Contas de "vai um" e de "pedir emprestado": em busca de um conhecimento-emancipação

Carmen Avani Eckhardt[1]

Quero começar com uma reflexão trazida por Rubem Alves no caderno Sinapse da Folha de São Paulo de 2002, o qual dizia que existe muita sabedoria nos ditos populares, como no que diz:

> É fácil levar a égua até o meio do ribeirão. O difícil é convencê-la a beber a água. De fato, se a égua não estiver com sede, ela não beberá água, por mais que seu dono a surre... Mas se estiver com sede, ela, por vontade própria, tomará a iniciativa de ir até o ribeirão. Aplicado à educação: é fácil obrigar o aluno a ir à escola. O difícil é convencê-lo a aprender aquilo que ele não quer aprender.

Trago isto para fazer uma reflexão sobre os algoritmos que têm sido ensinados na escola. Será que as crianças querem aprender estes que a escola considera como dignos de serem aprendidos pelas crianças? Como a criança pensa e resolve os cálculos de seu cotidiano? Tem relação com a maneira que é ensinada na escola?

Parece-me que a sede das crianças é enorme. Entretanto sua sede não se mata dando de beber a água de um mesmo ribeirão. Querem águas de rios, de lagos, de lagoas, de fontes, de chuva, de poços d'água. Mas a escola procura ensinar a todos a beber a água do mesmo ribeirão.

Quando questiono isto com os professores, a grande maioria me diz que não sabe qual o gosto de outras águas que não seja do mesmo ribeirão. Acho triste isto, porque algum dia estes professores já foram crianças e com vontade de conhecer outras águas. Foi a instituição "escola" que lhes ensinou a forma certa de beber água, e hoje perderam a curiosidade, felizes com as águas do ribeirão conhecido. Ficam com medo de se afogarem e se assustam com ribeirões diferentes.

Ensinando a beber a água do mesmo ribeirão (os algoritmos convencionais) podemos dizer que isto caracteriza um ensino que regula e não emancipa. Noutra direção está um ensino que não apague a curiosidade da criança, a vontade de saber e de beber outras águas, que não aquelas que pretendemos "ensinar".

Do ponto de vista pedagógico, frente aos algoritmos ensinados na escola, em vez de resignação e uma atitude passiva, quero trazer a dúvida, a crítica e a construção de um novo entendimento sobre o assunto, de o professor perder o medo de provar outras águas. Será que não vai gostar de beber outras águas? Se nunca provar, como saberá? É problematizar a visão de conhecimento objetivo, neutro, com verdades consideradas absolutas, pois este olhar dificulta uma perspectiva crítica e criativa de aprendizagem, já que se assenta no pressuposto de que há uma verdade sobre o mundo que esta deve ser transmitida, repetida e assimilada pelas novas gerações na qual o saber é objetivamente dado, sem direito ao questionamento.

Na perspectiva crítica, o meio escolar precisa ser fundado por espaços discursivos de diversas naturezas: entre professores e alunos, entre os alunos, entre professores, funcionários e colegas, entre pais, professores e funcionários, pois, as relações nas escolas são afetadas e afetam a todos, proporcionando novos conhecimentos que se manifestam nas ações e nos atos de fala.

Trata-se, segundo Boufleuer (1993),

> do esforço de compreender os saberes e as práticas existentes a partir das intencionalidades que os produziram. Na verdade, os sentidos que subjazem ao modo de pensar e de agir dos indivíduos foram historicamente sedimentados, bem como as condições materiais que os sustentam. Sob a perspectiva da concriatividade histórica, em que o passado e o presente se encontram em constante mediação, as respostas dadas em outros contextos históricos precisam ser re-avaliadas a partir das circunstâncias do presente (p. 106).

Mesmo que eu só tenha bebido de um tipo de água, não quer dizer que não possa se deliciar conhecendo novos saberes que provêm de fontes diversas! É nesta perspectiva que os conhecimentos ensinados na escola, como os algoritmos, precisam ser reavaliados atualmente.

A história dos algoritmos vem nos mostrar que a escola de hoje continua a elitizar, pois continua privilegiando o domínio e não a compreensão de conhecimentos, apesar de já ter ocorrido a primeira democratização do cálculo quando os algarismos e cálculos de origem hindu e árabe

[1] Doutoranda e Mestre em Educação pela PUCRS- Especialista em Matemática pela UNISINOS – Assessora Técnico-pedagógica da SMED/POA. E-mail: carmene@terra.com.br.

foram incorporados na Europa, suplantando os algarismos romanos para registrar o resultado dos cálculos aritméticos.

Pensando numa educação popular, não queremos o conhecimento sob o domínio de alguns, mas ao alcance de todos. Para os alunos, principalmente estes das classes populares, queremos uma educação que privilegie a compreensão, a apreensão e a construção do conhecimento. No caso desta pesquisa que estou realizando com um grupo de professores de uma escola da rede municipal de Porto Alegre, ao propor especificamente a discussão em relação às formas cristalizadas de ensinar os algoritmos da adição e subtração frente às possibilidades de outras construções algorítmicas por parte dos alunos, proponho, na verdade, a reflexão sobre formas de ensino reguladoras e não emancipatórias, em geral. Práticas de ensino cristalizadas são "burocratizadores da mente" (FREIRE, 1985: 53), tanto de alunos como de professores, pois estes querem continuar bebendo a mesma água do ribeirão e desta forma aqueles também não querem se arriscar a trazer o que sabem sobre o gosto de outros ribeirões.

Hoje, os algoritmos não passam de um conhecimento-regulação, ainda mais que o ensino de algoritmos das quatro operações se opera no ensino fundamental pelo professor que cursou apenas o Magistério. Este, não se sentindo conhecedor do conhecimento Matemático, acaba se tornando o porta-voz de um conhecimento que se tornou por consenso ser "o legítimo" a ser ensinado. Esta prática leva a pensar que o que existe para se conhecer já foi pré-estabelecido, por vezes visto como um conjunto de regras fechadas, sagradas no sentido de serem inalteráveis. Este professor não problematiza as "verdades instituídas na Matemática", simplesmente as recebe e as transmite e o aluno na posição de receptor se questiona: *"quem foi o inventor desta tal de Matemática"*, não compreendendo que ela é fruto da construção humana. E dessa forma, segundo Moreira (2002),

> ninguém que considere um dado conhecimento, por exemplo, um valor em si mesmo, ou o seu jeito de ser e se relacionar com o mundo como o natural, o normal, o correto, o melhor conseguirá, sequer, oportunizar aos sujeitos aprendentes o distanciamento necessário à relativização de seus próprios saberes. Infelizmente, no entanto, é muito freqüente ainda que as relações humanas no meio escolar estejam impregnadas de uma terrível e destrutiva violência simbólica da qual alguns sujeitos - cativos de suas velhas representações sobre ensinar, aprender e escola - nem mesmo se apercebem (p. 58).

Desta maneira, para ocorrer mudanças mais profundas, precisa-se problematizar um conhecimento considerado como o natural, o normal, o correto, o melhor e tentar mudar as representações simbólicas que os próprios professores possuem sobre ensinar e aprender, os quais, muitas vezes, permanecem presos, até mesmo sem se dar conta.

Fazer os cálculos da direita para a esquerda já é tão natural para nós professores, que nem nos questionamos mais porque os alunos aprendem a escrever da esquerda para a direita e lêem também nesta direção e na Matemática a resolução das operações por meio de algoritmos convencionais de adição, subtração e multiplicação se contrapõem ao sentido utilizado tanto na leitura como na escrita na alfabetização. Por que, no ensino formal, estes algoritmos são ensinados da direita para a esquerda? E a divisão por que não é da mesma forma? Poderiam as crianças ser incentivadas a construírem seus próprios procedimentos algoritmos? E por que cometem tantos erros banais ao resolver uma operação simples no contexto escolar?

Carraher & Carraher & Schliemann (2001) na apresentação do livro *Na vida dez, na escola zero* contam que o livro é a história de uma aposta. Os três estavam discutindo por que tantas crianças de escolas públicas se saíam tão mal nas provas de Matemática e cometiam erros tão estranhos em algumas contas. Transcrevo aqui as suas falas:

> - Você lembra daquele menino? Fez vinte e um menos seis e deu vinte e cinco. E ele nem se tocou!
> - - Você lembra como ele fez? Montou a conta direitinho e depois fez: Seis menos um, cinco. Abaixa o dois.
> - Coitado. Não entende nada mesmo. Não tem a mínima lógica.
>
> Alguém distraidamente, pensando que a conta era vinte e seis menos um:
>
> - Não entende, como? E seis menos um não é cinco? Dois menos zero, dois. No meu tempo também a gente só fazia abaixar o dois.
>
> Olhando para o papel onde 21-6 dava 25. Rimos os três. Depois seriamente:
>
> Mas, olha, não foi falta de lógica. Aposto que se ele estivesse na esquina vendendo amendoim, a cinco cruzeiros o pacote, dava o troco certo.
>
> Que aposta! Passaram-se cinco anos, os garotos passam o troco certo, mas ainda estamos discutindo por que eles se saem tão mal nas provas de matemática (p. 7).

Rubem Alves diz que sempre se preocupou muito com aquilo que as escolas fazem com as crianças. E hoje se pergunta: *"o que a escola faz com os professores?"* Será que estas perguntas sobre os erros banais que os alunos cometem povoam as suas mentes? Pensando sobre as discussões destes autores questiono-me: não somos nós mesmos que ensinamos que sempre devemos tirar o menor do maior? Ao ensinarmos a subtração não começamos pelas unidades e falamos como se cada coluna fosse um número em separado? Em que momento trazemos para dentro da sala de aula o modo que o aluno realiza estes cálculos na sua vida diária? Se o fazemos, porque insistimos que ele faça da direita para a esquerda?

Se pensarmos qual é o sentido da educação hoje, não podemos concordar que o ensino do algoritmo convencional seja dado como único saber legítimo, pois não estaremos levando em conta a cultura primeira do aluno e, além disso, deixando de ensiná-lo a pensar, bem como desconhecendo a construção sócio-histórica do operar matemático.

Precisamos entender que no mundo de hoje, na era da informática, o aluno não precisa, necessariamente, aprender a fazer uma operação pelo algoritmo convencional, já que calculadoras simples podem ser adquiridas com pouco custo, mesmo para alunos de menor poder aquisitivo. As pessoas precisam, além de fazer uso do cálculo mental, entender o que fazem e por que fazem e não reproduzir procedimentos que, muitas vezes, não têm significado algum. Neste milênio ser numeralizado, como se vê, não é o mesmo que saber calcular, mesmo que os empregadores possam, às vezes, pensar assim. Ser numeralizado é usar seu próprio pensamento para resolver problemas, argumentando e contra-argumentando, fazendo e compreendendo as relações matemáticas necessárias para a compreender o mundo a sua volta.

Nesta realidade de calculadoras e computadores, se antes era necessário fazer contas rápidas e corretamente,

> hoje, é importante saber por que os algoritmos funcionam, quais são as idéias e os conceitos envolvidos, qual é a ordem de grandeza dos resultados que se pode esperar de determinados cálculos e quais as estratégias mais eficientes para enfrentar uma situação-problema, deixando para as máquinas as atividades repetitivas, a aplicação de procedimentos padrões e as operações de rotina (Toledo, 1997: 12).

E isto precisa se tornar consciente por parte dos educadores, para que se transforme este discurso pré-construído sobre o algoritmo convencional e, ao mesmo tempo, que ele possa mostrar aos alunos que existe outra cultura além da sua, outras perspectivas de vida, outras idéias, desde que estas idéias não se tornem colonialistas.

O que queremos é romper com estas verdades cristalizadas e propor um outro olhar sobre os algoritmos da adição e subtração no Ensino Fundamental e como poderíamos transformar o ensino da Matemática num conhecimento-emancipação.

Falando sobre os algoritmos, o que significa isto?

Segundo o dicionário Aurélio Eletrônico, algoritmo vem do latim medieval *algorismos, algorithmos*, 'algarismo', por influência do gregro *arithmós*, 'número', possuindo os seguintes significados:

> a) Na Matemática. Processo de cálculo, ou de resolução de um grupo de problemas semelhantes, em que se estipulam, com generalidade e sem restrições, regras formais para a obtenção do resultado, ou da solução do problema.
>
> b) Na Informática. Conjunto de regras e operações bem definidas e ordenadas, destinadas à solução de um problema, ou de uma classe de problemas, em um número finito de etapas.

Ifrah (1997) também se refere a algoritmo como uma sucessão de regras elementares, que permite executar, passo a passo, certas operações de modo encadeado e rigoroso, tendo em vista a resolução de problemas que pertencem a uma mesma classe. Entretanto, o algoritmo nem sempre teve este significado. Na história da Matemática, deve-se ao matemático árabe Al-Khowarizmi a origem da palavra algoritmo (825 d.C.). Escreveu o livro *De numero hindorum* (sobre a arte hindu de calcular), na qual apresenta considerações tão completas dos numerais hindus que provavelmente foi o responsável pela impressão muito difundida, mas falsa, de que nosso sistema de numeração é de origem árabe. Quando sua obra apareceu na Europa, leitores descuidados começaram a atribuir não só o livro, mas o sistema de numeração, ao autor (BOYER, 1974). Desse modo,

> finalmente o esquema de numeração usando numerais hindus veio a ser chamado simplesmente algorismo ou algoritmo, palavra que originalmente derivada do nome de al-Khowarizmi, agora significa, mais geralmente, qualquer regra especial de processo ou operação – como o método de Euclides para encontrar o máximo divisor comum, por exemplo. (op. cit., 1974: 166).

Para Lucchesi, (1979) algoritmo é um procedimento, isto é, uma seqüência finita de instruções, que podem ser executadas por um computador ou uma pessoa. Portanto, algoritmo corresponde à noção de receita, roteiro, método, etc, assim como numa receita de bolo que vai ser realizada pela primeira vez por alguém e que esta precisa seguir todos os passos na ordem certa e com as quantidades indicadas, como, por exemplo, na receita do bolo Alemão:

Ingredientes:

2 ovos
1 ½ xic. de açúcar
2 xic. de farinha
1 xic de leite
1 pacote de monopol
100 gramas de margarina.

Modo de fazer:

Bata as claras em neve. Reserve. Coloque a margarina, o açúcar e as gemas. Bata por uns 5 minutos. Acrescente a farinha, o leite e o fermento e por último adicione as claras em neve com movimentos bem suaves.

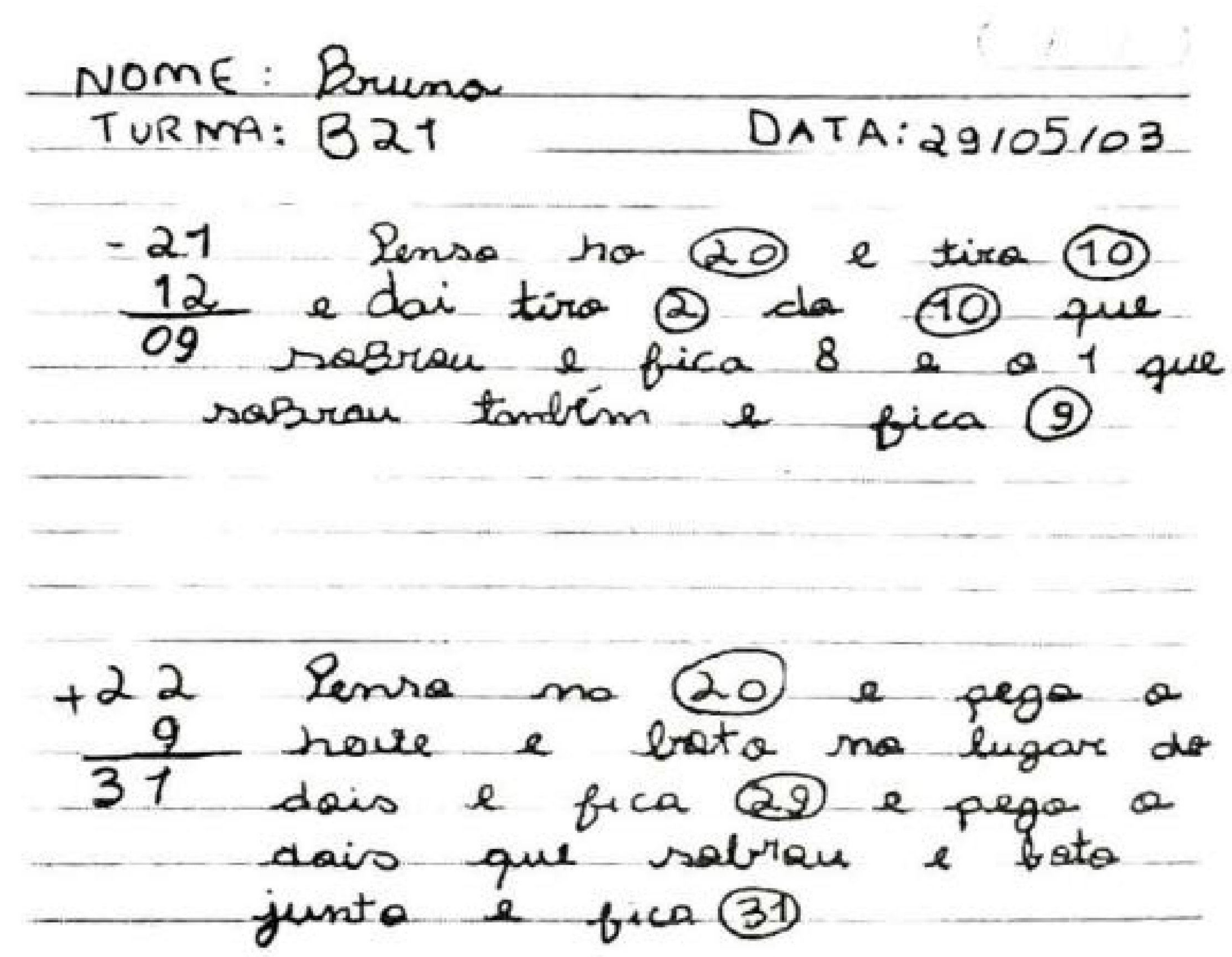
À medida que adquirimos experiência na cozinha, começamos a nos libertar da receita, fazendo o bolo a nosso modo e, provavelmente, melhor do que o primeiro. Na escola deve ser o inverso: não podemos exigir que o aluno utilize uma única receita, mas deixar as crianças criarem seus próprios bolos ou dar suas próprias pitadas na receita. O importante é a (re)criação da receita.

Então, por que exigir o modo de fazer do professor ou do livro didático? Por que não deixar que os alunos criem as suas receitas? Não podemos ser intransigentes e querer que os alunos resolvam os algoritmos somente do jeito que o professor "ensina", pois quem garante que assim eles aprendam com compreensão? O que precisa ficar claro é que o aluno pode saber efetuar o cálculo formal e não entender a situação-problema ou acertar o resultado da operação e não compreender o processo que está subjacente a sua execução. O algoritmo precisa ser estudado como processo e cada um deve ter a liberdade de escolher aquele que lhe agradar mais. Entretanto, não podemos nos esquecer que este conhecimento precisa ser sistematizado, pois a escola valoriza a utilização do lápis e do papel. Portanto, o cálculo mental pode e deve ser registrado, pois assim poderemos entender as propriedades aí implícitas e que, de certa forma, estão inconscientes nos alunos.

Para nós professores, parece óbvio que existe uma única maneira de representar as somas e as subtrações e que esta maneira será facilmente compreendida pelas crianças. Isto pode ser constatado na pesquisa sobre a formação de professores em que Eckhardt (2000), traz a fala de Maria Helena, uma entrevistada que conclui que *"a lógica do aluno não é a mesma que a nossa, que não é óbvio para ele"* (p. 39) ao se referir as suas conclusões após uma educação continuada em serviço[1]. Além disso, os estudos de Zunino (1995) mostram que,

> as crianças têm suas próprias idéias sobre quais são os aspectos das operações que são necessários representar graficamente – idéias que nem sempre coincidem com as nossas-, e a história dos sistemas de numeração mostra que tampouco os adultos têm tido sempre as mesmas idéias sobre como representar as operações (p. 53).

Na pesquisa que venho realizando com professores de I, II e III ciclos, o aluno Bruno registra como pensou para resolver uma operação de subtração e uma de adição, que não necessariamente é o mesmo caminho utilizado na escola quando se ensina a resolver da direita para a esquerda, como podemos ver na figura 1 a seguir.


NOME: Bruno
TURMA: B21 DATA: 29/05/03
-21 Penso no 20 e tira 10
12 e dai tiro 2 da 10 que
09 sobrou e fica 8 e a 1 que
sobrou também e fica 9
+22 Penso no 20 e pego a
9 nove e boto no lugar do
31 dois e fica 29 e pego a
dois que sobrou e boto
junto e fica 31

Para resolver tanto 21-12 como 22+9, Bruno começa da esquerda para a direita, ou seja das ordens maiores para as menores. Se fossemos representar por uma expressão numérica o que se passou poderíamos dizer o seguinte:

[1] Refere-se ao trabalho realizado na E. M. Décio Martins Costa em que o Laboratório de Matemática fez formações continuadas nesta área para professores das séries iniciais num período de sete anos; mote da dissertação de Mestrado, cujo objetivo foi refletir sobre as mudanças que aconteceram neste grupo de professores.

Compreendendo	O que significa
a) 21-12=	Decompondo cada número nas suas dezenas cheias e unidades
(20+1)- (10+2)=	Eliminando os parêntesis
20+1-10-2=	Aplicando a propriedade comutativa
20-10+1-2=	Resolvendo 20-10=
10+1-2=	Aplicando a propriedade comutativa
10-2+1=	Resolvendo 10-2=
8+1=9	Somando 8+1=

Compreendendo	O que significa
b) 22+9=	Decompondo o 22 em 20+2
(20+2)+9=	Eliminando os parêntesis
20+2+9=	Aplicando a propriedade comutativa
20+9+2=	Resolvendo 20+9=
29+2= 31	Resolvendo 29+2=

Estas são as águas de outros ribeirões, que não são as águas conhecidas por nós. Podemos dizer que esta água é pior ou melhor que as águas que nós conhecemos? Vamos considerar outros exemplos que apareceram em outras pesquisas.

Por ocasião da realização da pesquisa *"Refletir e agir com professores: um estudo do erro construtivo numa perspectiva libertadora"*, coordenada pela professora Maria Helena Menna Barreto Abrahão, com professores de uma escola da rede Municipal de Porto Alegre (1998-2000)[2], uma das professoras nos contou que no Laboratório de Aprendizagem passou o seguinte problema a um aluno para verificar seus conhecimentos sobre subtração:

Quanto falta a 58 unidades para completar uma centena?

O aluno escreveu primeiro no papel o 58 e depois ficou pensando no número que falta para chegar aos 100.

$$\begin{array}{r} 58 \\ + \ldots\ldots \\ \hline 100 \end{array} \text{ está pensando } \begin{array}{r} 58 \\ +51 \\ \hline 100 \end{array} \quad \text{AÇÃO} \Longrightarrow \text{ com a intervenção } \begin{array}{r} 58 \\ +42 \\ \hline 100 \end{array}$$

Escreveu 51. A professora perguntou se 58 + 51 é igual a 100. Com a intervenção da mesma o aluno corrigiu a sua resposta colocando 42 no seu lugar.

Neste exemplo encontramos uma das idéias de subtração, que é a de completar e verificamos que a estratégia empregada pelo aluno nem sempre confere com a expectativa do professor; que é a utilização do algoritmo formal da subtração. Mesmo que este procedimento esteja correto, a professora pensa sobre o procedimento algoritmo:

$$\begin{array}{r} 100 \\ -58 \\ \hline 42 \end{array}$$

No grupo de pesquisa essa professora questiona se é válida essa resposta realizada pelo processo aditivo e onde está o erro? Ela questiona se o aluno não teria que fazer a conta 100 – 58 = 42. A professora espera o algoritmo formal. Pensa só no produto da operação, mas esquece o significado dela. Zunino (1995) ao analisar um problema de subtração que envolve a noção de comparação para saber quanto há a mais, as crianças a interpretam como querendo saber em qual das duas situações envolve a quantidade maior. Para entender o que diz, pensemos sobre o seguinte exemplo: Paula ganhou cinco balas de uma amiga e Rafaela trouxe para a escola sete balas. Quantas balas Rafaela têm a mais do que Paula? As crianças, muitas vezes o interpretam como querendo saber quem tem mais balas e respondem que é Rafaela. Não quer dizer que as crianças não saibam subtrair. É que esta situação é diferente da de "tirar", pois as operações envolvem idéias que em muitos casos são diferentes dos procedimentos algoritmos. Isso só é visto e sentido nos enunciados dos problemas e não nos algoritmos. Mesmo que a operação seja resolvida por um algoritmo diferente do esperado pela professora, esta situação mostra que o pensamento do aluno não é levado em consideração. Outras vezes, num problema de comparação, tenho verificado que elas somam as quantidades e quando são questionadas, mostram a palavra "a mais" no problema e justificam que sempre que aparece esta palavra é para somar. Neste caso, o aluno confia nas palavras-chave mais, ganhou, perdeu, restou para encontrar o algoritmo adequado. Este fato que ocorre em muitas salas de aula precisa de nossa intervenção para que o professor não ensine artifícios, orientando os

[2] Publicada em livro. ABRAAHÃO, Maria H. M. B. (org.) Avaliação e erro construtivo libertador: Uma teoria-prática includente em educação. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

alunos na escolha de seus procedimentos.

A conclusão que a autora chega em relação a esta situação é que

> situações problemáticas que aparecem como sendo semelhantes aos olhos dos adultos - porque eles as resolveriam através da mesma operação – podem resultar muito diferentes para as crianças, porque efetivamente correspondem a situações de fato diferentes. É necessário então levar em conta que o fato de que uma criança resolva de uma determinada maneira uma situação específica de subtração (ou de soma) não significa que ela resolverá da mesma maneira outra situação que envolve a mesma operação (op. cit.: 37).

Assim, por que os professores querem que os alunos resolvam da mesma forma que o professor faria: 100-58=42? Por que não aproveitar essa resolução e contrastar com outra para enriquecer os conhecimentos a respeito da resolução de um problema de subtração? Isto sem contar, que não entrarei neste momento no questionamento do tipo de problema proposto para verificar se este aluno tem alguma dificuldade na subtração. Por que esse problema e não outro? Esta é uma outra questão. Entretanto o meu objeto de reflexão vai ficar delimitado ao estudo dos algoritmos da adição e subtração.

No Curso de especialização em Metodologia do Ensino de Matemática na FAPA (2000) os alunos/professores realizaram, na disciplina que ministrei sobre Dificuldade de Aprendizagem em Matemática, trabalhos sobre este tema. Dentre os trabalhos que os alunos-professores realizaram para a disciplina houve um em que se analisou especificamente os "erros" decorrentes da utilização dos algoritmos nas quatro operações com crianças e adolescentes. Dentre os exemplos, quero trazer para análise dois em que aparecem procedimentos "certos" e "errados" na subtração, sendo que ambos requerem reflexão.

Nesta pesquisa cada professor levou para aplicar as seguintes operações: 243- 127=, 106-38=, 120 – 13=, 200-34=, 207 – 139= nas séries que em que este conceito já tinha sido estudado. A resolução da subtração, que pode ser analisada em Luana e Letícia, nos move a refletir sobre o ensino dos algoritmos convencionais, fazendo-nos pensar sobre que conhecimento queremos ensinar. Vejamos a descrição da resolução feita por uma aluna-professora no caso de Luana, 2ª série com oito anos:

$$\begin{array}{r} {}^{3} \\ 2\,\cancel{4}\,13 \\ -1\,2\,7 \\ \hline 1\,1\,6 \end{array}$$

A aluna conta nos dedos quando são números maiores (dezenas).

> A primeira atitude da menina é riscar a dezena, quando a unidade do minuendo é menor do que a unidade do subtraendo.
>
> Prof: Por que tu colocaste um ao lado da unidade?
>
> L: Quando a continha não dá certa eu pego a mão e escrevo um.
>
> Prof: De onde tu tiras o um?
>
> L: Eu escrevo.

Zunino (1995), em suas entrevistas realizadas com crianças de 3ª série, constata que elas

> podem aplicar sem equivocar-se os mecanismos que têm adquirido, ainda sem compreende-los. É possível que o fato de interpretar que o que estão "levando" é um numeral permita às crianças encontrar uma certa lógica no que estão fazendo. Se "elevo" (ou "peço emprestado") um 1 e o coloco diante de um 2, fica formado o número 12, e isto funciona sempre quando eu pensar só nos numerais, porque se penso em seu significado, como poderia explicar que ao juntar 1 unidade com 2 unidades se forma um conjunto de 12 unidades? (p. 149).

"Quase todas as respostas refletem a idéia de que o que se pede emprestado ou se eleva é "um 1" ou "uma unidade", e a única forma que as crianças encontram para justificar este procedimento é que "se não se faz assim, a conta dá errada" (ZUNINO, 1995: 147). Segundo a autora, todos os alunos sabem fazer corretamente as contas de adição e subtração, porém não compreendem o procedimento que aprenderam a utilizar. Não sabem que não podem colocar dois algarismos num mesmo lugar; quanto vale aquele "um" que se eleva ou se "pede emprestado" e nenhuma criança relacionou isto com o valor posicional. As crianças podem aplicar mecanismos, mesmo sem terem compreendido os princípios subjacentes. O problema é que, sem compreensão, não fazem generalizações e resignam-se a não entender e a utilizar o conhecimento mecanicamente (ZUNINO, 1995). Neste sentido, parece que não é muito diferente do caso de Luana que, mesmo acertando, há apenas uma mecanização do processo, não havendo compreensão.

Analisemos o caso de Letícia, outra aluna entrevistada da 3ª série com nove anos, na seguinte questão para que maiores reflexões possam ser feitas posteriormente:

```
  1
106
- 38
----
038
```

Olhou, pensou e disse: é de "pedir emprestado". Vou "pedir emprestado" porque de seis não consigo tirar oito. Ela "pediu emprestado" do "um" porque disse que não dá para "pedir emprestado" para o zero. Faz rapidamente. Falou que já tinha realizado "continhas" deste tipo. Continuou dizendo que a professora ensinou que se "pedir emprestado" para o lado e não puder emprestar, que ela deveria "pedir emprestado" para o outro, por isso ela pediu ao "um", pois não conseguiu pedir para o zero.

Na verdade, a aluna trocou uma centena por dez unidades e não uma centena por dez dezenas e depois uma dezena por dez unidades. Ao ser questionada do porquê, ela responde que faz exatamente como a professora indicou. Isto nos mostra, através da escuta destes alunos, que nós professores precisamos estar atentos àquilo que dizemos, pois houve uma transposição direta da fala da professora para a ação da aluna, neste caso: uma generalização indevida ou por que não, uma ação precipitada, sem efetiva compreensão e significado por parte do aluno.

Entretanto, mesmo que a professora tenha uma intervenção construtiva a respeito deste caso, o aluno está seguindo um modelo pronto ensinado pelo professor. No caso dos algoritmos convencionais da adição e subtração, quando o aluno resolve uma operação começando pela direita ele não tem noção do número como um todo. Ele passa a olhar cada coluna como unidade (a parte como um todo) e não como um algarismo do numeral (a parte no todo). Isto faz com que ele tenha dificuldades em estimar o resultado e, dessa forma, perca a noção de razoabilidade da sua resposta, pois não existe o trabalho sobre a quantidade como um todo. Assim, o algoritmo convencional mantém o aluno dependente do arranjo espacial dos dígitos, acabando por reforçar a idéia de que cada coluna representa uma unidade. Cabe observar que se o aluno começar pela esquerda ele poderá, também, não ter essa compreensão. Por exemplo, se para a operação 106 – 38 ele fizer:

Um menos zero é um. Escreve o um embaixo do um da esquerda para a direita. Zero menos três não dá. Risca o um da resposta e este passa junto ao zero. Logo dez menos três é sete. Escreve o sete debaixo do três. Seis menos oito não dá. Tira um do sete; ele passa a ser seis. O um que se tirou passa junto do seis. Tem dezesseis. Dezesseis menos oito é oito. Logo a resposta é sessenta e oito.

10 16
106
- 38
~~1~~~~7~~8
6

A questão, portanto, não é essa. Neste caso, o aluno continua seguindo um modelo pronto de ensinar. Na verdade, para que o aluno tenha essa noção do todo, ele precisa pensar sobre as quantidades. E para isso, a construção dos algoritmos pelos próprios alunos é fundamental.

Tanto Zunino (1995), Kamii & Livingston (1995) e Bathelt (1999) têm afirmado que ensinando o procedimento convencional às crianças para resolver somas ou subtrações, leva-as a pensar que ao fazer um cálculo, cada numeral de dois algarismos deixa de ser um numeral e se transforma na justaposição de dois numerais independentes. Por exemplo, ao somar 42 e 27, as crianças que possuem esta dissociação do pensamento dizem: dois mais sete são nove; escreve o nove; quatro mais dois são seis. 2+7 e 4+2 juntos fazem 69 e não 15. Isto é fruto da percepção da parte e não do todo num processo de ensino que enfatiza a memorização de regras que não fazem sentido para as crianças. Entretanto, quando o aluno pensa no todo e na parte ao mesmo tempo, ele faz os cálculos raciocinando sobre as quantidades quarenta e dois mais vinte e sete e não sobre quatro e dois mais dois e sete; soma quarenta mais vinte, por exemplo; são sessenta; dois mais sete; são nove; sessenta mais nove é sessenta e nove. Segundo as pesquisas e escritos de Golbert (2002), Kamii & Livingston (1995), Kamii & Joseph (1997), Kamii & Dominick (1998) mesmo que as crianças possam identificar um dígito para as unidades e outro para as dezenas (ver figura 2), elas não associam à quantidade que representa o número como um todo, funcionando somente como etiquetas verbais.

Dezenas	Unidades
4	2
2	7
6	9

Figura 2: Quadro valor lugar de dezenas e unidades

Estas etiquetas verbais (dezenas e unidades) podem ser suficientes para que os alunos sejam bem sucedidos em muitas tarefas do valor posicional. Entretanto,

> os problemas na utilização de uma estrutura de dígitos únicos colocados lado a lado, geralmente não é identificada pelo professor, quando os alunos recebem os cálculos escritos verticalmente, com as posições relativas alinhadas, e a soma de cada coluna não excede a dez. Nesse caso, o aluno age como se cada coluna fosse uma soma, cujo resultado é escrito no espaço correspondente (GOLBERT, 2002: 75).

Quando o professor trabalha a soma de números de um ou dois dígitos sem reagrupamento no quadro valor lugar, é indiferente aos alunos começar da esquerda para a direita ou vice-versa. Embora, na maioria das vezes, eles sejam instruídos a começar a adicionar pelas unidades, pois o professor pensa na preparação posterior do ensino de adições com reagrupamento.

Assim, retomando os exemplos anteriores: que compreensão estas alunas tiveram? Adianta acertar sem saber argumentar o porquê? O que estes "erros" e "acertos" evidenciam? São exemplos que mostram que o ensino de algoritmos convencionais caracteriza um ensino centrado na resposta, denominado por Paulo Freire (1985) de "educação bancária". "*Noutra direção, propõe o autor, que o ensino se oriente na perspectiva de uma 'educação libertadora', que transforme esse ensino fundado na resposta, por um ensino que estimule a pergunta, que desenvolva a curiosidade de aprender*" (ABRAHÃO, 2001: 42).

Nesse sentido,

> Uma educação de perguntas é a única educação criativa e apta a estimular a capacidade humana de assombrar-se, de responder ao seu assombro e resolver seus verdadeiros problemas essenciais, existenciais.(...) Então, nesse sentido a pedagogia da liberdade ou da criação deve ser tremendamente arriscada. Deve ousar-se ao risco, deve provocar-se o risco, como única forma de avançar no conhecimento, de aprender e ensinar verdadeiramente. Julgo importante essa pedagogia do risco, que está ligada à pedagogia do erro (FREIRE, 1985: 52).

É, portanto, pensar além do erro construtivo, pois o que está em pauta é como trabalhar na escola um conhecimento que emancipe o sujeito, levando em conta o modo de fazer deste aluno e não um ensino pronto, acabado, sem direito a multiplicidade de pensamentos.

A solução procurada não é um novo equilíbrio entre regulação e emancipação. Isto seria uma solução moderna. Queremos, sim, a reavaliação do conhecimento-emancipação e um desequilíbrio dinâmico que penda significativamente para um real e significativo conhecimento emancipação, pois, na modernidade, o conhecimento-regulação, interpretado como colonização do mundo da vida pela razão instrumental, teve prioridade sobre o conhecimento-emancipação.

Este construto tem por base a teoria crítica de Habermas, que segundo Boufleuer (1997: 14) "*não houve apenas um avanço da razão instrumental sobre âmbitos indevidos, mas uma assimilação dessa como única forma de racionalidade possível*". Isto é o que constato com relação aos algoritmos convencionais. Eles se tornaram para a maioria de professores e alunos a única água para beber.

Segundo Boufleuer (1997), toda ação se baseia num saber, e esta manifestação "*pode ser tanto a expressão de um saber comum como a expressão de uma imposição de uns sobre outros*" (p. 23). Estas duas possibilidades demarcam o uso de distintos *mecanismos de coordenação de ação*" (HABERMAS, 1989: 479) que se dão a saber: interação de tipo estratégico ou interação de tipo comunicativo.

No mecanismo estratégico, a linguagem aparece como meio de transmissão de informações em que um sujeito atua sobre o outro perseguindo fins. E no mecanismo comunicativo a linguagem aparece como motivadora de entendimento e fonte de integração social. Segundo Habermas (1989), estes dois mecanismos de coordenação excluem-se mutuamente, ao menos na perspectiva dos participantes, pois no agir comunicativo pressupõe-se que os participantes possam chegar a um saber comum fundado no acordo, resultado de um reconhecimento intersubjetivo de pretensões de validade, mas que estará sempre aberto a críticas (HABERMAS, op. cit.). Neste modo, subentende-se que tanto os professores entre si (no grupo de pesquisa) como os alunos e o professor na sala de aula possam chegar, por manifestações de apoio ou de crítica, a um entendimento acerca de um saber (os algoritmos) que deve ser considerado válido para o prosseguimento da interação. Estas convicções compartilhadas intersubjetivamente vinculam os sujeitos da ação em termos de reciprocidade.

Já no ensino dos algoritmos convencionais, própria do agir estratégico, os alunos não vêem no professor um companheiro da interação em que seja possível estabelecer um acordo intersubjetivo. O professor age sobre o aluno, induzindo-o a aceitar uma convicção como válida, utilizando-se, em alguns casos, até de respostas evasivas aos questionamentos dos alunos como, por exemplo, "*vocês vão* *precisar no futuro*" ou "*agora vocês não entendem, mas no futuro entenderão*", entre tantas outras justificativas. Estas regras impostas pelos adultos se manifesta nos alunos como não compreensão do que fazem e ao responder por que realizaram uma operação de determinada maneira dizem: "*a professora mandou a gente fazer desse jeito*". Com o tempo e as dificuldades se acentuando, a auto-estima positiva do aluno é afetada até que ele declare a sua incapacidade de aprender ao dizer: "não sei fazer" que é muito diferente de "ainda não sei fazer", por que esta coloca a possibilidade de aprender, enquanto a outra é concludente. Neste sentido, ao surgirem situações não familiares, o discente não se sente autorizado a buscar soluções baseado nos seus conhecimentos cotidianos e paralisa frente a estas situações dizendo: "*eu não sei como fazer porque ainda não aprendi isso na escola*".

O que importa para o professor, nesta concepção, é "dar a matéria" e concluir o que se propôs como fim, desde o seu ponto de vista. O pensamento divergente do aluno é visto como obstáculo, pois o docente não incentiva a criação e sim a um seguimento às escuras de suas prescrições. Os usos de caminhos diversos daquele ensinado pelo professor são negados. A interação que resulta desta convergência se assenta no monólogo e, por isso, não consegue estabelecer o mesmo vínculo de reciprocidade que caracteriza a orientação para o acordo, próprio do agir comunicativo (HABERMAS, 1989).

Já no caso dos algoritmos construídos pelas crianças, que é uma manifestação simbólica, própria delas, a racionalidade reside no fato de cada um justificar seu modo de pensar e fazer, ao ser questionado por algum colega ou pelo professor. Neste caso, a análise das manifestações simbólicas aponta para as "*condições de validade exigidas para atos de fala, por pretensões de validez, que se manifestam através de atos de fala, e por razões para o resgate discursivo dessas pretensões*" (HABERMAS, 1990: 70), na qual as normas se orientam para a construção da vida intersubjetiva, configurando-se um modelo de *racionalidade comunicativa*, que aponta para a capacidade de agir sem coação e de produzir consensos mediante a fala argumentativa entre os sujeitos da comunicação.

Pensando na pesquisa em andamento, a grande tarefa é resgatar através de contextos interativos, tanto em sala de aula com os alunos como nas reuniões com os professores, o potencial emancipatório dos algoritmos construídos pelos próprios alunos e as discussões daí decorrentes com vistas a uma educação eminentemente emancipatória no sentido de um resgate no qual Habermas propõe através de uma mudança de paradigma em que "*o parâmetro de racionalidade e de crítica deixa de ser o sujeito cognoscente que se relaciona com os objetos a fim de conhecê-los e manipulá-los, passando a ser a relação intersubjetiva que os sujeitos entre si estabelecem a fim de se entenderem sobre algo*" (HABERMAS, 1992, I: 499).

Noutro sentido, a construção de algoritmos pelos alunos pode levar a um conhecimento emancipação, pois "*o conhecimento-emancipação é um conhecimento local criado e disseminado através do discurso argumentativo*" (SOUSA SANTOS, 2001: 95). À medida que os alunos possuem liberdade para criar seus próprios processos de resolução, eles precisam ser validados no interior da sala de aula. E, para isto, os alunos precisam argumentar a favor do que fizeram, contrastar com outros modos e até aperfeiçoar os seus.

Também em grande grupo, o professor tem o importante papel de encorajar a classe a estar de acordo ou não e a se posicionar imediatamente se alguma coisa não fizer sentido. O docente precisa ser cuidadoso não para reforçar respostas corretas ou para corrigir respostas erradas, mas, ao invés disso, estimular as crianças a estarem de acordo ou não entre elas, para que a turma continue a pensar e a debater até que o consenso seja alcançado, sempre com intervenções do professor, caso a situação exija, para garantir as condições ideais de fala. Se o professor julgar incorretamente as respostas, as crianças virão a depender dele para saber se uma resposta é correta, reforçando a heteronomia das crianças (KAMII et al, 1993). Evitando, portanto de dizer: "isto está certo" ou "isto não está certo", o professor pode, ao invés disto, propor à turma: "todos concordam?", "isto faz sentido", "tem alguém que gostaria de explicar de outra forma?" As crianças chegarão a um acordo sobre a resposta se tiverem tempo de pensar e argumentar umas com as outras. Mas o que fazer se nenhum aluno da sala de aula der a resposta correta? Se isto ocorrer é provável que a situação apresentada era muito difícil para a turma.

Segundo Golbert (2002: 10),

> Muitas vezes, os esforços para a resolução de um conflito conduziam a oportunidades de reconceitualizar um problema e aprender um novo método, assim como de analisar um modo errôneo de solução e de obter uma explicação esclarecedora. Este tipo de discussão dá lugar a aprendizagens que não ocorrem nas salas de aula tradicionais e são qualitativamente superiores às possibilidades que surgem nos ambientes onde as crianças não se engajam em discussões matemáticas e trabalham individualmente, completando muitos exercícios, repetindo um método demonstrado pelo professor.

Segundo Golbert (2002: 23) não é considerado tempo perdido a busca de consenso, pois as crianças podem discutir suas soluções e desta forma surgem as seguintes oportunidades de aprendizagem quando as crianças trabalham em conjunto nas atividades matemáticas:

1. de usar aspectos da solução do outro com o impulso para desenvolver uma solução própria;
2. de reconceituar um problema com o propósito de analisar um método equivocado;
3. de ampliar o esquema conceitual próprio na tentativa de encontrar sentido na solução do outro com o propósito de obter consenso.

Quando a ênfase é colocada na atividade do aluno e na sua participação no processo de construção de conhecimento, o educando é encorajado a agir com independência, ter iniciativa na busca de soluções e, desta forma, passa a ter confiança na sua capacidade de elaborar e expor idéias com convicção, acabando com os medos e angústias que um ensino de matemática pautado no conhecimento-regulação possa impor.

O que pretendo é refletir sobre o caráter regulatório que existe no ensino dos algoritmos convencionais. Levar à discussão algo que parece ser natural, indiscutível e anunciar uma nova possibilidade de entendimento, a de que o aluno e o próprio professor são capazes de fazer matemática e construir conhecimento: que podemos trabalhar na sala de aula no sentido emancipatório, quando incentivamos os discentes a construírem suas próprias formas de resolver as operações de adição e subtração por meio de cálculos pensados e escritos de uma forma intersubjetivamente defendida para ser válida. Portanto, o ensino que nós acreditamos, revela de que águas queremos que os nossos alunos bebam. E vocês conhecem outras águas, que não seja do ribeirão conhecido? Tem estimulado isto em suas salas de aulas?

Referências Bibliográficas:

ABRAHÃO, Maria Helena Menna. Barreto (org). ***Avaliação e erro construtivo libertador*: Uma teoria-prática includente em Educação**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

ABRAHÃO, M. H. M. Barreto; ECKHARDT, Carmen Avani et al. ***Refletir e agir com professores: um estudo do erro construtivo numa perspectiva libertadora***. Projeto de pesquisa. Porto Alegre: PUCRS, 1998.

ALVES, Rubem. **Perguntas de criança**. *Folha de São Paulo*, São Paulo, 24 set. 2002. Folha sinapse. Seção Sabor do saber.

BATHELT, Regina Ehlers. ***Erros e concepções de alunos sobre a idéia de número***. Santa Maria: UFSM, 1999. Diss. (Mestrado em Educação) 348f.

BOUFLEUER, José Pedro. ***Pedagogia da ação comunicativa*: uma leitura de Habermas**. Ijuí: UNIJUÍ, 1997.

BOUFLEUER, José Pedro. **Interesses humanos e currículo: paradigmas, tendências ou dimensões?** In: *Revista Educação e Realidade*. Porto Alegre: FACED-UFRGS, 18 (2): 97-108, jul-dez, 1993.

BOYER, Carl Benjamin. ***História da Matemática***. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER., David William; SCHLIEMANN, Analúcia Dias. ***Na vida dez, na escola zero***. 11 ed. São Paulo: Cortez, 2001.

ECKHARDT, Carmen Avani. ***Modificações ocorridas a partir de um processo de educação continuada em Matemática: um estudo com professores das séries iniciais da rede Municipal de Porto Alegre***". Porto Alegre: PUCRS, 2000 (Dissertação de Mestrado em Educação).

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. ***Dicionário Aurélio Eletrônico - século XXI***, versão 3.0. Rio de Janeiro: Nova Fronteira & Lexiton Ltda, 1999. CD-ROOM.

FREIRE, Paulo; FAUNDEZ, Antonio. ***Por uma pedagogia da pergunta***. Rio de Janeiro: Paz E Terra, 1985.

GOLBERT, Clarissa. ***Novos rumos na aprendizagem da Matemática*: conflito, reflexão e situações-problema**. Porto Alegre: Mediação, 2002.

HABERMAS, Jürgen. ***Teoría de la acción comunicativa.*** Madrid: Taurus, 1992 (2ª reimp.). Tomos I e II.

HABERMAS, Jürgen. ***Pensamento pós-metafísico*: estudos filosóficos**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1990.

HABERMAS, Jürgen. ***Teoría de la acción comunicativa:* complementos y estudios previos**. Madrid: Cátedra, 1989.

IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. V. 2; trad. De Alberto Muñoz e Ana beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.

KAMII, Constance; JOSEPH, Linda Leslie. **Aritmética: novas perspectivas – implicações da teoria de Piaget**. 6 ed. Campinas (SP): Papirus, 1997.

KAMII, Constance; LIVINGSTON, Sally. J.; LEWIS, Barbara A. **Primary Arithmetic: children inventing their own procedures** In *The Arithmetic Teacher*, Reston, DAC/1993, v. 41 Iss 4, pg. 200-203.

KAMII, Constance; LIVINGSTON, Sally. J. **Desvendando a aritmética**. São Paulo: Papirus, 1995.

KAMII, Constance; DOMINICK, Ann. **The harmful effects of algorithms in grades** 1-4. In MORROW, Lorna J. ***National Council of Teachers of Mathematics***: **Teaching and Learning of Algorithms in School Mathematics**. USA: general yearbook editor, Margaret J. Kenney, 1998.

LUCCHESI, C. L. Et al. ***Aspectos teóricos da computação.*** Rio de Janeiro: IMPA, 1979.

MOREIRA, Maria Luiza. **A gramática do verbo aprender.** In ***Paixão de Aprender*** n. 15. Porto Alegre: SMED/POA, dez 2002.

SOUSA SANTOS, Boaventura de. ***A crítica da razão indolente*: contra o desperdício da experiência.** 3 ed. São Paulo: Cortez, 2001.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. ***Didática da Matemática*: como dois e dois – a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

ZUNINO, D. ***A matemática aqui e agora.*** Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.