ou, ainda, mostrar diferentes aplicações de conceitos por eles já conhecidos, porém não utilizados em situações diversas.

## Algumas considerações

Neste artigo, tivemos como objetivo apresentar as estratégias de resolução de um problema, envolvendo o conteúdo de subtração de frações com denominadores diferentes, no contexto do EAMvRP. Para isto, utilizamos como abordagem de ensino as cinco ações de Proença (2018), de modo que foi possível percebermos que os alunos puderam criar estratégias de resolução levando em conta o conhecimento que eles já possuíam. Apesar dos casos em que houve equívoco enquanto tentavam resolver o problema, entendemos que isso serviu para que os alunos revissem e a repensassem a resolução, a partir do auxílio feito pela professora como ocorreu no caso dos grupos 1 e 2, pois, no início, os grupos demonstraram não reconhecer que na subtração de frações com denominadores diferentes é necessário que os denominadores sejam iguais.

Outra situação percebida está relacionada com a maneira como o G2 se comportou após a primeira tentativa de resolução, uma vez que os alunos desse grupo fizeram a constatação do resultado apresentando outra estratégia por meio do desenho. Com a segunda estratégia, o grupo percebeu que, para efetuar a subtração dos numeradores, os denominadores devem ser iguais. Essa compreensão mostra como o EAMvRP coloca o aluno como centro do processo de aprendizagem, uma vez que percebemos a iniciativa dos alunos em validarem seus resultados de forma autônoma. Soma-se a isso a postura do professor como mediador da atividade, o que reforça a ideia de que o EAMvRP pode ser entendido como uma metodologia ativa de ensino e aprendizagem.

Algo que nos chamou a atenção foi a maneira como o G6 elaborou sua estratégia, adotando o valor de 1 Km (1000 m) para o percurso total, ou seja, o *todo* da fração, de forma que o percurso de cada ciclista (Lúcio e Silvio) correspondia *à parte*. Esse resultado nos leva a inferir que o EAMvRP oportuniza um leque de possibilidades de estratégias de resolução de uma mesma situação, o que contribui para o estímulo da criatividade do aluno em busca de uma solução. Nesse caso, vemos que isso permitiu a discussão referente ao conceito não somente de frações equivalentes, mas também a retomada da simplificação de frações e de fração irredutível, bem como propiciou uma possibilidade de resolução adequada para o problema. Além disso, foi possível mostrar que o grupo compreende que, para a subtrair os numeradores, os denominadores precisam ser iguais.

Por fim, a implementação da situação de matemática (possível problema), por meio do EAMvRP também proporcionou a interação entre os alunos e a professora, os quais se mostraram ativos durante o processo de resolução. Isso evidenciou que levar para sala de aula as cinco ações de Proença (2018) para envolver os alunos na RP permite-lhes criar estratégias de resolução, de modo a repensar e fazer as constatações das suas estratégias de resolução, a partir do conhecimento já adquirido. Com isso, foi possível proporcionar um novo conhecimento matemático que foi (re)construído pelo próprio aluno, sempre contando com a mediação do professor que é peça fundamental em cada uma das cinco ações.

**Referências**

ANDRADE, D. S. A. **Dando sentido ao ensino aprendizagem da adição de frações**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Fundação Universidade Federal de Sergipe, Itabaiana, 2020.

AKAMINE, C. S.; PROENCA, M. C. Ensino-aprendizagem de adição de frações via resolução de problemas. Tecné, Episteme y Didaxis: TED - **Revista de la Facultad de Ciencia y Tecnología**, v. 52, p. 303-322, 2022.

BARRETO, J. R. **Análise de erros cometidos por alunos do 6º ano na resolução de problemas envolvendo operações com frações**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Fundação Universidade Federal de Sergipe, Itabaiana, 2017.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

DAMIANI, M. F.; ROCHEFORT, R. S.; CASTRO, R. F. de; DARIZ, M. R.; PINHEIRO, S. S. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica**. Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 45 p. 57 – 67. 2013.

LACERDA, A. G.; SILVEIRA, M. R. A. da. Linguagem, escrita e comunicação: uma análise através de jogos de linguagem da interação entre pares pela busca da leitura/tradução do texto em processos de ensino e aprendizagem da matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.2, p. 77-88, 2013.

MARTINHO, G. A. **O ensino de equivalência de frações para compreensão das operações de adição e subtração**. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação e Docência). Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2020.

OLIVEIRA, A. B.; PROENÇA, M. C. O ensino de Matemática financeira via resolução de problemas: uma experiência no ensino médio. *In*: IV ÁGORA MATEMÁTICA, 2020, Campo Mourão. **Anais do Ágora Matemática**, Campo Mourão: Colegiado de Matemática, 2020.

PARANÁ. SEED **Currículo da Rede Estadual Paranaense de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental**. Curitiba: SEED, 2021.

PROENÇA, M. C. de. **Resolução de Problemas**: Encaminhamentos para o ensino e aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENCA, M. C. de. Uma proposta de Ensino-aprendizagem das operações aritméticas com frações via resolução de problemas. **Educação Matemática em Revista**, v. 24, p. 5-17, 2019.

ROZARIO, T. A. **Ensino-Aprendizagem de Área de Triângulo Via Resolução de Problemas**: Análise Sob o Enfoque do Modelo dos Campos Semânticos. Dissertação (Educação para a Ciência e a Matemática). Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2022.

ROZARIO, T. A.; OLIVEIRA, A. B.; PROENÇA, M. C. Equação de 1.º grau via Resolução de Problemas: Uma experiência no ensino remoto emergencial. **Anais** da VII Escola de

Inverno de Educação Matemática (EIEMAT) e I Escola de Inverno de Ensino de Física (IEIEF), Campus Santa Maria (SC), v. 5. n. 2.1, p. 907-916, 2021.

ROZARIO, T. A.; PROENÇA, M. C. Resolução de problemas e área de triângulo: análise dos conhecimentos de alunos do 6º ano o ensino fundamental. **Revista Paranaense De Educação Matemática**, v. 11, n. 26, p. 492–517, 2022.

SOUSA, A. C.; PROENÇA, M. C. Uma proposta de ensino de equação de 1º grau com uma incógnita via resolução de problemas. **Revista Prática Docente**, v. 4, p. 431-451, 2019.

SOUZA, G. O.; TINTI, D. S. Um Panorama das Pesquisas Brasileiras (2004 a 2019) Envolvendo Metodologias Ativas no Ensino de Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.10, n.22, p. 385-405, 2021.

**Recebido em: 06 de dezembro de 2022**
**Aprovado em: 20 de fevereiro de 2023**