

LOS PARADIGMAS DIDÁCTICOS COMO COMPONENTES ESENCIALES DE LA INFRAESTRUCTURA DEL ESTUDIO DE CLASESⁱ

Didactic paradigms as critical components of the infrastructure of lesson study

García, F.J.^a, Gascón, J.^b, Nicolás, P.^c y Sierra, T.A.^d

^aUniversidad de Jaén, ^bUniversitat Autònoma de Barcelona, ^cUniversidad de Murcia, ^dUniversidad Complutense de Madrid

Resumen

El estudio de clases es una práctica profesional originada en Japón, íntimamente asociada a una forma determinada de entender las prácticas docentes. Mediante herramientas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, reinterpretamos esta relación en términos del binomio (dispositivo, paradigma didáctico). Esto permitirá, en el caso particular del estudio de clases en Japón, desvelar que su diseño y funcionamiento en dicho país depende críticamente del paradigma didáctico de la “enseñanza a través de la resolución de problemas” vigente allí. Así mismo, mostramos algunas tensiones que surgen cuando el estudio de clases se traslada a instituciones en las que las prácticas docentes están reguladas bajo otros paradigmas, para concluir postulando que el paradigma didáctico es un componente esencial de la infraestructura del dispositivo de estudio de clases.

Palabras clave: *paradigmas didácticos, estudio de clases, formación del profesorado, enseñanza a través de la resolución de problemas.*

Abstract

Lesson study is a professional practice originating in Japan, intimately associated with a particular way of understanding teaching practices. Using tools from the Anthropological Theory of the Didactic, we reinterpret this relationship in terms of the binomial (device, didactic paradigm). This, will allow, in the particular case of lesson study in Japan, to reveal that its design and functioning in this country depends critically on the didactic paradigm of "teaching through problem solving" which is prevalent there. We also show some of the tensions that arise when lesson study is transferred to institutions where the teaching practices are regulated by other paradigms. We conclude by postulating that the didactic paradigm is an essential component of the infrastructure of the lesson study.

Keywords: *didactic paradigms, lesson study, teacher education, teaching through problem solving.*

INTRODUCCIÓN

La publicación del libro Stigler y Hiebert (1999) supuso la difusión mundial de prácticas docentes y profesionales que llevaban años desarrollándose en Japón (Fujii, 2018). Los autores caracterizan y comparan la enseñanza de las matemáticas en Japón, EUA y Alemania. Después analizan los mecanismos que sustentan ciertas prácticas profesionales del profesorado de dichos países, que pueden explicar las diferencias observadas.

El libro supuso la difusión internacional del estilo de clases japonés, que estos autores denominaron *resolución estructurada de problemas* (también se suele usar el término de *enseñanza a través de la resolución de problemas*, TTPⁱⁱ). Al mismo tiempo, salieron a la luz ciertas prácticas profesionales de los docentes japoneses, integradas dentro de su quehacer profesional y orientadas a la mejora de los procesos de enseñanza de las matemáticas. Estas se tradujeron al inglés como *lesson study*, y de ahí al castellano como *estudio de clases* o *de lecciones* (usaremos la primera, con las siglas EC, aunque no hay un consenso al respecto). Sin embargo, como señala Fujii (2018), el interés por el

García, F. J., Gascón, J., Nicolás, P. y Sierra, T. A. (2023). Los paradigmas didácticos como componentes esenciales de la infraestructura del estudio de clases. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 251–258). SEIEM.

EC, como práctica profesional, ha ensombrecido la importancia que en Japón tiene la metodología de TTP, como contenido y objeto de dicha práctica.

El objetivo de esta comunicación es profundizar en las relaciones que existen entre el EC y la concepción acerca de las matemáticas y su enseñanza presente, o asumida, en una determinada institución. Para ello, usaremos herramientas de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard et al., 2020). La tesis fundamental que subyace, y que exploramos para el caso particular del EC, postula la dependencia entre la forma de organizar la formación del profesorado y la forma de interpretar lo matemático y lo didáctico en las instituciones objeto de dicha formación.

MARCO TEÓRICO

En este apartado describiremos, brevemente, los elementos teóricos principales que usaremos en esta comunicación: el proceso de estudio de clases (EC) y la noción de paradigma didáctico (PD).

Respecto a la primera, el EC se inserta en el conjunto de prácticas de aprendizaje profesional de tipo colaborativo (Robutti et al., 2016), que se consideran eficaces para el desarrollo de conocimiento y/o destrezas profesionales (Darling-Hammond, 2006). El EC se presenta como un proceso cíclico estructurado en un conjunto de etapas o fases. Aunque se observan algunas diferencias entre autores cuando se entra en detalle en estas etapas, así como múltiples adaptaciones según el contexto en el que el EC se desarrolla, existe un consenso robusto acerca del proceso en sí. De forma global y resumida, y aun a riesgo de perder matices importantes, podemos describir los componentes esenciales del EC a partir de Fujii (2014, 2016): (1) el EC surge de algún interés del profesorado sobre el aprendizaje de cierto ámbito matemático en una institución I, que suele sintetizarse en una cuestión de investigación; (2) el grupo de profesores lleva a cabo un proceso de indagación acerca de la enseñanza del ámbito matemático en cuestión en I, que incluye una revisión en detalle de materiales curriculares (currículo vigente y libros de texto), así como de otros documentos y recursos; (3) el proceso de indagación se orienta al diseño de una intervención en el aula (una *clase de investigación*), creando una nueva tarea o adaptando alguna existente. En dicho diseño se detalla, por escrito, el desarrollo de una clase sobre dicha tarea, considerando las posibles estrategias de los alumnos, así como el papel del docente (recogido en un documento denominado *plan de clase*); (4) la clase se implementa en un aula real, por un profesor que ha participado en su diseño, y es observada en vivo por el resto de docentes involucrados en el proceso; (5) tras la implementación, hay una discusión colectiva sobre las estrategias utilizadas por los estudiantes y sobre las dificultades que han surgido. Dicha discusión que puede ser enriquecida con la intervención de un experto externo que también ha observado la clase; (6) el ciclo termina con una reflexión final para consolidar los aprendizajes profesionales y orientar el proceso hacia nuevos ciclos, pudiendo incluir la elaboración de un informe escrito final.

En relación con la segunda, Gascón y Nicolás (2021) afirman que la noción de PD tiene su origen en la tesis que postula que las prácticas docentes posibles en una institución didáctica están fuertemente condicionadas por el modelo epistemológico de las matemáticas vigente en dicha institución (Gascón, 2001). Caracterizan un PD, también denominado *modalidad de estudio*, en una institución I, como un sistema complejo integrado por cuatro componentes (Gascón y Nicolás, 2021): el *modelo epistemológico* de las matemáticas (ME), o de un cierto dominio de las mismas, vigente en dicha institución; los *finés educativos* (FE) que dicha institución persigue a propósito de la enseñanza de las matemáticas o de cierto dominio de las mismas; los *medios didácticos* (MD) que en dicha institución se consideran útiles para alcanzar dichos fines; los *fenómenos didácticos* (φ D) (habitualmente «indeseables» desde cierta perspectiva) ante los que la institución responde con la puesta en marcha del PD. Tomando como referencia los niveles de codeterminación didáctica (Chevallard et al., 2020), es posible distinguir PD pedagógicos (independientes de las disciplinas), disciplinares (relacionados con las matemáticas y su enseñanza) o sub-disciplinares (relativos a cierto ámbito del conocimiento matemático) (Gascón y Nicolás, 2021). Entre los PD que el

investigador construye, de forma explícita, como instrumentos para analizar procesos de estudio institucionalizados, consideran los *PD de referencia* (PDR) y los *PD vigentes en I* (PDV_I). Donde los PDR se construyen para analizar los PDV_I, que representan modalidades de estudio presentes en una institución I.

EL ESTUDIO DE CLASES COMO DISPOSITIVO PARA LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO

Desde la perspectiva y con las herramientas de la TAD, en García et al. (2022) propusimos modelizar el EC como un dispositivo para la formación del profesorado organizado como una interacción de diversos sistemas. Por un lado, un sistema didáctico escolar (la clase que se diseña, implementa, observa y discute). Por otro lado, varios sistemas de tipo paradidáctico (Winsløw, 2011), entendidos como sistemas didácticos formados por el profesorado, en los que se lleva a cabo una actividad matemático-didáctica referida al mencionado sistema didáctico escolar (indagación, planificación y diseño, observación y reflexión). Esta modelización permite, cuestionar el tipo de prácticas que se llevan a cabo en cada sistema, en términos de praxeologías (tipos de tareas, técnicas y entorno tecnológico-teórico). Además, permite preguntarnos acerca de las condiciones y restricciones que hacen posibles tales prácticas, y que vinculamos con el problema de las infraestructuras matemático-didácticas necesarias y/o disponibles (Chevallard, 2009). De esta forma, iniciamos una vía alternativa para analizar y comprender los factores que afectan y que harían viable este dispositivo, aspecto ampliamente discutido en la literatura existente sobre EC. Este análisis, en términos de infraestructuras, ya ha empezado a ser usado y a dar los primeros resultados (García et al., 2019, Miyakawa y Winsløw, 2019, Shinno y Yanagimoto, 2023).

LA ENSEÑANZA BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO PARADIGMA DIDÁCTICO DISCIPLINAR

En Japón, el dispositivo de EC se desarrolla, mayoritariamente, de acuerdo con los principios que subyacen a la metodología de TTP (Hino, 2007). Esta, en la medida en que se fundamenta en una forma de interpretar las matemáticas, preconiza unos *finés de la educación matemática*, propone unos determinados *medios didácticos* para alcanzar dichos fines y, como veremos, reacciona ante ciertos *fenómenos*, por lo que puede ser reinterpretada como un PD. A partir de diferentes fuentes, proponemos una caracterización inicial, y en cierta forma provisional, del TTP como PD.

Modelo epistemológico: las matemáticas se interpretan, principalmente, como un conjunto de relaciones entre conceptos, hechos y procedimientos, vinculados entre sí a través de procesos de resolución de problemas (Stigler y Hierbert, 1999). Tomando como referencia los paradigmas definidos en Gascón (2001) y su relación con determinados modelos docentes ideales, la TTP comparte, en gran medida, postulados propios de paradigmas de tipo *modernista* y *constructivista*, ya que asume que serán los estudiantes los que descubrirán y explorarán nuevos conocimientos y procedimientos matemáticos a través de procesos de resolución de problemas (Takahashi, 2021).

Fines educativos: se asume que el fin último de la educación matemática es enseñar a los alumnos a *pensar matemáticamente* (Isoda y Olfos, 2009), lo que se asocia con el desarrollo de destrezas de resolución de problemas (Takahashi, 2021). Sin embargo, se asume que el desarrollo de estas formas de pensar (inductivas, deductivas o analógicas) está encaminado a la comprensión, profundización, extensión y procedimentalización de conceptos matemáticos, al desarrollo de formas de representación de los objetos matemáticos, y al desarrollo de distintas formas de comunicación, explicación y argumentación (Isoda y Olfos, 2009).

Medios didácticos: los docentes introducirán los nuevos conocimientos a través de nuevos problemas que los estudiantes deben tratar de resolver por sí solos. Las características de estos problemas son cruciales: se trata de problemas que sean accesibles a los estudiantes, que no sean de aplicación directa de conocimientos anteriores y que admitan diferentes estrategias de solución

(Isoda y Olfos, 2009). En especial, se enfatiza, como una característica distintiva de esta aproximación, el uso de los denominados *problemas “abiertos-cerrados”*: problemas con una única solución pero que pueden ser resueltos siguiendo diferentes procedimientos (Takahashi, 2021). Las clases se organizan a modo de lecciones articuladas en torno a un problema del tipo anterior, siguiendo una estructura más o menos prefijada: (1) la presentación del problema por parte del docente; (2) el trabajo autónomo del estudiante, mientras que el profesor circula por la clase, observa los diferentes procedimientos y toma nota mental de ellos de cara a la siguiente fase; (3) la discusión colectiva, orquestada y dirigida por el profesor, en la que los estudiantes pueden presentar sus métodos de resolución y el profesor establece conexiones entre estos, guiando la discusión; (4) la síntesis, en la que se resumen las ideas principales de la lección (Isoda y Olfos, 2009; Takahashi, 2021). Aunque todas las fases son importantes, se destaca, en especial, la tercera, conocida como *neriage*, ya que, a través de ella, se pone el acento no tanto en llegar a la solución del problema, sino en la comprensión de los conocimientos matemáticos a través de la discusión y comparación de diferentes estrategias (Takahashi, 2021), que es uno de los FE perseguidos.

Fenómenos didácticos: este paradigma surge como reacción de la institución de la enseñanza de las matemáticas a algunas de las limitaciones de los paradigmas tradicionales que interpretan la enseñanza de las matemáticas como la memorización de hechos y de procedimientos (Takahashi, 2021). Esto dificulta la comprensión de los procedimientos matemáticos y el desarrollo de la capacidad de resolución de problemas. En este sentido, se pueden interpretar como un paradigma que reacciona ante paradigmas de tipo *teorista* y *tecnicista* (Gascón, 2001).

LOS PARADIGMAS DIDÁCTICOS COMO COMPONENTES ESENCIALES DE LA INFRAESTRUCURA DEL ESTUDIO DE CLASES

El EC es un dispositivo complejo y difícil de mantener. Abundan las investigaciones que han puesto en evidencia las dificultades encontradas para iniciar este tipo de procesos, tanto con profesores en activo como con profesores en formación inicial, así como las transformaciones que este sufre en su necesidad de adaptarse a diferentes contextos (Selezniov, 2018). Además, en la medida en que se interpreta que gran parte de su potencial radica en que sea una práctica sostenida en el tiempo y no puntual, las barreras y dificultades parecen multiplicarse. Desde la perspectiva teórica antes esbozada, relacionamos estas dificultades con la ausencia de una infraestructura matemático-didáctica adecuada.

En el caso japonés, diversos autores (p.e., Doig et al. 2011; Lewis y Tsuchida, 1999; Miyakawa y Winsløw, 2019; Shimizu, 2014;) han identificado componentes infraestructurales que podrían explicar la sostenibilidad de esta práctica. Se describen aspectos diversos como, por ejemplo: dotar al profesorado de tiempos y espacios para reunirse; una mentalidad de la profesión abierta al escrutinio y a la opinión de otros; un currículo relativamente breve; unos estudiantes que desean siempre colaborar en clase; el apoyo al profesorado desde instancias administrativas; un entramado de conferencias para profesores a nivel nacional, regional y local; disponibilidad de recursos que sirvan de modelo (libros de texto, revistas profesionales, actas de congresos, libros de sociedades de profesores, etc.). En la mayoría de los casos, estos factores se vinculan con los niveles superiores de codeterminación didáctica (pedagogía, escuela, sociedad). Sin embargo, detectamos una ausencia de problematización sobre los componentes infraestructurales relacionados con los niveles inferiores de codeterminación (disciplina e inferiores), aun cuando estos son densos en una gran parte de esta infraestructura de apoyo (por ejemplo, en los libros de texto, en el currículo, nacional, o en publicaciones para el profesorado). Consideramos que no se trata de un asunto menor, ya que la realización de un EC implica una reflexión profunda sobre los objetos matemáticos y su enseñanza, que conduzca a una toma consciente y bien meditada de decisiones sobre el diseño de la clase que se va a implementar y a observar, y que guíe y haga productiva la discusión posterior. Entender desde qué posición los profesores llevarán a cabo todo este proceso es crucial para el éxito del dispositivo en términos de aprendizaje profesional.

En el caso japonés, el dispositivo de EC se considera indisolublemente ligado a la metodología de TTP (Fujii, 2018; Hino, 2007). Es decir, que, si consideramos como institución J al “EC en Japón”, en la misma se adopta, como PD vigente, el que hemos esbozado en el apartado precedente (por ello, lo denotaremos, a partir de ahora, como PDV_J). El carácter dominante de este paradigma da lugar a una forma común y compartida de interpretar qué es hacer matemáticas, aprender matemáticas y enseñar matemáticas, que es denso y atraviesa prácticas profesionales que llevan a cabo los docentes involucrados en procesos de EC. Esto se observa en todas las fases del EC (García et al., 2019) pero, especialmente, en la fase de indagación (*kyozaiikenkyu*) que culmina con la redacción detallada de una lección (*plan de la clase*). Watanabe et al. (2008) describen, con cierto detalle, qué significa y cómo se lleva a cabo esta fase en Japón. El término *kyozai* se puede traducir como “material instruccional”, y se suele asociar con tipos de tareas, normalmente presentes en libros de texto (de ahí la importancia que tiene el análisis de estos). El término *kenkyu* se puede traducir como “investigación”. En un primer nivel, esta se entiende en el sentido de investigar, de forma profunda y repetida, un determinado “material instruccional” (por ejemplo, una tarea que se presenta en un libro de texto). Se trata de investigar hasta que el profesorado desarrolle una visión clara de lo que ellos podrían enseñar y los alumnos podrían aprender a través de dicho “material”. Es especialmente relevante que los profesores se pregunten acerca de cómo los estudiantes resolverán el problema que el “material instruccional” presenta, anticipando posibles soluciones. En un segundo nivel, se procede a la elaboración de un determinado *plan de clase*, basado en el análisis de diferentes “materiales instruccionales” y siguiendo la estructura que hemos esbozado en los MDV_J.

Es en este nivel de microanálisis en el que se observa el papel crucial que desempeña el PDV_J, como forma compartida de interpretar las matemáticas y su enseñanza, en la configuración de la estructura y el funcionamiento del dispositivo de EC en Japón. Por ejemplo: a) la importancia que se le otorga a la selección de tareas problemáticas que permitan a los estudiantes desarrollar diferentes estrategias a partir de sus conocimientos previos. Y que, además, dichos procedimientos estén bien conectados con determinados conocimientos matemáticos, en coherencia con el MEV_J de tipo constructivista y con los FEV_J; b) La exploración concienzuda que se lleva a cabo de tales tareas para determinar, a priori, ese conjunto de posibles estrategias, de manera consistente con los FEV_J y con los MDV_J; c) El diseño minucioso que realiza de la clase (o lección), organizada en torno a este tipo de tareas y que obedece a una estructura más o menos prefijada que hemos detallado dentro de los MDV_J. En particular, es de gran importancia planificar el tipo de discurso que el docente desarrollará para articular entre sí las diferentes soluciones que se espera que surjan en el trabajo exploratorio de los alumnos. Este debe conducir a la comprensión del contenido matemático objeto de la clase, superando así los fines meramente teoricitas o tecnicistas, en coherencia con los FEV_J.

Ahora bien, ¿qué ocurre en otros contextos, en los que el dispositivo de EC se intenta desarrollar asumiendo PD institucionales diferentes al PDV_J? ¿O qué sucede cuando se desea introducir el binomio EC-PDV_J en instituciones en las que los procesos de estudio están regidos por otros paradigmas? Para responder a esta pregunta, hemos seleccionado un conjunto de investigaciones que relatan el EC fuera de Japón. Además, nos interesan, o bien aquellas que describen el intento de trasponer componentes del PDV_J a otros contextos, o bien las que comparan EC realizados bajo otros paradigmas con el EC japonés. Consideramos que una mirada detallada a estudios de este tipo puede ser reveladora del importante papel que desempeñan los PD como componentes infraestructurales.

Por limitación de espacio, sintetizaremos aquí sólo algunos aspectos de 5 de estas investigaciones. Fujii (2014) describe cómo una comprensión superficial del PDV_J por parte de profesores involucrados en procesos de EC en Uganda y Malawi condujo a deficiencias en el proceso, (a) como una insuficiente anticipación de las estrategias de los estudiantes o (b) una dificultad para

identificar el objetivo de la clase en la exploración del currículo y los materiales a utilizar. En el caso de Malawi, Fauskanger et al. (2022) describen cómo los profesores se aferran, inicialmente, a “visiones tradicionales” (reflejo del PD vigente) de las matemáticas y cómo, tras el EC, empiezan a emerger otros aspectos, como la necesidad de crear espacios de participación para los estudiantes de manera que pueden descubrir las matemáticas por sí mismos (más cercanos ya al PDV_J). Clivaz y Miyakawa (2020) analizan dos procesos de EC con profesorado en formación inicial de Suiza y Japón, evidenciando cómo, incluso partiendo de la misma tarea, las clases que diseñan difieren en aspectos importantes. Al afirmar que “las clases implementadas (...) reflejan, en gran medida, las características de una clase ordinaria de matemáticas en cada país” (p. 68, traducción propia), los autores evidencian cómo los PD vigentes determinan el proceso de EC, mostrando así la necesidad de considerar el EC siempre desde la perspectiva de un PD determinado. En Groves et al. (2016) se relata una experiencia de introducción del PDV_J en Australia, usando el dispositivo del EC. El análisis de la misma muestra cómo los docentes intentaban dar sentido al PDV_J desde la perspectiva del PD vigente en dicho país, dando lugar a tensiones, como: a) la dificultad de los docentes en aceptar que toda una clase gire en torno a un solo problema; b) su reticencia a dar importancia al momento en que el profesor circula por la clase observando el trabajo de los estudiantes; c) no querer aceptar que aproximadamente la mitad de la clase se dedique a discutir las diferentes soluciones a la tarea; d) su escepticismo respecto a que los estudiantes participasen de forma efectiva en dicha discusión. Lo que los autores identifican como una diferencia en la *cultura de enseñanza* en ambos países se podría interpretar, de hecho, como un choque entre dos PD, el vigente en Australia y el PDV_J en el que se pretende que los profesores entren. Una interpretación similar, en términos de tensiones entre paradigmas, se muestra en Asami-Johansson (2021), donde, a través del análisis del caso de una profesora sueca que se aproxima al PDV_J, se ponen en evidencia las dificultades que esta tiene para movilizar técnicas didácticas propias del modelo japonés. La autora relaciona estas dificultades con lo que denomina el “contexto histórico y cultural” en Japón y Suecia, aunque, desde nuestra perspectiva, realiza una descripción de los PD vigentes en ambos países, para concluir que la profesora sueca modifica algunas de las técnicas didácticas propias del modelo japonés desde la perspectiva del paradigma vigente en Suecia.

CONCLUSIONES

El análisis del dispositivo de EC en Japón nos ha permitido poner en evidencia la estrecha relación que guarda con cierto PD vigente en dicho país. De hecho, argumentamos que, lo que hemos denominado PDV_J, es un componente infraestructural básico para el sostenimiento y el adecuado funcionamiento del dispositivo en dicho país. La breve revisión realizada de algunas investigaciones que relatan la traslación del dispositivo a otros países, en los que otros paradigmas didácticos están vigentes, o el contraste entre EC realizados asumiendo PD diferentes, nos permite empezar a vislumbrar hasta qué punto el PD asumido afecta al desarrollo del dispositivo. En particular, interpretamos algunos de los resultados descritos en estas investigaciones en términos de tensiones entre el paradigma vigente en dichos contextos, y que en gran medida determina cómo los profesores piensan y deciden acerca de la educación matemática de los estudiantes, y el paradigma importado, explícita o implícitamente.

Selezniov (2018) realiza un análisis de la traslación del dispositivo a contextos diferentes al japonés, a partir de una revisión extensa de literatura científica, concluyendo que no hay una interpretación internacionalmente compartida del EC. Además, propone una lista de “componentes esenciales” que caracterizan al EC en Japón, para concluir que, en muchas de las investigaciones que ha revisado, uno o más de estos componentes están ausentes. En ninguno de los 7 componentes que propone como esenciales del dispositivo de EC tal y como se desarrolla en Japón, la autora identifica la forma en la que se interpretan las matemáticas y su enseñanza en Japón, es decir, el PD vigente. Resulta, sin lugar a duda, paradójico, a la luz del énfasis que académicos de ese país ponen en la inseparabilidad del dispositivo respecto de tal paradigma (Fujii, 2018; Hino, 2007). De hecho,

Fujii (2014) considera que, para la transferencia del modelo japonés de EC, es necesario considerar, de manera explícita, las creencias y actitudes de los profesores japoneses que lo apuntalan. Postulamos que, una parte esencial de tales creencias y actitudes, son un reflejo del PDV_J.

Gascón y Nicolás (2021) afirman que son los PD, globalmente considerados, los que permiten explicar las prácticas docentes que se llevan a cabo en una institución. En la medida en que el dispositivo de EC implica un trabajo profundo y refinado sobre las prácticas docentes institucionales, y que estas están fuertemente condicionadas por los PD vigentes en dichas instituciones, la consideración por parte del investigador del binomio EC-PD se revela de vital importancia para entender el funcionamiento del dispositivo, determinar la viabilidad del mismo y comprender el tipo de aprendizaje profesional al que este daría lugar. Así se muestra, por ejemplo, en Lendínez et al. (2020) y Lendínez y García (2021), donde se analiza el diseño, la implementación y el tipo de aprendizaje profesional en un dispositivo de EC bajo la consideración explícita del PD disciplinar asumido desde la Teoría de las Situaciones Didácticas en formación inicial del profesorado.

Referencias

- Asami-Johansson, Y. (2021). Conditions and constraints for transferring Japanese structured problem solving to Swedish mathematics classroom. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 41(3), 347–391.
- Chevallard, Y. (2009). Remarques sur la notion d'infrastructure didactique et sur le rôle des PER. *Journées Ampère in Lyon*. http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Infrastructure_didactique_PER.pdf
- Chevallard, Y., Bosch, M., García, F.J. y Monaghan, J. (2020). *Working with the Anthropological Theory of the Didactic in Mathematics Education: A Comprehensive Casebook*. Routledge.
- Clivaz, S. y Miyakawa, T. (2020). The effects of culture on mathematics lessons: an international comparative study of a collaboratively designed lesson. *Educational Studies in Mathematics*, 105(1), 53–70.
- Darling-Hammond, L. (2006). Constructing 21st-Century Teacher Education. *Journal of Teacher Education*, 57(3), 300–314.
- Doig, B., Groves, S. y Fujii, T. (2011). The critical role of task development in lesson study. En L. Hart, A. Alston y A. Murata (Eds.), *Lesson study research and practice in mathematics education* (pp. 181-200). Springer.
- Fauskanger, J., Helgevold, N., Mercy, K. y Jakobsen, A. (2022). Challenging Malawian Primary Teachers' Views on Mathematics Teaching and Learning through Lesson Study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 11(1), 26-39.
- Fujii, T. (2014). Implementing Japanese Lesson Study in Foreign Countries: Misconceptions Revealed. *Mathematics Teacher Education and Development Journal*, 16(1), 65–83.
- Fujii, T. (2016). Designing and adapting tasks in lesson planning: a critical process of Lesson Study. *ZDM Mathematics Education*, 48(4), 411–423.
- Fujii, T. (2018). Lesson Study and Teaching Mathematics Through Problem Solving: The Two Wheels of a Cart. En M. Quresma, C. Winsløw, S. Clivaz, A. Ní Shúilleabháin y A. Takahasi (Eds.), *Mathematics lesson study around the world* (pp. 1–21). Springer.
- García, F.J., Wake, G., Lendínez, E.M. y Lerma, A.M. (2019). El papel de los modelos epistemológicos y didácticos en la formación del profesorado a través del dispositivo del estudio de clase. *Enseñanza de las Ciencias*, 37(1), 137–156.
- García, F.J., Lendínez, E.M. y Lerma, A.M. (2022). On the Problem Between Devices and Infrastructures in Teacher Education Within the Paradigm of Questioning the World. En Y. Chevallard, B. Barquero, M. Bosch, I. Florensa, J. Gascón, P. Nicolás y N. Ruiz-Munzón (Eds.), *Advances in the Anthropological Theory of the Didactic* (pp. 103–112). Birkhäuser.

- Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 4(2), 129–159.
- Gascón, J. y Nicolás, P. (2021). Incidencia de los paradigmas didácticos sobre la investigación didáctica y la práctica docente. *Educación Matemática*, 33(1), 7–40.
- Groves, S., Doig, B., Vale, C. y Widjaja, W. (2016). Critical factors in the adaptation and implementation of Japanese Lesson Study in the Australian context. *ZDM Mathematics Education*, 48(4), 501–512.
- Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: Trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM Mathematics Education*, 39(5–6), 503–514.
- Isoda, M. y Olfos, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases*. Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Lendínez, E.M., García, F.J. y Lerma, A.M. (2020). Propuesta de un proceso de estudio de clases para la formación inicial del profesorado de Educación Infantil desde el paradigma del cuestionamiento del mundo. *Educação Matemática Pesquisa*, 22(4), 694–710.
- Lendínez, E.M. y García, F.J. (2021). Desarrollo del equipamiento praxeológico de los futuros maestros de Educación Infantil a través del Estudio de Clases. En P. D. Diago, D. F. Yañez, M. T. González-Astudillo y D. Carrillo (Eds.), *Investigación en educación matemática XXIV* (pp. 377–384). SEIEM.
- Lewis, C. y Tsuchida, I. (1999). A lesson is like a swiftly flowing river: research lessons and the improvement of Japanese education. *Improving Schools*, 2(1), 48–56.
- Miyakawa, T. y Winsløw, C. (2019). Paradidactic infrastructure for sharing and documenting mathematics teacher knowledge: a case study of “practice research” in Japan. *J Math Teacher Educ*, 22(3), 281–303.
- Robutti, O., Cusi, A., Clark-Wilson, A., Jaworski, B., Chapman, O., Esteley, C., Goos, M., Isoda, M. y Joubert, M. (2016). ICME international survey on teachers working and learning through collaboration: June 2016. *ZDM Mathematics Education*, 48(5), 651–690.
- Seleznyov, S. (2018). Lesson study: an exploration of its translation beyond Japan. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 7(3), 217–229.
- Shimizu, Y. (2014). Lesson study in mathematics education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 358–360). Springer.
- Shinno, Y. y Yanagimoto, T. (2023). Conditions and constraints of implementing a mathematics lesson study-based PD program for Japanese pre-service teachers. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 11(2), 322–343
- Stigler, J.W. y Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*. The Free Press.
- Takahashi, A. (2021). *Teaching mathematics through problem-solving*. Routledge.
- Watanabe, T., Takahashi, A. y Yoshida, M. (2008). Kyozaikenkyu: A critical step for conducting effective lesson study and beyond. En F. Arbaugh y P. M. Taylor (Eds.), *AMTE Monograph 5: Inquiry into Mathematics Teacher Education* (pp. 131–142). AMTE.
- Winsløw, C. (2011). A comparative perspective on teacher collaboration: The cases of lesson study in Japan and of multidisciplinary teaching in Denmark. En G. Gueudet, B. Pepin y L. Trouche (Eds.), *From text to 'lived' resources* (pp. 291–304). Springer.

ⁱ Este trabajo se ha realizado al amparo del proyecto de investigación PID2021-126717NB-C32, financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación.

ⁱⁱ Teaching Through Problem-solving, en inglés.