

# USO DE LA CONFIGURACIÓN EPISTÉMICA PARA CONTRASTAR EL ESTADO HIPOTÉTICO E IMPLEMENTADO DE LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICA<sup>1</sup>

## Using the epistemic configuration to contrast the hypothetical and implemented state of mathematical instruction

García-Mora, E. y Díez-Palomar, J.

Universitat de Barcelona

*Los conceptos, las proposiciones, los argumentos, la situación-problema, el lenguaje y los procedimientos son las entidades primarias de la instrucción matemática que integran una configuración epistémica, constructo del Enfoque Ontosemiótico (EOS). Este instrumento permite al profesor regular las tareas a implementar en el aula y posteriormente reflexionar sobre dicha implementación. En esta comunicación se muestra una aplicación del constructo para caracterizar las seis entidades primarias según aquello se espera movilizar con la tarea (configuración epistémica hipotética) y que en el aula ocurre (configuración epistémica implementada). Cuando una tarea se desarrolla de una manera no esperada, el contraste de las seis entidades en estos dos momentos permite identificar los elementos que provocaron dicho desfase para rediseñar y mejorar la tarea.*

**Palabras clave:** configuración epistémica, Enfoque Ontosemiótico, reflexión del profesor.

### Abstract

*Concepts, propositions, arguments, situation-problem, language and procedures are the primary entities of mathematical instruction that compose an epistemic configuration, a construct of the Ontosemiotic Approach (OSA). This instrument allows the active teacher to regulate the tasks to be implemented in the classroom and later reflect on said implementation. This communication shows an application of the construct to characterize the six primary entities according to what is expected to be mobilized with the task (hypothetical epistemic configuration) and what occurs in the classroom (implemented epistemic configuration). When a task is developed in an unexpected way, the contrast of the six entities in these two moments allows to identify the elements that caused this gap in order to redesign and improve the task.*

**Keywords:** epistemic configuration, Ontosemiotic Approach, teacher's reflection.

## INTRODUCCIÓN

Cuando un profesor diseña una tarea de tipo matemático, visualiza las reacciones que espera generar en el alumnado. Tales reacciones se pueden concretar como evidencias de aprendizaje graduadas en niveles de desempeño. Si el profesor observa que la mayor parte del grupo presenta niveles de desempeño más bajos de los que esperaba se puede generar en él una crisis de confianza sobre su propia práctica (Camargo, 2019). La reflexión es una práctica docente que permite identificar los elementos de la tarea que condujeron a la generación de reacciones de los alumnos diferentes a las esperadas. El uso de instrumentos de análisis didáctico que sistematizan la reflexión del profesor sobre su propia práctica es fundamental en la visualización de aspectos de la implementación que

---

<sup>1</sup> Este trabajo se ha realizado en el marco de los proyectos: PID2021-127104NB-I00, PID2019-104964GB-I00 (MICINN, FEDER, EU), PGC2018-098603-B-I00 (MINECO).

pueden no ser perceptibles por parte del profesor. El *Enfoque Ontosemiótico* (EOS) propone una serie de instrumentos de análisis didáctico para orientar la reflexión del profesorado, uno de ellos es el constructo *configuración epistémica*. En dicho constructo se identifican y relacionan las seis entidades primarias presentes en toda instrucción matemática: conceptos, proposiciones, argumentos, situación-problema, lenguaje y procedimientos (Godino et al., 2020).

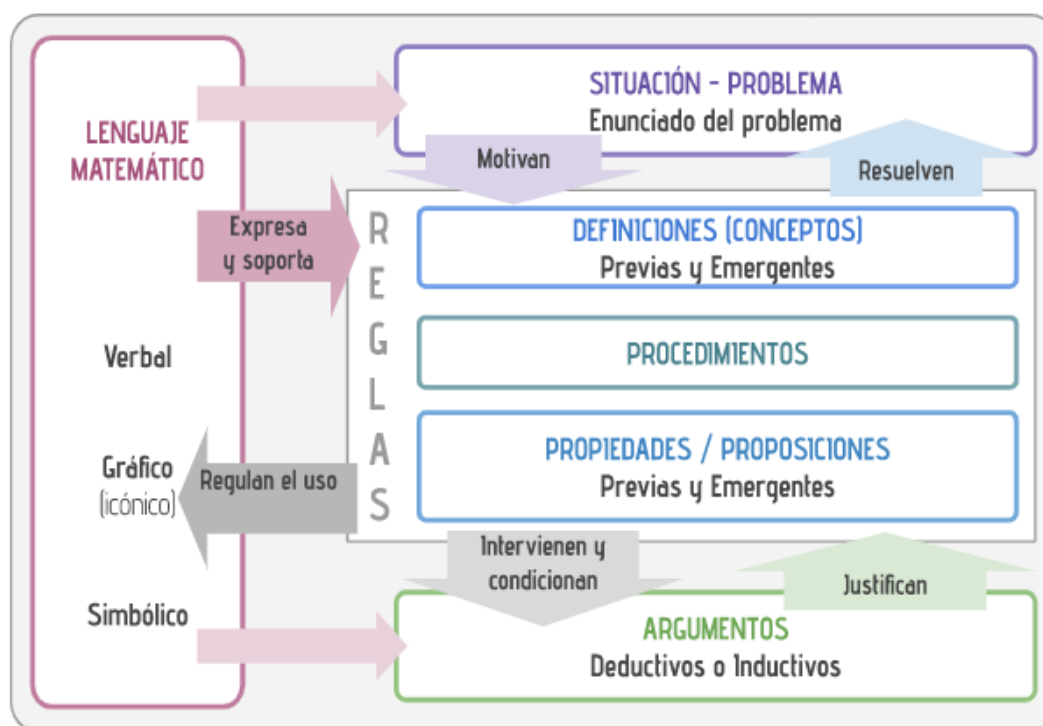
Con esta comunicación se muestra la aplicación de un constructo de análisis didáctico: la *configuración epistémica* como una herramienta para establecer lo que espera observar en el aula (estado hipotético) y lo que sucede en el momento de la implementación de la tarea (estado implementado). El objetivo de realizar la reflexión antes y después de su paso por el aula es caracterizar los objetos primarios del diseño de una tarea matemática (*configuración epistémica hipotética*) y los de su implementación en el aula (*configuración epistémica implementada*). Tales caracterizaciones permiten encontrar relaciones entre sucesos del episodio de clase y las variaciones entre los objetos primarios en las fases hipotética e implementada.

## ANTECEDENTES

Dentro del marco del EOS, Godino y colaboradores (2020) desarrollaron un conjunto de constructos para analizar de manera exhaustiva los problemas teóricos, epistemológicos y semióticos en torno del conocimiento matemático. La aplicación de dichos constructos permite describir las componentes científica, descriptiva, explicativa y predictiva del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas con el objetivo de conducir este proceso de la manera más idónea que sea posible.

Para el EOS se define como *configuración epistémica* al sistema formado por objetos matemáticos, prácticas matemáticas y procesos. Font y Godino (2006) enriquecieron la noción de *objeto matemático* que se presentaba en el currículum de algunos países en el momento de su investigación. En aquel momento los autores identificaron los *conceptos* y los *procedimientos*, por lo que ampliaron la ontología con lo que actualmente constituye los seis objetos primarios de la *configuración ontosemiótica* que se reconocen: conceptos, proposiciones, argumentos, situación-problema, lenguaje y procedimientos (Font y Godino, 2006). Se entiende como *conceptos* a todo término que puede utilizarse una vez que se ha establecido una definición de él. Las *proposiciones* son los enunciados que requieren de uno o varios *argumentos* para ser validados (Godino, 2018). El *lenguaje* es el conjunto de términos, notaciones, expresiones y gráficos en los que se presenta o describe un objeto matemático. La *situación-problema* son las consignas con las que se introduce una tarea con el propósito de inducir la actividad matemática. Finalmente, los *procedimientos* son las operaciones, algoritmos o técnicas utilizadas para el desarrollo de una tarea de tipo matemático (Godino, 2002). Para Font y Godino (2006), los seis objetos primarios que integran a la *configuración epistémica* se relacionan y condicionan entre sí (Figura 1). En primer lugar, la *situación-problema* es el objeto primario que motiva el uso de *conceptos*, *procedimientos* y *proposiciones*. En conjunto, estos tres objetos primarios (*conceptos*, *procedimientos* y *proposiciones*) integran las reglas de la instrucción matemática. Por su parte, el *lenguaje matemático* es el objeto matemático que ayuda a expresar y soportar las reglas, es decir, las *definiciones*, los *procedimientos* y las *proposiciones*. Las reglas a su vez regulan el uso del *lenguaje matemático* y resuelven la *situación-problema*. Finalmente, los *argumentos* dotan de justificación a las reglas. Como lo mencionan Font y Godino (2006), los objetos primarios que integran la *configuración epistémica* son útiles en la descripción de la actividad matemática y ayudan al profesor a analizarla de la manera más completa posible. Cabe puntualizar que Font y Godino (2006) identifican dos tipos de *configuraciones epistémicas*: las axiomáticas y las formalistas. La diferencia entre la *configuración epistémica axiomática* y la *configuración epistémica formalista* es la ausencia de la *situación-problema* y los *procedimientos*. Por tanto, en este trabajo de investigación se considera exclusivamente la *configuración epistémica formalista*, es decir, el constructo que considera los seis objetos primarios (Figura 1).

Figura 1. Configuración epistémica (Font y Godino, 2006).



## METODOLOGÍA

Para la identificación de los elementos clave en el desarrollo de una tarea matemática se diseñó un itinerario de estudio cualitativo en seis fases: (1) diseño de la tarea, (2) caracterización del estado hipotético (*configuración epistémica hipotética*), (3) implementación de la tarea por parte del equipo investigador, (4) caracterización del estado implementado (*configuración epistémica implementada*), (5) contraste de los estados hipotético e implementado de la tarea y (6) reflexión basada en el contraste de los estados hipotético e implementado de la tarea.

La recopilación de información para esta investigación se realizó por medio de un estudio de caso (Stake, 1998). El grupo donde se implementó la tarea estaba formado por treinta alumnos. Los instrumentos de recopilación de datos consistieron en las producciones de los alumnos y los registros de observación del equipo investigador, que a la vez se hizo cargo de la implementación para aplicar una observación participante (Massot et al., 2009; Patton, 2022).

### Fase 1. Diseño de la tarea

Para el diseño de la tarea matemática se tomaron como referencia las orientaciones curriculares para el dibujo geométrico en el primer curso de la escuela secundaria obligatoria (Decreto 187/2015). La situación-problema hipotética (SPH), es decir, la situación-problema diseñada para su implementación en el aula es el objeto primario de la *configuración epistémica hipotética* de la tarea que se reconoce en primer lugar al diseñar la tarea. Dicho planteamiento fue el siguiente: *Toda la clase participará en el Festival de Globos. Se trata de un festiva especial donde se prueba la habilidad de los equipos que participan. Para ello se hace un sorteo de diferentes cuerpos geométricos para que cada equipo haga un modelo de ellos en papel. El cuerpo que ha sido asignado a vuestra clase es un octaedro.*

Durante el diseño de la tarea también se propusieron las instrucciones con las cuales se conduciría al grupo hacia la construcción colaborativa de un desarrollo plano: (1) la clase se dividirá en ocho grupos para que cada equipo realice el trazo de una de las ocho caras del poliedro, (2) para que las ocho

figuras permitan la construcción del desarrollo plano de un octaedro, todas ellas deben ser congruentes, por tanto la comunicación entre los equipos será fundamental, (3) una vez obtenidas las ocho caras se realizará la construcción del poliedro.

## Fase 2. Caracterización del estado hipotético

El planteamiento de la *situación-problema hipotética* (SPH) dio pie a la caracterización de algunas de las entidades primarias que integran la configuración epistémica. En primer lugar, se identificaron las *definiciones (conceptos) hipotéticas* (DCH) que se esperaba encontrar en el aula al momento de la implementación. Posteriormente se reconocieron los términos que integraron el *lenguaje matemático verbal/escrito* (LMVEH) y *gráfico* (LMGH) esperados. La conjunción de las tres entidades anteriores condujo a la identificación de las *propiedades/proposiciones hipotéticas* (PPH), para a continuación relacionar con ellas las instrucciones de la tarea e integrar la descripción de la entidad denominada *procedimientos* esperados (PH). Finalmente se establecieron los *argumentos hipotéticos* (AH). La descripción de los objetos primarios que dan forma a la *configuración epistémica hipotética* de la tarea se muestra con mayor detalle en la Tabla 1.

Tabla 1. Descripción de los objetos primarios de la *configuración epistémica hipotética* de la tarea.

Objetos primarios de la <i>configuración epistémica hipotética</i>		
Código	Objeto Primario	Descripción del objeto primario
SPH	Situación-Problema Hipotética	Planteamiento del problema de construcción grupal de un octaedro a partir de sus caras en el contexto de un concurso de globos.
DCH	Definiciones (Conceptos) Hipotéticas	Cuerpo geométrico, modelo, congruente, octaedro
LMVEH	Lenguaje Matemático Verbal/Escrito Hipotético	Cuerpo geométrico, modelo, figura, desarrollo plano, octaedro, información numérica y no numérica dadas
LMGH	Lenguaje Matemático Gráfico Hipotético	Representación en dos dimensiones de un octaedro en escala de grises, representación en dos dimensiones de un octaedro en color y con transparencias en las caras frontales, desarrollo plano de un octaedro
PPH	Propiedades/Procedimientos Hipotéticos	(1) Identificar la forma de las caras de un octaedro: triángulos equiláteros, (2) identificar las medidas de los lados del triángulo para que este sea equilátero.
PH	Procedimientos Hipotéticos	(1) Analizar las características y propiedades de las figuras de dos y tres dimensiones para identificar relaciones entre ellas, (2) utilizar la visualización, el razonamiento y la modelización para resolver problemas, (3) utilizar instrumentos de dibujo geométrico para dibujar un triángulo equilátero congruente al del resto de los equipos, (4) construir un octaedro a partir de sus caras.
AH	Argumentación Hipotética	(1) El uso de los instrumentos de dibujo geométrico son materiales manipulables que ayudan a medir y a trazar figuras geométricas con precisión, (2) los instrumentos de dibujo de los que se dispone condicionan el procedimiento de trazo de figuras geométricas y (3) el grado de precisión del dibujo geométrico condiciona la obtención de un cuerpo geométrico.

## Fase 3. Implementación

Para la implementación de la tarea, uno de los miembros del equipo de investigación se hizo cargo de una sesión de matemáticas con un grupo de alumnos de secundaria. A pesar de que el nivel de logro de la tarea fue satisfactorio, los alumnos construyeron un octaedro aparentemente simétrico (Figura 2), las interacciones entre ellos difirieron de lo esperado. Es decir, la colaboración y diálogo

entre los alumnos fue muy limitada y casi inexistente. Por lo que el éxito de la tarea se debió al trabajo individual de un miembro de cada grupo.

Figura 2. Producción de los alumnos



Las observaciones de dicha experiencia se recogieron en forma de notas de campo que se acompañaron de imágenes. De la intervención en el aula se derivaron variaciones del diseño de la tarea como la omisión del contexto para dar agilidad a la sesión y promover la participación del alumnado que se mostró distraído con los instrumentos de dibujo geométrico entregados justo al iniciar la sesión. La mayor parte de la recopilación de la información sobre el trabajo dentro del aula se realizó en la caracterización de la sesión con el constructo *configuración epistémica implementada*.

### Fase 3. Caracterización del estado implementado

Al igual que en la fase de diseño, el constructo *configuración epistémica* se utilizó para analizar la implementación de la tarea por medio de la identificación de las seis entidades primarias y su organización en la Tabla 2: *situación-problema implementado* (SPI), *definiciones (conceptos) implementados* (DCI), *lenguaje matemático verbal/escrito implementado* (LMVEI), *lenguaje matemático gráfico implementado* (LMGI), *propiedades/proposiciones implementadas* (PPI), *procedimientos implementados* (PI) y *argumentos implementados* (AI). Al seguir el mismo orden de análisis se esperaba encontrar los primeros patrones que dieran pie a la identificación de variaciones entre las entidades que integran la *configuración epistémica*. En la misma Tabla 2 se muestran tanto los componentes de cada objeto primario presentados por la persona que implementó la tarea como aquellos que surgieron en las intervenciones de los alumnos. Estos últimos se identifican bajo la etiqueta *emergentes*. Por otra parte, en la Tabla 2 también se agrega la etiqueta *verbal y escrito* al lenguaje matemático emergente, es decir que surgió de las interacciones entre los alumnos.

Tabla 2. Descripción de los objetos primarios de la *configuración epistémica implementada* de la tarea.

Objetos primarios de la <i>configuración epistémica implementada</i>		
Código	Objeto Primario	Descripción del objeto primario
SPI	Situación-Problema Implementada	Planteamiento descontextualizado del problema de construcción grupal de un octaedro a partir de sus caras. Octaedro, caras, triángulo, triángulo equilátero, medidas iguales, altura, altura de un triángulo.
DCI	Definiciones (Conceptos) Implementadas	Emergentes: Lado más largo, lados de un triángulo, punto medio, longitud de un lado, extremos, lado opuesto.
LMVEI	Lenguaje Matemático Verbal/Escrito Implementado	Cuerpo geométrico, octaedro Verbal emergente: aquí, allá, más cerca, raya, está chueco. Escrito emergente: 42 cm y 21 cm
LMGI	Lenguaje Matemático Gráfico Implementado	Representación en dos dimensiones de un octaedro en escala de grises, representación en dos dimensiones de un octaedro en color y con transparencias en las caras frontales, triángulos
PPI	Propiedades/Procedimientos Implementados	Identificar la forma de las caras de un octaedro: triángulos equiláteros Emergentes: las medidas de los lados de un triángulo deben ser iguales para garantizar que es un triángulo equilátero
PI	Procedimiento Implementado	(1) Seleccionar el lado más largo de la hoja para ubicar uno de los lados del triángulo, (2) medir el lado más largo, 42 cm, para identificar su punto medio, 21 cm, (3) trazar la altura del triángulo a partir del punto medio de lado más largo de la hoja, (4) aplicar el ensayo-error para identificar el vértice que comparten los dos lados que faltan por trazar para formar el triángulo equilátero
AI	Argumentación Implementada	Los instrumentos de dibujo geométrico son materiales manipulables indispensables para medir y trazar figuras

## RESULTADOS

Primeramente, se observó que al momento de la implementación se eliminó el contexto de la *situación-problema implementada*. En lo que corresponde al objeto primario *conceptos (definiciones)*, durante el diseño no se exploraron detalles sobre la forma de las caras del tetraedro, los triángulos equiláteros, pero en el aula surgieron términos relacionados con esta figura y con las características de medida de esta figura. Así mismo, los alumnos hicieron uso de términos relacionados con el proceso de dibujo geométrico porque se interesaron en la identificación de un punto medio para trazar una altura. Dicho enfoque no fue previsto en el momento del diseño de la tarea. Posteriormente se analizó el lenguaje matemático, con lo cual surgió la identificación de los términos informales de los alumnos para hacer referencia a ubicación, espacio y forma, así como el registro gráfico de medidas relacionadas con la longitud del lado mayor de la hoja en la cual se hizo el trazo y la ubicación de su punto medio. En cuanto a las *propiedades/procedimientos*, los alumnos se centraron en la forma de las caras del octaedro: el triángulo equilátero. Las propiedades exploradas por los alumnos estuvieron relacionadas con la medida y el trazo para la construcción de un triángulo equilátero a partir de la longitud de sus lados. Desde la perspectiva de los alumnos, el objeto primario *procedimiento* también se encaminó hacia la construcción del triángulo equilátero y cómo garantizar que los lados dibujados tenían igual longitud a partir de la correcta identificación del vértice opuesto al primer lado dibujado. Finalmente, la *argumentación* de los estados hipotético e implementado coincidió en lo referente a la importancia del uso de los instrumentos de dibujo geométrico para medir y trazar.

## CONCLUSIONES

Font y Godino (2006) utilizan la *configuración epistémica (formalista)* para dar respuesta al cuestionamiento sobre cómo realizar un análisis lo más completo posible, por parte del profesorado, de textos y tareas. El uso de este constructo ha permitido a varios grupos de investigadores (Font y Godino, 2006; Pochulu y Font, 2011; Rocha y Font, 2022) identificar los seis objetos primarios y relacionarlos entre sí para reflexionar sobre los contenidos matemáticos antes de su implementación en el aula (lo que en esta comunicación se considera *configuración epistémica hipotética*). Fernández y Godino (2007) aplican la *configuración epistémica* en el análisis didáctico de una tarea en dos niveles: la resolución ideal del sujeto experto (*configuración epistémica institucional de referencia*) y la solución de un estudiante. Con este trabajo Fernández y Godino (2007) demuestran el potencial del constructo *configuración epistémica* en “el estudio de los conocimientos matemáticos puestos en juego en la resolución de problemas y su secuenciación en los procesos de instrucción matemática” (p. 196). Por tanto, se considera un acierto la incorporación de una nueva fase de reflexión en la cual se utiliza nuevamente el constructo de análisis didáctico empleado para caracterizar la tarea diseñada permite identificar los objetos matemáticos efectivamente movilizado dentro del aula (*configuración epistémica implementada*).

La comparación de los estados hipotético e implementado de los objetos primarios de la *configuración epistémica* permitió puntualizar los aspectos susceptibles de mejora de la tarea. Al centrar el análisis en los objetos primarios, en lo que se refiere a la *situación-problema* se puede introducir el contexto por medio de un recurso visual como un video para generar la atención de los alumnos. Para establecer las *definiciones (concepto)*, será importante centrar la atención en la tarea que desarrollarán los alumnos. En este caso los alumnos realizaron el dibujo de un triángulo equilátero, por tanto, este deberá ser el concepto central a explorar en la tarea. La modificación del concepto principal de la tarea implica el replanteamiento del resto de los objetos primarios (lenguaje, propiedades y argumentos), en los cuales también se debe reflejar la estrategia de dibujo geométrico del triángulo equilátero a partir de las medidas de los lados. Las deficiencias de los alumnos para comunicar ideas matemáticas y la realización del dibujo geométrico se recogen en la caracterización de los objetos primarios *lenguaje y procedimientos*. Dicha problemática es el origen de las diferencias entre el estado *hipotético* y el *implementado* de la *configuración epistémica*. Según lo reportan Ortega y Pecharromás (2015), los alumnos que tienen dificultades para construir representaciones correctas de figuras geométricas tienen “percepciones inadecuadas o incorrectas de los objetos geométricos considerados y de los elementos que le configuran” (p. 114).

Los instrumentos que sistematizan la reflexión sobre la práctica del profesor, como las *configuraciones epistémicas* del EOS, ayudan al profesor a establecer un escenario hipotético de aquello que se espera encontrar en el aula cuando se implementa una tarea. Este mismo instrumento, la *configuración epistémica*, permite analizar los fenómenos ocurridos en el aula cuando las reacciones previstas en los alumnos no se presentan. El contraste de un estado hipotético y un estado experimental producto de la implementación de la tarea en el aula permite la identificación de las entidades primarias dictadas por el constructo *configuración epistémica* y orienta en la visualización de elementos para mejorar la tarea.

## Referencias

- Camargo, L. (2019). Perspectivas para leer la práctica del profesor de matemáticas. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández, y M.T. González (Eds.) *Investigación sobre el profesor de matemáticas: práctica de aula, conocimiento, competencia y desarrollo profesional*. Ediciones Universidad de Salamanca.
- Decret 187 de 2015 [Generalitat de Catalunya]. Por medio del cual se ordena la enseñanza de la educación secundaria obligatoria. 25 de agosto de 2015.

- Fernández, T., Cajaraville, J.A. y Godino, J.D. (2007). Configuraciones epistémicas y cognitivas de tareas de visualización y razonamiento espacial. *Investigación en Educación Matemática*, XI, 189-197.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 20, 376-381.
- Godino, J.D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2-3), 237-284.
- Godino, J. D. (2018). *Bases semióticas, antropológicas y cognitivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática*. Universidad de Granada. [http://enfouqueontosemiotico.ugr.es/JDGodino\\_bases\\_sac\\_EOS.pdf](http://enfouqueontosemiotico.ugr.es/JDGodino_bases_sac_EOS.pdf)
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12 (2), 3-15.
- Massot, I., Dorio, I. y Sabariego, M. (2009). Estrategias de recogida y análisis de la información. En R. Bisquerra (Coord.) *Metodología de la investigación educativa*, 329-368.
- Ortega, T. y Pecharrmán, C. (2015). Aprendizaje de conceptos geométricos a través de visualizaciones. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 7, 95-117.
- Patton, M.Q. (2002). *Qualitative Research & Evaluation Methods*. SAGE.
- Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisi del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista Latinoamerica de Investigación en Matemática Educativa* 14(3), 361-394.
- Rocha, T.C. y Font, V. (2022). Análisis metacognitivo de un aula de matemática sobre medida de superficies. *Revista Latinoamerica de Investigación en Matemática Educativa* 25(2), 169-196. <https://doi.org/10.12802/>
- Stake, R.E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata, S.L.