revista PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

PLANEJAMENTO DE UMA TAREFA MATEMÁTICA: AÇÕES DO FORMADOR EM UM ESTUDO DE AULA

DOI: https://doi.org/10.33871/22385800.2023.12.29.406-427

Giane Fernanda Schneider Gross[1]
Adan Santos Martens[2]
André Luis Trevisan[3]
Eliane Maria de Oliveira Araman[4]
Patrícia Beneti Oliveira[5]

Resumo: A presente pesquisa teve como objetivo compreender como se deram as ações do formador durante o planejamento de uma tarefa matemática exploratória, por um grupo de professores participantes de um processo de formação continuada, em uma disciplina de mestrado ofertada no ano de 2019, tendo em vista as potencialidades da metodologia *Lesson Study*, e quais oportunidades de aprendizagem foram geradas. O método qualitativo interpretativo, utilizado como direção e análise, percorreu os diálogos colaborativos (gravados em áudios e posteriormente transcritos) dos professores e do formador durante a etapa do planejamento, sendo possível ter acesso às discussões que influenciaram na elaboração de uma tarefa como: enunciado, objetivo, o conteúdo envolvido, os recursos e as antecipações de resoluções que poderiam surgir pelos estudantes durante a futura implementação da tarefa. A análise apontou a importância das ações e do papel do formador na condução das ideias e discussões, oportunizando aos professores diferentes aprendizagens, especialmente no que tange a compreensão sobre o modo de conduzir as tarefas futuramente em sala de aula, visando o reconhecimento dos conceitos matemáticos envolvidos em sua construção.
Palavras-chave: Ensino de Matemática. Formador de professores. Aprendizagem profissional do professor. Estudos de aula.

PLANNING A MATHEMATICAL TASK: THE FACILITATOR'S ACTIONS IN A LESSON STUDY

Abstract: This research aimed to understand how the facilitator's actions took place during the planning of an exploratory mathematical task by a group of teachers participating in a continuing education process, in a master's course offered in 2019, in view of the potential of the Lesson Study methodology, and what learning opportunities were generated. The interpretative qualitative method, used as a direction and analysis, covered the collaborative dialogues (recorded in audios and later transcribed) of the teachers and the facilitator during the planning stage, being possible to access the discussions that influenced the preparation of a task, such as: the enunciation, the objective, the content involved, the resources and the anticipations of resolutions that could be arised by the students during the future implementation of the task. The analysis pointed out the importance of actions and the role of the facilitator in conducting ideas and discussions, providing teachers with different learning opportunities,

---

[1] Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Ponta Grossa – PR. E-mail: giane.fer@gmail.com – ORCID: https://orcid.org/0000-0002-5225-6484.
[2] Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Ponta Grossa – PR. E-mail: adanm9090@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0009-0007-3035-1476.
[3] Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Ponta Grossa – PR. E-mail: andreluistrevisan@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8732-1912.
[4] Professor da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Cornélio Procópio – PR. E-mail: eliane.araman@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1808-2599.
[5] Doutoranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Ponta Grossa – PR. E-mail: patriciabeneti@gmail.com. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3676-2675.

especially regarding the understanding of how to conduct tasks in the classroom in the future, with a view to recognising the mathematical concepts involved in their construction.
Keywords: Mathematics teaching. Teacher facilitator. Professional teacher learning. Lesson Study.

Introdução

A aprendizagem profissional dos professores é um aspecto essencial para o sucesso do ensino; pesquisas no âmbito da formação de professores (POZZOBON, 2023; CABRAL; SANTOS, 2023) apontam como promissoras propostas que oferecem a eles oportunidades para (re) significar suas práticas aprender mais sobre os conteúdos que ensinam a respeito da aprendizagem dos seus estudantes (BALL; COHLEN, 1999). Diversas formas de colaboração têm sido usadas nessa direção; uma delas é a *Lesson Study* (ou estudos de aula), uma atividade que predomina o trabalho colaborativo, realizada em grupos constituídos por professores, pesquisadores e formadores/facilitadores[6], que colaborativamente planejam, lecionam, observam, revisam e divulgam os resultados de uma aula ou sequência de aulas, se possível replicando-as e reiniciando o ciclo (UTIMURA; BORELLI; CURI, 2020).

Visualiza-se, neste estudo, o formador como um facilitador do desenvolvimento profissional no modelo de formação em que os professores conduzem grande parte do processo como propõe Lewis (2016), ao destacar uma lacuna de estudos envolvendo o papel desse formador.

Em estudos anteriores (ELIAS; TREVISAN, 2020), evidenciou-se, por meio dessa abordagem, oportunidades de aprendizagem profissional (RIBEIRO; PONTE, 2020) que envolveram reflexões acerca da seleção de tarefas matemáticas, bem como a condução de discussões coletivas com os estudantes. Em especial, ao indagar-se sobre a experiência de utilização da *Lesson Study* como processo colaborativo que oferece oportunidades de aprendizagem profissional aos professores, deparamo-nos com o desafio de compreender o papel e as ações do formador.

Como destacado por Aguiar, Doná, Jardim e Ponte (2021), a compreensão do papel do formador na aprendizagem profissional de professores é um tema recorrente nas pesquisas, em especial em nível internacional (PREDIGER; ROESKEN-WINTER; LEUDERS, 2019). Contextos de formação continuada para professores na perspectiva da *Lesson Study* podem potencializar essa aprendizagem profissional do professor; porém, demanda organização,

[6] Em alguns trabalhos os termos formador e facilitador são tomados como sinônimos, como adotado neste trabalho. Em outros, o termo formador costuma ser usado no contexto da formação inicial e facilitador na formação continuada (LEWIS, 2016). Além disso, há casos, em que o formador/facilitador também é pesquisador, o que ocorre na pesquisa que resultou neste artigo.

planejamento e ações estruturadas por parte do formador.

Em especial, no âmbito da *Lesson Study*, entende-se que a etapa de planejamento de aula é fundamental, em especial, a escolha da tarefa matemática (STEIN; SMITH, 2009) a ser implementada em sala de aula. Nos processos formativos desenvolvidos com professores do ensino da Matemática em diferentes níveis de escolaridade (ELIAS; TREVISAN, 2020; GROSS; TREVISAN; ARAMAN; TREVISOLLI, 2023; TREVISAN; RIBEIRO; PONTE, 2020), procura-se oportunizar discussões colaborativas sobre o que se objetiva e espera que os estudantes aprendam com a tarefa (QUARESMA; PONTE, 2015), em especial de caráter exploratório (PONTE, 2005).

Sendo assim, assumindo tais pressupostos e considerando a importância do papel do formador em um ambiente de formação de professores, a presente pesquisa tem como objetivo compreender como se deram as ações do formador durante o planejamento de uma tarefa matemática exploratória, por um grupo de professores participantes de um processo de formação continuada, em uma disciplina de mestrado ofertada no ano de 2019, tendo em vista as potencialidades da metodologia *Lesson Study*, e quais oportunidades de aprendizagem foram geradas

Ao discutir um processo formativo ocorrido no âmbito de uma disciplina de um mestrado profissional em Ensino de Matemática, foca-se na etapa da escolha e do refinamento de uma tarefa matemática, analisando as ações do formador nesse ambiente colaborativo de planejamento de uma aula.

Fundamentação Teórica

Possibilitar momentos na formação de professores, que oportunizem discussões sobre como planejar uma aula, objetivando a exploração profunda de conceitos matemáticos, do raciocínio dos estudantes e as ações dos professores para gerenciamento da aula (AGUIAR *et al.*, 2021), pode oportunizar a (re) significação de conhecimentos docentes (SHULMAN, 1986).

Segundo Pereira (2019), ao planejar tarefas matemáticas, os professores pensam a respeitos dos objetivos, das metas, das ações e dos recursos necessários à aprendizagem dos estudantes, antecipando resoluções, bem como o nível de raciocínio que a tarefa poderá contemplar. Neste viés, mostra-se fundamental organizar aulas que envolvam tarefas matemáticas que visem explorar e identificar os conhecimentos dos envolvidos, sendo essa uma temática importante a ser discutida pelos professores.

Carrillo *et al.* (2018) apresentam o modelo do conhecimento especializado do professor de Matemática. A partir desse modelo é destacado o papel do formador para organizar as necessidades de formação percebidas pelos participantes, durante o processo formativo considerando as experiências e a reorganização dos conteúdos matemáticos e pedagógicos.

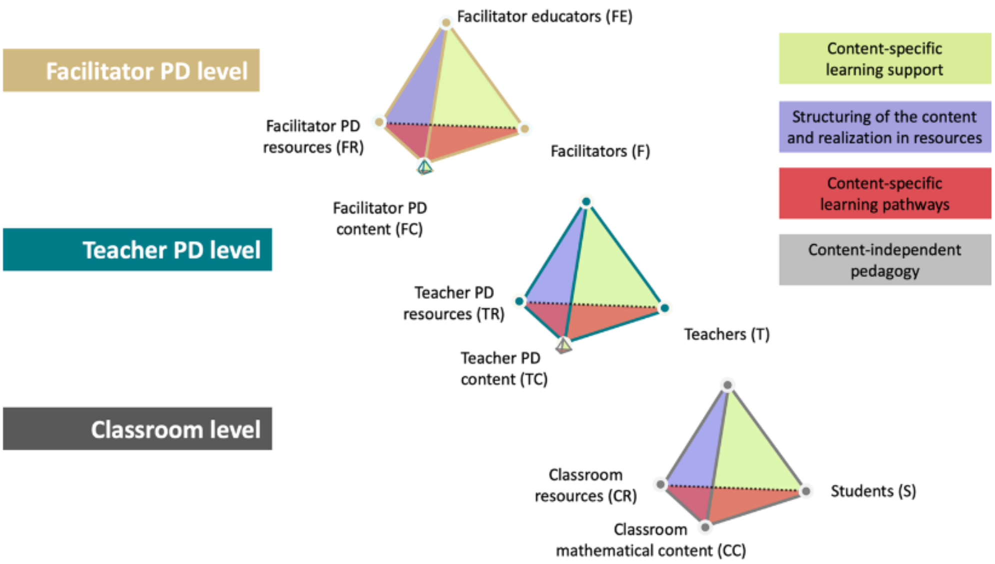
Neste sentido, “o gerenciamento de uma rica discussão em um espaço de formação de professores está atrelado ao planejamento e à orquestração gerenciada pelo formador” (AGUIAR *et al*., 2021, p. 117). Trevisan, Ribeiro e Ponte (2020) propõem, no âmbito da formação de professores, um ciclo envolvendo o planejamento, o desenvolvimento e a reflexão de uma aula, chamado ciclo *PDR*, que refere-se: i) ao planejamento, em momento destinado a organização de uma aula abrangendo conceitos matemáticos; (ii) ao desenvolvimento, um ou mais professores implementam o plano de aula em sala de aula, e outros professores/e ou formadores observam e coletam registros de práticas; (iii) a reflexão a respeito da aula, que ocorre a partir da organização de questionamentos elaborados pelos formadores, de modo que os participantes do processo formativo analisem e discutam detalhadamente os episódios selecionados da aula.

No intuito de organizar processos formativos que gerem oportunidades de aprendizagem profissional para professores e, consequentemente, contribuam para o processo de aprendizagem dos estudantes, Ribeiro e Ponte (2020) propõem modelo teórico e metodológico – PLOT (*Professional Learning Opportunities for Teacher),* a partir de três domínios: o papel e ações do formador (PAF), as tarefas de aprendizagem profissional (TAP) e as interações discursivas entre os participantes (IDP).

Neste trabalho, em especial, foca-se no primeiro deles, com intuito de discutir ações do formador no âmbito de um processo formativo na perspectiva da *Lesson Study*, que incorporou ciclo PDR (TREVISAN; RIBEIRO; PONTE, 2020) como uma das ações. Diante do papel e das ações do formador, consideram-se os aspectos descritos no modelo tetraédrico proposto por Prediger, Roesken-Winter e Leuders (2019), que contempla diversos níveis de desenvolvimento profissional de professores, formadores de professores, e formadores de formadores de professores, ilustrado na Figura 1.

revista
PARANAENSE
DE EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA

Figura 1: Modelo dos três tetraedros



Fonte: Prediger, Roesken-Winter e Leuders (2019)

Olhando de cima para baixo, para o primeiro tetraedro evidencia-se o desenvolvimento profissional docente a partir da formação dos formadores; no tetraedro central é destacado a aprendizagem profissional do professor e o último contempla os estudos a respeitos das ações na sala de aula. Esse tetraedro na Figura 1 representa a base do conhecimento para professores e formadores, logo, pode-se compreender que investigar ações realizadas em sala de aula, permite diferentes tipos de exploração de condutas a serem trabalhadas pelos formadores de professores (PREDIGER; ROESKEN-WINTER; LEUDERS, 2019). Neste ponto, destaca-se a importância da realização de um bom planejamento de aula, acompanhado de objetivos claros e da definição de recursos (AGUIAR *et al.*, 2021). Corroborando com os aspectos propostos por Prediger, Roesken-Winter e Leuders (2019), contempla-se o tetraedro central a partir do papel do formador, direcionando para o planejamento, com olhar para a tarefa matemática como um recurso, a antecipação de estratégias dos estudantes e os conteúdos matemáticos envolvidos.

Procedimentos metodológicos

Este estudo objetivou analisar, a partir de dados oriundos de um processo de formação continuada que fez uso do ciclo PDR (TREVISAN; RIBEIRO; PONTE, 2020), o planejamento de uma aula, destacando momentos em que o formador realizou intervenções com os professores. A abordagem adotada é qualitativa de cunho interpretativo (BODGAN; BIKLEN, 1994), a qual possibilita ao pesquisar, interpretar os dados do grupo de estudo, participando de um processo coletivo de construção da realidade (SILVA, 2013).

O contexto envolveu o processo formativo que ocorreu ao longo do 2º semestre de 2019, na disciplina de "Ensino de Variação de Grandezas" ofertada em um Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática em uma universidade do Paraná, com duração de 15 encontros presenciais com 3 horas cada.

A intenção da disciplina foi de proporcionar aos 5 (cinco) professores participantes, momentos que oportunizassem à aprendizagem profissional (RIBEIRO; PONTE, 2020) envolvendo a compreensão e interpretação de fenômenos, contribuindo para uma (re)significação dos conhecimentos que direcionassem ao ensino da Álgebra, nos diferentes níveis de escolaridade (do Ensino Fundamental até o Superior). Os participantes foram uma professora formada em Pedagogia, atuante nos anos iniciais do Ensino Fundamental – aqui denominada Professora 1, e 4 (quatro) licenciados em Matemática, atuantes nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio – Professor 2, 3, 4 e 5.

Como parte das atividades da primeira metade da disciplina, os professores foram convidados a organizarem individualmente uma proposta de plano de aula, correspondendo à primeira etapa do ciclo PDR – o planejamento (TREVISAN; RIBEIRO; PONTE, 2020). As solicitações realizadas pelo formador, se pautaram na seleção/criação de uma tarefa matemática que oportunizasse aos estudantes da Educação Básica, de forma a contribuir para o desenvolvimento do pensamento funcional (BLANTON; KAPUT, 2005), envolvendo processos de generalização (CARNEIRO; ARAMAN; SERRAZINA, 2022) e que pudesse ser implementada na segunda metade da disciplina em suas próprias turmas – segunda etapa do ciclo PDR (TREVISAN; RIBEIRO; PONTE, 2020).

As discussões em torno dos planos de aula, elaborados por cada um dos 5 (cinco) professores, ocorreram em 3 (três) encontros da disciplina, com objetivo de reconhecer, a partir da interação com o formador, possibilidades para seu aprimoramento. Na intenção de interpretar os dados coletados durante o planejamento de aula, analisou-se qualitativamente de forma interpretativa, como foram compostos os principais pontos que constituíram a elaboração da tarefa matemática presente nos planos. Para este artigo, consideraram-se dados do planejamento de aula criado por uma das participantes da disciplina (Professora 1), direcionado para os estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental. Embora os planos de aula dos outros quatro professores também foram analisados coletivamente, foi na discussão da proposta dessa professora que as ações do formador se mostraram mais diversificadas e em maior quantidade.

As intenções e objetivos anunciados pela Professora 1 em seu plano de aula foram: identificar as possíveis maneiras de combinar os elementos de uma situação dada e de contabilizá-los usando estratégias pessoais; trabalhar as habilidades socioemocionais comunicação e respeito, na troca de ideias e no debate de opiniões respeitando os outros e seus pontos de vista; antecipar resultados sobre a aprendizagem dos estudantes, os recursos a serem utilizados, os encaminhamentos e avaliações e as orientações para implementação da tarefa.

As discussões e a tarefa planejada pela Professora 1 estão dispostas na seção seguinte, onde apresenta-se a análise das intervenções do formador em cada um dos 3 (três) encontros na qual essas discussões ocorreram.

Análise e discussão dos dados

Encontro 1

No primeiro encontro, a Professora 1 apresenta a primeira versão da tarefa matemática presente no planejamento da aula, com o objetivo, de acordo com ela, de identificar as possíveis maneiras de combinar os elementos de uma situação dada e de contabilizá-los usando estratégias pessoais. O enunciado era: *Em um torneio de basquete, chegaram às finais as equipes dos seguintes estados: Paraná, Acre, Paraíba e São Paulo. De quantas maneiras diferentes pode ocorrer a composição do pódio com os três primeiros colocados?*

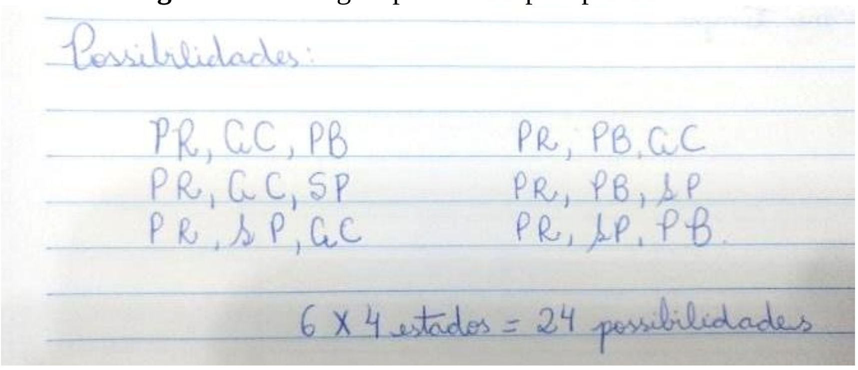
Para iniciar as discussões acerca do planejamento da aula construído pela Professora 1, o formador perguntou qual foi sua intenção ao planejar a aula; a mesma relatou que almejava que o estudante compreendesse o que é uma combinação, realizando e descobrindo qual estado poderia ficar em primeiro, em segundo e em terceiro lugar no pódio a partir da distribuição por pares, e observando as possibilidades que podem ser encontradas ao juntá-los. Porém, a professora afirmou que não conseguiu reconhecer alguma generalização que poderia ser construída a partir dessa tarefa.

Vale destacar que, para ela, o termo “combinação” foi usado de maneira informal, referindo-se à associação de elementos (os estados e os lugares no pódio). No contexto da Análise Combinatória, uma combinação remete à constituição de grupos não ordenados; no entanto, na tarefa planejada se faz necessário determinar o número de possibilidades que possam formar grupos ordenados, o que é denominado como arranjo. A tarefa proposta pela professora, de acordo com a BNCC, envolve conceitos usualmente formalizados no Ensino Médio (BRASIL, 2018).

Logo, como o intuito era que a tarefa fosse implementada com estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, um dos professores que atua nesse nível de ensino mostrou alguma estranheza na proposta:

> *Professor 2: Para o Fundamental não está muito… [indicando que* não era *pertinente para os anos iniciais]. Às vezes não, não sei.*
> *Professora 1: Você acha? Olha [mostrando e explicando o esquema que havia previsto como possibilidade de resolução – Figura 2] imaginando que o Paraná fica em primeiro lugar, dá para construir as seguintes possibilidades para os outros lugares: primeiro fica Paraná, em segundo fica o Acre ou Paraíba ou São Paulo. Se ficar o Acre [em segundo], em terceiro fica Paraíba ou São Paulo. Se ficar Paraíba [em segundo], Acre ou São Paulo. Se ficar São Paulo [em segundo], Acre ou Paraíba. Aí, são seis possibilidades cada um, para cada Estado [que ficar em primeiro], [como] são quatro estados, 24 possibilidades (PROFESSORA 1; PROFESSOR 2).*

Figura 2: Estratégia apresentada pela professora 1



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

A Professora 1, com base no questionamento do Professor 2, explica a estratégia que os estudantes poderiam pensar e utilizar. Ela coloca no esquema, o Paraná em primeiro lugar e, para as opções de segundo lugar distribui os demais estados. Embora o Professor 2 inferiu que a tarefa pudesse ser considerada difícil para o 4º ano, ela está alinhada com habilidades (EF04MA08) presentes na BNCC:

> [...] resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais (BRASIL, 2018, p. 291).

Em vista disso, a tarefa a partir da sua versão inicial apresenta pontos a serem discutidos quando se pretende explorá-la com estudantes dos anos iniciais. Um deles foi destacado pela Professora 3, quando questionou a Professora 1, sobre como seria se aumentassem os estados e se daria para usar esse tipo de pensamento a partir da estratégia apresentada por ela (Figura 2).

O formador interferiu, alertando que o pensamento funcional poderia estar presente mesmo que o estudante utilizasse estratégias de contagem um a um. A Professora 1 relata que não conseguiu reconhecer alguma possibilidade de generalização (o que ela chama de "uma conta”):

> *Formador: Está bem, mesmo sem enxergar uma conta, que tipo de discussões você pretende conduzir com eles com essa tarefa? Você vai entregar para eles...*
> *Professora 1: sim!*
> *Formador: Então volta para o enunciado! Você acha que esse enunciado é suficientemente claro para eles?*
> *Professora 1: Eu acho que vai gerar... vai gerar um pouco de dúvida, porque são três lugares: o primeiro, o segundo e o terceiro, e ali tem quatro estados. Vai dar um pouquinho de trabalho.*
> *Professor 2: Eu acho que poderia colocar assim: como podemos formar as possíveis, por exemplo, as apresentações de como seria o pódio, não sei. E logo em seguida, para ele tentar fazer aquele desenho que você mostrou, alguma coisa assim. Para daí ele tirar algum, que eu também não sei o que, alguma coisa que você possa usar os números para o fundamental [referindo-se aos anos iniciais] (FORMADOR; PROFESSORA 1; PROFESSOR 2).*

As discussões em torno do planejamento da tarefa proposta pela Professora 1, mediadas pelos questionamentos e intervenções do formador, levaram os professores a analisar o enunciado da tarefa e algumas estratégias de resolução que poderiam ser utilizadas pelos estudantes dos anos iniciais. O formador também questionou qual a intenção da professora ao implementá-la, procurando fazer com que a Professora 1 compreenda que, para planejar uma tarefa, é preciso ter claro o que se quer alcançar, qual o objetivo proposto e quais conhecimentos que ela pode desenvolver com os estudantes. Também, leva o grupo a reconhecer a necessidade de apresentar um enunciado claro para a tarefa.

Embora a Professora 1 tenha apresentado, em seu esquema de resolução (Figura 2), uma estratégia que fez uso do princípio fundamental da contagem ou princípio multiplicativo, ela não reconheceu que este princípio já está em um nível de generalização, pois serve para vários casos, e não apenas aquela tarefa em particular. Para construir essa estratégia, a Professora 1 distribuiu os estados deixando o Paraná em primeiro lugar em todas as opções, para o segundo lugar colocou duas possibilidades com o Acre, outras duas a Paraíba e o restante o estado de São Paulo. No esquema, foram apresentadas 6 (seis) possibilidades de pódio que podem ter 3 lugares (1º, 2º e 3º) a partir de 4 opções de estados (Paraná, Acre, Paraíba e São Paulo). Sendo assim, o princípio multiplicativo é composto por 6 (possibilidades) x 4 (estados), resultando em 24 possibilidades ao todo, conforme registrado por ela na operação 6 x 4 = 24 possibilidades.

O diálogo prossegue:

> *Formador: Então, eu abriria a situação mais ou menos nessa linha. Começa com três estados e colocaria: com o Paraná ficando em primeiro lugar, como o pódio poderia ser constituído?*

> *Professora 3: eu acho que poderia ser a), b) e c) para falar isso.*
> *Formador: Como assim?*
> *Professora 3: Um torneio de basquete vai para as finais com as seguintes equipes Paraná, Acre e Paraíba. Letra a) de quantas maneiras podem ocorrer a combinação do pódio com o Paraná em primeiro lugar. B) Sabe? Especifica.*
> *Formador: nem sei se precisa tão esmiuçado assim. Talvez, de quantas maneiras o Paraná em primeiro lugar? E considerando qualquer um dos estados em primeiro lugar? Porque aí eu acho que começa a dar uma luz para eles de um caminho a ser tomado. Por outro lado, pode direcionar para uma solução. Outro caminho, deixaria solto e aí vão ter aqueles [alunos] que vão fazer aleatório e tem aqueles que talvez façam de uma forma mais sistemática e aí você poderia chamar para discussão só com três estados. Aí você faz uma primeira discussão com eles. Nessa discussão, você consegue, observando como que eles trabalharam, você chama para frente aquele que fez tudo aleatório "Ah, o Paraná junto com a Acre junto com São Paulo", "agora vou colocar São Paulo junto com..." entendeu? Ele não vai pensando de uma forma organizada "Ah, eu vou fixar o Paraná e vou fazer tudo com Paraná", entendeu? Ele faz aleatório (FORMADOR; PROFESSORA 3).*

Após a explicação da Professora 1 sobre o modo como construiu esse esquema, o formador sugeriu que talvez fosse necessário subdividir a tarefa, para explorar alguns casos particulares, antes de perguntar o total de possibilidades de pódio. Por mais que o estudante consiga resolver a tarefa por meio da contagem um a um, se faz necessário que sejam pensadas intervenções que conduzam o pensamento do estudante para uma generalização.

Neste momento, o formador apresentou diversas possibilidades para promover discussões matemáticas produtivas (STEIN *et al.*, 2008), por exemplo deixando a tarefa mais aberta, e selecionando e sequenciando soluções menos e mais estruturadas, que possam surgir por iniciativa dos próprios estudantes. Essas ações contribuem para que os professores compreendam que há diferentes maneiras se resolver uma tarefa matemática, e que o estudante pode apresentar diferentes tipos de pensamento.

Esse tipo de tarefa, apresentada de maneira aberta, com intuito de ampliar as possibilidades de resolução e que permitem ao professor realizar discussões produtivas são chamadas de tarefas exploratórias, e proporcionam ao estudante o papel de protagonista, formulando e testando conjecturas e realizando generalizações (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2009).

A indicação do formador de fixar um dos estados em primeiro lugar e contar as possibilidades de pódio leva a Professora 3 a sugerir que a tarefa seja subdivida em itens, questionando, por exemplo, de quantas maneiras podem ocorrer a ordem do pódio com o Paraná em primeiro lugar, em seguida o Acre em primeiro e, por fim, a Paraíba. Essa sugestão é a base do raciocínio multiplicativo (PESSOA; BORBA, 2009). Para Spinillo, Lautert e Santos (2021), a ideia de correspondência, para muitos, é uma ideia importante de ser explorada com estudantes dos anos iniciais na resolução de problemas de estrutura multiplicativa, de maneira que possam refinar estratégias baseadas na contagem individual.

Na continuidade da discussão, o formador questionou como seria a generalização dessa forma de pensar em uma nova situação na qual fossem inseridos mais estados:

> *Professora 1: Com três estados deu seis, seis opções.*
> *Formador: Três estados, seis possibilidades. E com quatro estados?*
> *Professora 4: É 4×3×2, é 24.*
> *Professora 1: Dá 24.*
> *Professor 5: Não tem a formulazinha?*
> *Professora 4: É permutação.*
> *Formador: Não é permutação, mas a questão é: o que você quer que ele generalize com essa tarefa? Qual é a sua intenção?*
> *Professora 4: Mas, vai cair no [pensamento] funcional? Cai no [pensamento] funcional? (FORMADOR; PROFESSORA 1; PROFESSORA 4; PROFESSOR 5).*

Questionados pelo formador sobre uma possível generalização para a situação, a Professora 4 remete ao princípio multiplicativo. O Professor 5, por sua vez, procura recordar de uma fórmula, e Professora 4 menciona o conceito de permutação (embora, como já discutido, a tarefa envolve um arranjo). Além disso, a Professora 1 parece não enxergar possibilidades de olhar para a tarefa com potencial para o desenvolvimento do pensamento funcional. Durante esse diálogo o formador gera algumas oportunidades de aprendizagem profissional aos professores (RIBEIRO; AGUIAR; TREVISAN, 2020), uma vez que eles discutiram sobre como o estudante poderia generalizar, quais conteúdos matemáticos estão envolvidos na tarefa, e se ela realmente estava envolvendo o pensamento funcional, como pedido no planejamento.

Diante da dúvida da Professora 4, que não vê a tarefa com potencial para desenvolvimento do pensamento funcional, o formador interviu, discutindo como poderiam ser reconhecidas generalizações, conforme transcrição a seguir:

> *Formador: Se eles forem capazes de explicar como que eu sei o número de possibilidades sem ficar escrevendo um por um, se eles chegarem e falarem: "Ah, é só multiplicar 4 por 3 por 2", eles já generalizaram. Podem ser generalizações de graus diferentes, pode ser essa que o Professor 2 falou [correspondência um para muitos]. Na explicação dele pode ser uma coisa do tipo: "Para cada estado fixo tem tantas opções de pódio", pronto, ele [aluno] fez uma generalização. Talvez ele não tenha sido capaz de chegar numa "conta" no fim [referindo-se a uma expressão algébrica], mas algum tipo de generalização ele fez. Mas, a minha dúvida é do jeito que a tarefa está aqui eu não sei se ela leva ele a esse tipo de pensamento, por isso talvez separar em alguns itens, como esses que foram sugeridos [pela Professora 3 e pelo Professor 2]. Começar com três estados, perguntar "Se o Paraná ficar em primeiro lugar, quantas opções de pódio pode ter" porque aí eu vou*

> *moldando um pouco o pensamento dele, mas nessa direção, que é o que eu quero aqui, se eu quero usar essa tarefa como um contexto que envolve uma generalização. Aí sim, aí a tarefa foi planejada de modo a desenvolver um tipo de pensamento funcional expresso com uma linguagem que é acessível para criança de 8 ou 9 anos.*
> *Professora 1: Quando eu pensei nessa tarefa aí, porque ela depende uma em função da outra para chegar no resultado, mas eu não consegui enxergar na conta.*
> *Formador: Essa conta que a gente fez aqui você não tinha conseguido chegar?*
> *Professora 1: Isso aqui, olha! [apontando para uma das estratégias que havia antecipado, utilizando explicitamente o princípio multiplicativo em 4×3×2=24] (FORMADOR; PROFESSORA 1; PROFESSOR 2).*

Apesar das intervenções do formador, a Professora 1 parece ainda estar confusa sobre o que é e como pode ser uma generalização. Para ela, era necessária uma "conta", ou fórmula, que representasse essa generalização. Como discutido por Carneiro, Araman e Serrazina (2022), ao mesmo tempo em que a generalização pode ser uma regra algébrica ou equação, também pode ser a extensão de uma estratégia válida em determinado caso para outros semelhantes. Dentre as estratégias de generalização discutidas pelos autores, se reconhece na tarefa proposta pela Professora 1 a "construção de uma regra baseada em informação dada na situação", nesse caso relacionando essa regra à técnica de contagem (o princípio multiplicativo) (CARNEIRO; ARAMAN; SERRAZINA, 2022, p. 1197).

O formador retomou a discussão destacando que, embora o trabalho com o princípio multiplicativo seja indicado nos anos iniciais, muitas vezes, as tarefas propostas privilegiam apenas a listagem dos agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, sem um foco específico na busca por uma generalização. Neste sentido, orientou sobre como organizar a tarefa para que os estudantes não realizem apenas procedimentos ou cálculos, mas que possam generalizar.

> *Formador: Só que assim, muitas vezes a gente fica naquela combinação aleatória, não se leva a um pensamento nessa linha [para generalizar], fica escrevendo um por um. A questão é, como organizar a tarefa de modo que os itens da tarefa os levem a pensar nesse tipo de generalização, a tentar fazer com que a tarefa não fique apenas na contagem arbitrária de possibilidades, mas que eles consigam generalizar.*
> *Professor 2: A forma, né? O jeito que foi representado: assim [uso do princípio multiplicativo] eu acho complicado, mas assim [árvore de possibilidades] acho que eles vão conseguir (FORMADOR; PROFESSOR 2).*

Ao compreender a ideia do formador sobre como estruturar a tarefa de maneira que tenha potencial para a generalização, o Professor 2 pontua que o princípio multiplicativo pode ser difícil para estudantes dos anos iniciais, porém a árvore de possibilidades talvez não. A árvore de possibilidades, ou árvore de probabilidade, apresentada pelo Professor 2, refere-se ao uso de desenhos/diagramas como opção de resolução. Na BNCC (BRASIL, 2018) é destacada essa possibilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental, na habilidade EF05MA08 da unidade temática Números, para o 5º ano: "Resolver e elaborar problemas simples de contagem envolvendo o princípio multiplicativo, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra coleção, por meio de diagramas de árvore ou por tabelas" (BRASIL, 2018, p. 295).

Além disso, articula-se com a competência específica 3 da área de Matemática que descrever sobre:

> Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018, p. 535).

A partir da sugestão do Professor 2 e das intervenções do formador, a Professora 1 organiza uma nova opção de resolução usando a árvore de possibilidades, colocando o Paraná em primeiro lugar e distribuindo os estados do Acre, Paraíba e São Paulo. A Professora 3 complementa:

> *Professora 3: Mas, pode fazer 4 x 3 x 2 também. Porque, na primeira, vai ter quatro. Na segunda, ele tem três opções e na outra ele vai ter duas opções.*
> *Formador: Como assim?*
> *Professora 3: Ué, na primeira eu posso ter Paraná, Santa Catarina, Rio Grande do Sul e Mato Grosso, quatro [opções]. Na segunda, já estão as três opções ali e na última eu tenho duas opções.*
> *Formador: Só não sei se é natural para eles [alunos dos anos iniciais] multiplicar esses números (FORMADOR; PROFESSORA 3).*

A partir da sugestão da Professora 3, o formador destaca que para os estudantes de 8 a 9 anos, na maioria das vezes, a visualização da operação 4 x 3 x 2 não é natural, pois eles podem não conseguir reconhecer o princípio multiplicativo. Portanto, se tornaria mais simples realizar a operação da adição, que na opção apresentada pela Professora 3 seriam 6 + 6 + 6 + 6 = 24 possibilidades, correspondendo as 6 possíveis organizações para cada um dos estados estando em primeiro lugar.

Ao final desse encontro o formador orienta os professores para que estudem a tarefa, pensando em possíveis ajustes no planejamento e eventuais reformulações no enunciado, de forma a deixá-lo mais claro, em função do objetivo que se quer alcançar.

Encontro 2

No início do encontro 2, a Professora 1 apresenta a versão modificada da tarefa a partir das discussões realizadas no encontro anterior:

> *Professora 1: Eu tinha trazido dos estados né, mas aí então, como eu ia ter que trazer uma abordagem menor e depois ir aumentando, então eu pensei em times de futebol, no mesmo estilo. Então coloquei assim: "leia atentamente a situação problema e resolva as questões propostas: em um campeonato de futebol chegaram as finais os seguintes times, Palmeiras, Corinthians e Santos. De quantas maneiras diferentes pode ocorrer a composição do pódio com os três colocados?". Aí eles vão fazer essa primeira tarefa, depois [haverá uma segunda parte]: "e se acrescentar o time do São Paulo, como ficaria a composição do pódio?". E aí uma outra, não sei se possibilita ou não... "você acha que seria possível descobrir quantas possibilidades pode ser composto o pódio se acrescentarmos mais o time do Flamengo?" (PROFESSORA 1).*

Com base nessa nova versão da tarefa, a Professora 1 apresentou algumas antecipações de resolução dos estudantes, incluindo respostas incorretas, e o formador, neste momento, problematiza algumas delas:

> *Formador: O que levaria ao 3x3 por exemplo, como você vai explicar?*
> *Professora 1: 3 vezes três lugares.*
> *Formador: Se essa explicação já é meio previsível, como que você vai agir?*
> *Professora 1: São três times certo? Um vai ficar em primeiro lugar, e aí o segundo lugar pode ser de quem, só de um?*
> *Professora 3: O tipo de lugar, um pode ocupar o segundo? Para entender que dos 9 tem que tirar 3, que são as três repetidas, que vai ter o mesmo, 9 opções, que ele tá considerando opção, Palmeiras(3x), São Paulo(3x), Corinthians(3x), essa é impossível.*
> *Professor 5: Eu pediria para montar uma árvore, daria para observar.*
> *Formador: Você pediria para listar?*
> *Professor 2: Isso, seria uma boa né (FORMADOR; PROFESSORA 1; PROFESSOR 2; PROFESSORA 3; PROFESSOR 5).*

A resposta incorreta que foi antecipada pela Professora 1 foi trazida pelo formador para discussão. A Professora 3, por exemplo, procurou explicar a natureza desse equívoco: o fato de que há três times, e cada um pode ocupar três lugares no pódio. O Professor 5 sugeriu que professora utilize a árvore de possibilidades para explicar como não seria possível chegar nessa resposta a partir do que é pedido na questão. Por fim, a Professora 2 indicou que seria uma "boa ideia" pedir ao estudante para listar as opções e observar o que ocorreria com os pódios. A discussão prossegue:

> *Professora 3: Será que não tem outras possibilidades? Vamos organizar esse pensamento?*
> *Formador: O que você está chamando de organizar esse pensamento?*
> *Professora 3: Organizar? É, pensar, igual o Professor 2 falou, na árvore ou na tabela, o registro organizado das posições.*
> *Formador: O que, para vocês, é essencial que esteja presente nesse registro? Porque ele até pode listar algumas opções, mas tipo de raciocínio você espera que ele desenvolva com essa organização, onde você quer chegar?*
> *Professora 3: Na explicação.*
> *Formador: Aquele aluno que escreveu algumas opções aleatórias. Como fazer intervenções que o ajudem a chegar numa multiplicação?*
> *Professora 1: Organizar as ideias, e mostrar para ele, que tem primeiro lugar e vai ter segundo e vai ter o terceiro, mas para cada um deles se abrem novas opções.*
> *Formador: Vamos pensar então, você pede para ele fazer a árvore de possibilidades, aí até faz. Mas ele não consegue enxergar que não precisaria fazer todos os ramos. Entendeu onde que eu quero chegar? Porque aí você pede para ele fazer a árvore, ele vai lá e faz tudo certinho como você pediu, mas ele precisou escrever caso a caso. Se você pedir para ele fazer com quatro times, ele vai fazer essa árvore de novo e vai contar um por um (FORMADOR; PROFESSORA 1; PROFESSORA 3).*

Nesse trecho, a Professora 3 sugere a construção da árvore de possibilidades ou algum outro esquema, que permita visualizar as possibilidades de distribuição dos times no pódio. Porém, essa intervenção poderia levar o estudante, ainda que com o uso da árvore de possibilidades, escrever caso a caso. O formador propõe que elas (Professoras 1 e 3) reflitam que, se utilizar essa estratégia, os estudantes poderiam realizar a contagem um a um, o que não era esse o objetivo da tarefa. Segundo Carneiro, Araman e Serrazina (2022, p. 1197-1198), para alcançar a generalização, é necessário "visualizar relações mais gerais que existem no contexto de um problema". O formador realiza uma sugestão:

> *Formador: Acho que para completar [seu planejamento], você poderia tentar, de alguma maneira, ao lado dessas soluções erradas, colocar esses possíveis encaminhamentos. Eu indicaria para o aluno fazer tal coisa, faria esse tipo de questionamento, para você ter na manga um pouco de como agir frente às respostas que podem aparecer. E uma última coisa, não sei se apareceu no seu planejamento como você organizaria a discussão que vai promover com eles. Porque tem que pensar o seguinte: se eu quero promover a discussão, não adianta pensar em fazer intervenções no sentido de todas as equipes chegarem até a resposta correta pelo raciocínio mais rápido. É interessante que você faça essas intervenções, mas que você não direcione para a resposta, para você ter as respostas erradas, você ter respostas incompletas e você poder fazer determinadas discussões com a turma. Se não, você gasta todo tempo da aula tentando fazer intervenções individuais, e sua discussão coletiva acaba ficando comprometida. Não sobra muito o que discutir com a turma, todo mundo já chegou na mesma resposta. Então, supondo que você tenha uma diversidade de respostas para promover uma discussão, você chegou a pensar em como você organizaria? Quem que você vai levar para o quadro?*

Neste trecho, o formador teceu considerações no sentido a respeito de como planejar uma discussão produtiva (STEIN *et al.*, 2008), sobre como agir frente às respostas erradas e de como antecipar intervenções, de modo que não comprometa a plenária com toda a turma, no momento de sistematização das resoluções. O trabalho com uma tarefa matemática exploratória, de acordo com Ribeiro e Ponte (2020), demanda uma etapa final da aula voltada às discussões das diferentes resoluções apresentadas pelos estudantes. Logo, se as intervenções direcionam toda a turma para uma única resposta correta, essas discussões não ocorrem.

Encontro 3

Nesse último encontro de planejamento, a Professora 1 traz ao grupo uma informação até então desconhecida: ela disse que já havia proposto uma tarefa similar à sua turma e que um estudante conseguiu chegar ao princípio multiplicativo. Frente à nova informação, o formador interviu:

> *Formador: Porque se for essa turma [onde você pretende desenvolver a aula] pode se tornar uma tarefa de mera aplicação de um jeito de fazer que eles já conhecem, e aí a gente não conseguiria observar como a tarefa e as suas intervenções e a discussão que você vai fazer podem levar a generalização, que talvez eles já reconheçam. Quando você apresentar a tarefa, pode ter aluno que pega e fala "a então vai ser essa conta aqui, multiplica 5 por 4 por 3 e pronto".*
> *Professora 1: Ah, eu não sei se eles vão conseguir chegar nisso, mas pensando assim, na verdade eles já trabalharam, não nesse sentido, já trabalharam de outras formas né, aí então eu teria que mudar de estratégia.*
> *Professor 5: Eu acho que ela poderia arrumar uma estratégia, arrumar e começar com três e não quatro. Porque o três eles vão fazer "escritinho" lá [um a um]. O quatro eles vão pensar acho que um pouquinho de acordo com o de três e o de cinco deixar que...*
> *Professora 4: Um desafio né?*
> *Professora 1: melhor começar já com 4 times então, né? (FORMADOR; PROFESSORA 1; PROFESSORA 4; PROFESSOR 5).*

Nesse diálogo, o formador alerta o grupo sobre a possibilidade de a tarefa tornar-se um exercício (PONTE, 2005), no caso de os estudantes terem trabalhado com situações similares, e conhecerem um algoritmo para resolver. Os Professores 1 e 5 argumentam que não seria o caso, pois eles trabalharam apenas com situações envolvendo três elementos, e a tarefa traria um novo contexto, agora com 4 e depois com 5 times. A Professora 1 conclui que seria melhor iniciar a tarefa com 4 times, e não 3, como ela trouxera no encontro anterior. Chega-se, com isso, a uma versão final da tarefa (Quadro 1).

Quadro 1: Versão final da tarefa

Tarefa Matemática
A partir de agora você e sua equipe serão investigadores da matemática e precisam achar uma solução para a situação-problema abaixo. Leiam atentamente o enunciado e resolvam da forma que acharem melhor. (a) No Campeonato Brasileiro de Futebol, os times: Flamengo, Palmeiras, Santos e São Paulo seguem na disputa pela primeira colocação. Sabendo que somente três dos times serão os primeiros colocados, indique de quantas maneiras poderá ocorrer a classificação com os quatro times. (b) É possível que o Corinthians entre também nessa disputa junto com os times que mencionamos na tarefa anterior. Indique de quantas maneiras poderemos ter os três primeiros colocados entre esses cinco times.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

O formador retoma alguns pontos do encontro anterior, reforçando a importância de o professor antecipar estratégias de intervenção que poderiam ajudar os estudantes a construir alguma generalização:

> *Formador: Eu acho que é nesse caminho que você tem que pensar as intervenções que você vai fazer, ajudar ele pensar. "Bom, vamos escolher um time para ficar em primeiro lugar", para que daí ele possa pensar de uma maneira mais estruturada, ainda que ele escreva todos, com o Flamengo em primeiro lugar, monta quais seriam as possibilidades. Porque quando você monta ali, simplesmente montar sem dar algum tipo de indicação e pouco mais estruturada, ele pode ficar naquela coisa, meio que tentativa e erro, "ah vou pôr o Flamengo em primeiro agora vou pôr o Palmeiras em primeiro", e não chegar a nada. Ele vai fazendo de forma aleatória, o tipo de raciocínio que você quer que ele desenvolva para fazer uma generalização parte do princípio que ele vai ver as possibilidades para um time na primeira posição multiplicar esse total por 4.*
> *Professora 1: Isso (FORMADOR; PROFESSORA 1).*

O formador novamente aconselha a Professora 1 que pense sobre possibilidades de intervenção com os estudantes, recomendando a colocação de um time em primeiro lugar e depois distribuir os outros. Porém, aponta que ela precisa pensar num meio deles reconhecerem, mesmo que partindo de casos particulares, em como determinar o total de opções com 4 ou 5 times, não realizando a contagem de um a um. Que eles consigam generalizar, no sentido de elaborar alguma conjectura relacionada ao princípio multiplicativo. Reconhece-se, a partir disso, o potencial da tarefa para o desenvolvimento do pensamento funcional.

O formador também retoma a importância, no planejamento da aula, de antecipar como será realizada a discussão das resoluções dos estudantes com toda a turma:

> *Formador: Se, numa situação ideal, você consegue fazer todo mundo chegar numa mesma resposta, aí chega na hora de você fazer uma discussão com a turma, você não tem mais o que discutir, porque todo mundo já chegou na resposta. Então você vai ter que ter um certo "feeling" e perceber "ah essa equipe está mais na tentativa e erro? Essa equipe está resolvendo de uma forma mais estruturada?". E perceber o momento que você acha que é interessante chamar a turma como um todo para observar essas diferentes soluções, porque se você for de equipe em equipe intervindo de forma que todo mundo chegue a mesma coisa, chega na hora de fazer a discussão, a discussão se perdeu. Então você vai ter que também ter essa percepção de deixar algumas equipes um pouco mais na tentativa e erro, outras que você perceber que tem um potencial de chegar na resposta mais rápido e fazendo intervenções nesse sentido. Talvez você lance o item (b) [o caso de 5 times] para algumas equipes, enquanto outros ainda vão continuar trabalhando com o item (a) [4 times].*
> *Professora 1: Entendi... eu pensei isso mesmo, porque eu não posso intervir em todas as equipes para chegarem no mesmo resultado aí não tem mesmo o que discutir, deixá-los pensarem, né (FORMADOR; PROFESSORA 1).*

Nesse trecho final da discussão, o formador destaca que, na perspectiva do trabalho com tarefas exploratórias, não é interessante que o professor conduza todas as equipes a uma mesma resolução. Ao contrário, ele pode realizar intervenções, porém sem direcionar os grupos. Ele precisa monitorar e selecionar (STEIN *et al*., 2008) os procedimentos realizados pelos grupos e discutir com a turma a respeito disso, se foi por tentativa e erro, se utilizaram do princípio multiplicativo ou outra possibilidade que se revele. A Professora 1 parece concordar, e enfatiza a importância da diversidade de procedimentos que possam aparecer.

Discussões e considerações finais

Neste artigo, objetivou-se compreender como se deram as ações do formador durante o planejamento de aula a partir de uma tarefa matemática exploratória, por um grupo de professores participantes de um processo de formação continuada na perspectiva da *Lesson Study*. Como dados, foram detalhadas ações orquestradas pelo formador, em especial no que tange à exploração profunda de conceitos matemáticos (no caso, o princípio multiplicativo), da antecipação de estratégias de resolução estudantes e as ações dos professores para gerenciamento da aula (AGUIAR *et al.*, 2021).

Sobre os vértices do modelo tetraédrico proposto por Prediger, Roesken-Winter e Leuders (2019), as ações medidas pelo formador articulam-se aos elementos do tetraedro inferior (nível da sala de aula), promovendo discussões sobre situações relevantes para o posterior desenvolvimento da aula.

Entre as discussões e considerações realizadas durante os encontros, destaca-se com relevância nas tarefas: a elaboração de um enunciado claro, ter clareza sobre o objetivo que se pretende, enquanto um recurso da sala de aula, antecipação de estratégias de resolução dos estudantes, intervenções que poderiam ser realizadas (vértice "estudantes"), e aprofundamento do conhecimento matemático inerente à tarefa (princípio multiplicativo – conteúdo da sala de aula).

No âmbito do tetraedro central, reconhecemos que tais ações ofereceram aos professores participantes oportunidades para a (re) significação de seus conhecimentos profissionais (SHULMAN, 1986) - conteúdo do desenvolvimento profissional do professor, na etapa de planejamento do ciclo PDR (TREVISAN; RIBEIRO; PONTE, 2020) como recurso para o desenvolvimento profissional.

As discussões mediadas pelo formador proporcionaram, ainda, oportunidades de aprendizagem profissional aos professores envolvidos (RIBEIRO; PONTE, 2020), o que pode repercutir na aprendizagem dos estudantes, em especial, no que tange ao desenvolvimento do pensamento funcional (BLANTON; KAPUT, 2005), levando os estudantes a utilizarem diferentes estratégias de generalização (CARNEIRO; ARAMAN; SERRAZINA, 2022).

Tais discussões a respeito da elaboração de uma tarefa exploratória (PONTE, 2005) e seu desenvolvimento em sala de aula, permitiu explorar aspectos como: o enunciado, o objetivo, o conteúdo envolvido, os recursos e as antecipações de resoluções que poderiam surgir pelos estudantes durante a futura implementação da tarefa.

Em síntese, a análise apontou a importância das ações e do papel do formador na condução das ideias e discussões, oportunizando aos professores diferentes aprendizagens, especialmente no que tange a compreensão sobre o modo de conduzir as tarefas futuramente em sala de aula, visando o reconhecimento dos conceitos matemáticos envolvidos em sua construção.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

AGUIAR, M; DONÁ, E. G.; JARDIM, V. B. F.; RIBEIRO, A. J. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores de matemática: desvelando as ações e o papel do formador durante um processo formativo. **Acta Scientiae**. Canoas, v. 23, n. 4, p. 112-140, 2021. DOI: https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6575.

AGUIAR, M.; RIBEIRO, A. J. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores de matemática: experiências advindas de um processo formativo ancorado na prática docente. **Revista Paradigma**, v. 43, n. 1, p. 273-296, 2022. DOI: 10.37618/PARADIGMA.10112251.2022.p273-296.id1172.

BALL, D. L.; COHEN, D. K. Developing Practice, Developing Practitioners: Toward a Practice-Based Theory of Professional Education. *In*: SYKES, G.; DARLING-HAMMOND, L. (Eds.), **Teaching as the Learning Profession**: Handbook of Policy and Practice. San Francisco: Jossey Bass, p. 3-32, 1999.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p.412-446, 2005.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/. Acesso em 31 ago. 2023.

CABRAL, S. A. B.; DOS SANTOS, L. Desenvolvimento profissional de professores de matemática: desafios e possibilidades em um curso de formação continuada. **Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática**, v. 7, n. 1, 2023. DOI: 10.34019/2594-4673.

CARNEIRO, L. F. G.; ARAMAN, E. M. O.; SERRAZINA, M. L. Raciocínio Matemático de Alunos do Ensino Fundamental: estratégias de generalização empírica. **Bolema**, Rio Claro, v. 36, n. 74, p. 1193-1214, 2022. DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a12.

CARRILLO, J. *et al.* The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. **Research in Mathematics Education**, v. 20, n. 3, p. 236 - 253, 2018. DOI: http://dx.doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981.

ELIAS, H. R.; TREVISAN, A. L. Desafios à constituição de grupos colaborativos com professoras de anos iniciais para a realização de estudos de aula. **Vidya** (Santa Maria - online), v. 40, n.2, p. 183-202, 2020. DOI: https://doi.org/10.37781/vidya.v40i2.3233.

GROSS, G. F. S.; TREVISAN, A. L.; ARAMAN, E. M. O.; TREVISOLLI, R. F. L. Uma Proposta para Elaboração e Análise de Tarefas de Aprendizagem Profissional. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 16, n. 42, p. 1-21, 2023. DOI: 10.46312/pem.v16i42.17982.

LEWIS, J. M. Learning to lead, leading to learn: How facilitators learn to lead lesson study. **ZDM**, v. 48, n. 4, p. 527-540, 2016. DOI 10.1007/s11858-015-0753-9.

MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. da. Desenvolvendo o raciocínio matemático: Generalização e justificação no estudo das inequações. **Boletim do GEPEM**, v. 62, p. 17-31, 2013. DOI: https://doi.org/10.4322/gepem.2014.021.

PEREIRA, L. S. A. **A gestão de tarefas matemáticas por professoras dos anos iniciais do**

ensino fundamental. 2019. 161 f. Dissertação (mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós-Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, p. 161, 2019. Disponível em: <https://n9.cl/yfjs9>. Acesso em 09 set. de 2023.

PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **Zetetiké**, v. 17, n. 31, p. 105-150, 2009.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática.** O professor e o desenvolvimento curricular, p. 11-34, 2005.

PONTE, J. P. da; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

POZZOBON, M. C. C. O estudo de aula e Matemática: "processo formativo" e "potencialidades para o desenvolvimento profissional". **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas,** v. 19, n. 42, p. 70-85, 2023. DOI: http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v19i42.13440

PREDIGER, S., L. T.; ROESKEN-WINTER, B. Drei-Tetraeder-Modell der gegenstandsbezogenen Professionalisierungsforschung: Fachspezifische Verknüpfung von Design und Forschung. **Jahrbuch für Allgemeine Didaktik**, 2017, p. 159–177, 2017.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. da. Comunicação, tarefas e raciocínio: aprendizagens profissionais proporcionadas por um estudo de aula. **Zetetiké**, v. 23, n. 2, p. 297-310, 2015. DOI: https://doi.org/10.20396/zet.v23i44.8646540.

RIBEIRO, A. J; AGUIAR, M.; TREVISAN, A. L. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores ao discutir coletivamente uma aula sobre padrões e regularidades. **Quadrante**, v. 29, n. 1, p. 52–73, 2020. DOI: https://doi.org/10.48489/quadrante.23010.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 28, p. 1-20, 2020. DOI: https://doi.org/10.20396/zet.v28i0.8659072.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986. DOI: https://doi.org/10.3102/0013189X015002004.

SILVA, E. A. As metodologias qualitativas de investigação nas Ciências Sociais. **Revista Angolana de Sociologia**, n. 12, p. 77-99, 2013. DOI: https://doi.org/10.4000/ras.740.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L.; SANTOS, E. M. A importância da explicitação da correspondência um para muitos na resolução de problemas de estrutura multiplicativa. **Bolema**, Rio Claro, v. 35, n. 69, p. 112-128, 2021. DOI: https://doi.org/10.1590/1980-4415v35n69a06.

STEIN, M. K; ENGLE, R.; SMITH, M.; HUGHES, E. Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 10, n. 4, p. 313–340, 2008.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: da investigação à prática. **Educação e Matemática**, v. 105, n. 5, p. 22-28, 2009.

TREVISAN, A. L.; RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional learning opportunities regarding the concept of function in a practice-based teacher education program. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, v. 15, n. 2, p. 1-14, 2020. DOI: https://doi.org/10.29333/iejme/6256.

UTIMURA, G. Z.; BORELLI, S. S.; CURI, E. Lesson Study (Estudo de Aula) em diferentes países: uso, etapas, potencialidades e desafios. **Educação Matemática Debate**, v. 4, n. 10, p. 1-16, 2020. DOI: https://doi.org/10.24116/emd.e202007.