EL CONTEXTO EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Giovanni Sanabria Brenes
Instituto Tecnológico de Costa Rica –
Universidad de Costa Rica, Costa Rica
gsanabria@itcr.ac.cr

Resumen: El contexto es de suma importancia en la resolución de problemas en la Didáctica de las Matemáticas. El presente trabajo pretende dar una concepción adecuada del contexto, justificar la existencia de diferentes tipos de contextos a través de la historia y hacer evidente la necesidad de utilizar los diferentes tipos. Se parte del concepto de contexto que brindan los programas de educación vigentes del Ministerio de Educación Pública. Luego se expone la importancia del contexto en la resolución de problemas. Posteriormente, se pretende dar respuesta a la pregunta ¿qué es la matemática?, con el objetivo de ver la influencia que tiene la respuesta en la concepción del contexto. Finalmente se plantea una definición de contexto acorde con la clasificación de tipos de contexto que actualmente plantean algunos autores.
Palabras clave: didáctica, epistemología, contexto, resolución de problemas.

Abstract: The context is of the utmost importance in solving problems in Mathematics Teaching. This paper aims to give an adequate conception of the context, justify the existence of different types of contexts throughout history and make clear the need to use different types. It is based on the concept of context provided by the current education programs of the Ministry of Public Education. Then the importance of context in problem solving is exposed. Subsequently, it is expected to answer the question, what is mathematics?, in order to see the influence that the response has on the conception of the context. Finally, a definition of context is proposed in accordance with the classification of types of context currently posed by some authors.

Keywords: teaching, epistemology, context, problem solving.

1. Introducción

Cualquier docente de matemáticas a escuchado de la necesidad de plantearle al estudiante problemas contextualizados para que este comprenda mejor la matemática. Pero, ¿qué entendemos realmente por contexto?

Algunos docentes, en formación y en ejercicio, suelen confundir los “problemas contextualizados” con “problemas de la vida real”. Lo ven como una manera de responderle al estudiante la pregunta “Profe, ¿esto para que me sirve?”. Pregunta que muchas veces causa cierta frustración en los docentes para determinados temas. Esto refleja un concepto de matemática utilitarista.

Sin embargo, el Ministerio de Educación Pública (2012) señala:

> *Los contextos donde un problema puede emerger pueden ser diversos. Una situación de salud en el país, asuntos económicos, ambientales, culturales.*

> *Contextos escolares, familiares, comunitarios, profesionales, científicos. Pero también un problema puede diseñarse a partir de pasajes de la historia de las Matemáticas, de una representación artística donde es posible encontrar matemáticas, incluso un juego, un rompecabezas, un video, etc.*

Así existen diversos contextos para introducir un problema. Si bien el Ministerio de Educación Pública (2012) hace especial énfasis en el uso de los contextos reales, también señala:

> *Favorecer problemas en contextos reales no implica dejar de lado problemas abstractos. Es una orientación general y flexible que debe adaptarse con lucidez. Hay áreas matemáticas y tópicos donde no tiene sentido el trabajo en contextos reales. Pero además, no se debe olvidar nunca que las Matemáticas refieren a dimensiones generales y abstractas de lo real. En esencia, es una práctica que cultiva lo abstracto. De lo que se trata en la acción educativa es de construir los objetos abstractos con base en una estrategia que permita asociaciones con los entornos en ciertos momentos para favorecer los aprendizajes. Los problemas abstractos son cruciales para poner en juego distintas habilidades y procesos. En los abstractos se entrena, por ejemplo, la justificación y demostración, el uso de lenguaje matemático, el razonamiento riguroso abstracto.*

En este trabajo nos enfocaremos en la importancia de los contextos abstractos.

2. El contexto y la resolución de problemas

Actualmente, las teorías en didáctica de las matemáticas se centran en una enseñanza basada en la resolución de problemas, donde el uso del contexto para emerger los problemas es sumamente importante.

Un referente inicial sobre resolución de problemas es el matemático George Polya. Polya (1965) señala la necesidad de educar nuestra intuición para desarrollar una heurística o arte para resolver los problemas.

Sin embargo, Schoenfeld (1985) lleva a cabo una serie de investigaciones en las que concluye que las heurísticas planteadas por Polya no son suficientes para tener éxito en la resolución de problemas. Señala que además de las heurísticas planteadas por Polya es necesario agregar otras tres dimensiones:

1. Recursos (conocimientos previos)
2. Control (habilidad para monitorear y evaluar el proceso de resolución del problema)
3. El Sistema de Creencias (creencias sobre lo que es conocer y hacer matemática)

Según Schoenfeld, el sistema de creencias establece el contexto dentro del cual funcionan las restantes tres dimensiones (heurísticas, recursos y control). Así, las concepciones que tiene el estudiante sobre lo que es hacer matemática delimitarán el contexto de un problema. Esto sin duda pone al descubierto la necesidad de que los docentes fortalezcan el sistema de creencias del estudiante, desde edades tempranas, frente a las creencias de sus padres, de los medios de comunicación, y de otros que influyen en las concepciones sobre matemática que se forma el estudiante. Incluso el sistema de creencias de los docentes que tenga el estudiante influirán en su concepción del contexto.

Por otro lado, la Teoría de Situaciones de Guy Brousseau es un referente teórico relevante en el diseño de los Programas de Estudio. Brousseau (1986) señala que el profesor debe diseñar situaciones problema cuya solución sea el conocimiento que se quiere enseñar. Así, se plantean uno o varios problemas al estudiante (situación a-didáctica), el cual por medio de sus conocimientos previos, logre resolverlos y así lograr la devolución de la situación, en la que le devuelve la responsabilidad de su aprendizaje al profesor. La situación a-didáctica es un problema o conjunto de problemas contextualizados, temporalizados y personalizados. Cuando se logra la devolución de la situación, el profesor toma este conocimiento para institucionalizarlo, es decir, el profesor relaciona este conocimiento contextualizado adquirido con el saber formal pretendido. Además, Brousseau (1986) señala:

> *El trabajo del profesor es en cierta medida inverso al del investigador, debe producir una recontextualización y una repersonalización de los conocimientos. Estos van a convertirse en conocimientos del alumno, es decir una respuesta natural, en unas condiciones relativamente particulares, condiciones indispensables para que tengan un sentido para él. Cada conocimiento debe surgir de la adaptación a una situación específica, pues*

> *no se crea el concepto de probabilidad en el mismo tipo de contexto y de relaciones con el medio que en los que se inventa o utiliza la aritmética o el álgebra.*

Note que el contexto es esencial en la Teoría de Situaciones. Sobre el concepto del contexto, Brousseau (1986) indica “si el contexto no da una cierta importancia a la cuestión de saber si la información es verdadera, cómo y por qué, o si esta validez es susceptible de establecerse sin dificultad, entonces el mensaje será clasificado como simple información”. Aquí encontramos una característica importante del contexto, que concuerda con lo indicado por Schoenfeld, el contexto es una condición personal que le otorga un individuo a un problema que dependerá de su sistema de creencias y su objetivo es que este provoque en el individuo la necesidad de saber resolver el problema.
Por otro lado, sobre los tipos de contextos, Zamora (2013) señala:

> *Cuando hablamos de aprendizaje en contexto, nos referimos al amplio abanico de posibilidades con las cuales el profesor puede motivar al alumno y despertar su curiosidad. Esos contextos, pueden ir desde la explicación histórica de un tema (contexto histórico), a la relación con el resto de asignaturas (contexto interdisciplinar), haciendo a los alumnos ponerse en el papel de cualquier profesión (contexto laboral) o incluso, proponiéndoles ser auténticos científicos con la demostración de teoremas o experimentos (contexto científico).*

Nuevamente vemos la necesidad de que el contexto motive al alumno a resolver el problema. Dentro de estas maneras de motivarlo se encuentra el contexto científico. Otra clasificación de contextos es dada por Santos (sf):

> ***Contexto puramente matemático**. El referente en donde se desarrolla la situación involucra solamente aspectos matemáticos. Por ejemplo, ¿cuáles son los números primos que se pueden representar como la suma de los cuadrados de dos enteros?*

> ***Contexto del mundo real.** En este caso, el entendimiento del problema se relaciona con la identificación de variables de la situación real que pueden*

ser examinadas a partir de recursos matemáticos. Por ejemplo, "el comportamiento del tránsito vehicular en la ciudad de México".

Contexto hipotético. *La actividad se diseña a partir de una colección de supuestos acerca del comportamiento de las variables o parámetros que explican el desarrollo de una situación hipotética. Es decir, dicho comportamiento de los parámetros no se basa en datos o información real o de laboratorio. Sin embargo, en el tratamiento matemático se puede resaltar el uso de diversas representaciones y estrategias que muestran no sólo el potencial de diversos contenidos matemáticos, sino también contrastar diversas cualidades asociadas a las diversas formas de solución. Por ejemplo, la información puede ser representada y analizada en una tabla, una lista ordenada, a partir de una gráfica o en forma algebraica.*

Note que el contexto puramente matemático concuerda con el contexto científico de la clasificación anterior y con el contexto abstracto planteado por el Ministerio de Educación.

Aquí surgen varias dudas: ¿Por qué varios tipos de contexto? ¿Realmente es justificable la existencia de estos tipos de contexto? ¿Qué dice la historia de la matemática al respecto?

3. Un poco de historia: ¿Qué es la matemática?

La matemática surge como un modelo para establecer y controlar las relaciones sociales, la sociedad debía regirse por una serie de normas para controlar las relaciones. Ya desde la prehistoria cada sociedad se ha enfrentado a una serie de situaciones problemáticas, y han ido encontrando diferentes métodos para resolverlas, de acuerdo con los medios que se tenían. La aparición de nuevos problemas junto con la utilización de nuevas tácticas hizo que el conocimiento matemático fuera evolucionando para colaborar en la búsqueda de soluciones de los distintos problemas. Según Hogben (1941) las primeras necesidades "matemáticas" que se presentaron fueron las de contar y medir: contar objetos, calcular áreas, etc. Y así una serie de destrezas matemáticas se han ido desarrollando a medida que ha sido necesario resolver todas las situaciones problemáticas que fueron apareciendo a lo largo de la historia.

Así, surge en la historia una primera concepción de matemática, la matemática no es una ciencia por sí misma, sino su función es servir a la sociedad, la sociedad le da sentido a la matemática y la matemática le da al individuo las herramientas para que funcione bien en la sociedad. Al respecto Kolmogorov (1980) indica:

> *A pesar de su abstracción (de la matemática), sus conceptos y resultados tienen origen en el mundo real y encuentran muchas y diversas aplicaciones en otras ciencias, y en todos los aspectos prácticos de la vida diaria. Reconocer esto es el requisito más importante para entender las matemáticas.*

¿Será que esa concepción de matemática se mantiene? ¿Será que se mantiene a nivel didáctico? Vemos en las primeras etapas de la historia, una concepción de matemática muy ligada a su uso y aplicación y por un ende un predominio del contexto real en los problemas que se presentaban.

Sin embargo, conforme la historia de matemática avanza y se interesa por dotarla de rigurosidad surgen problemas en Matemática donde el contexto real deja de ser importante. Esto inicia con la axiomatización de la matemática, la controversia del quinto postulado de Euclides y logra su punto más alto con Georg Cantor.

Georg Cantor nació el 3 de marzo de 1 845 en San Petersburgo, Rusia. Obtuvo su doctorado en Matemáticas en la Universidad de Berlín, donde Kronecker fue uno de sus maestros. Según Ruiz (2003), Kronecker, en una carta dirigida a matemático Hermann Von Helmholtz, indicó "*La riqueza de su experiencia práctica con problemas sanos e interesantes, dará un nuevo sentido y un nuevo ímpetu a las Matemáticas. La especulación matemática unilateral e introspectiva conduce a campos estériles*".

Cantor se empieza a interesar por el concepto del infinito y en su teoría de Conjuntos señala que la cardinalidad de los conjuntos infinitos puede variar y ciertos conjuntos son más infinitos que otros. Solaeche (1995) señala que para Kronecker los trabajos de Cantor eran estériles, y se dedicó a destruir públicamente el trabajo del infinito de Cantor, lo calificaba como "renegado" y "corruptor de la juventud estudiosa". Debido al poder que

Kronecker tenía, detuvo intencionalmente en 1877 toda publicación de quien antes fuera su más excelente alumno.

Además, Solaeche (1995) indica que Cantor defendía un concepto de Matemática libre, él señalaba “La Matemática es completamente libre en su desarrollo, y sus conceptos sólo se ven restringidos por la necesidad de ser no contradictorios y están coordinados con los conceptos previamente introducidos mediante definiciones precisas. La esencia de la Matemática es su libertad”.

Así, se presenta una controversia entre la matemática libre vs la matemática útil. Analicemos esto controversia histórica en términos educativos en un sentido metafórico. Por un lado tenemos a Kronecker que lo podemos ver como el defensor de los contextos reales, para él no tenía sentido hacer matemática por arte, eso eran campos estériles, él indica que los problemas sanos e interesante son el motor de las matemáticas. Kronecker tiene una concepción de una matemática al servicio de la sociedad, simboliza a aquel estudiante que nos indica “profe, este tema que estamos viendo para qué me va a servir”. Por otro lado, Cantor es un defensor de los contextos abstractos y científicos en los problemas. Para él la matemática es libre, no está condicionada a ser útil solamente a que esté rigurosamente fundamentada. Para él hacer matemática es un acto científico y artístico. Como se puede apreciar, la concepción de Matemática de Cantor es más ligada a la importancia del razonamiento matemático para obtener resultados que a la aplicación de los resultados.

La historia le dio la razón a Cantor parcialmente. Según Solaeche (1995), David Hilbert en el Congreso Internacional de Matemáticos de París, en 1 900 menciona la célebre frase “Nadie puede expulsarnos del paraíso de los pensamientos de Cantor”. En este evento Hilbert resume la trayectoria y las perspectivas de las matemáticas al entrar el siglo XX, formulando 23 problemas pendientes de la matemática, el primero de ellos, era el problema de Cantor: la hipótesis del continuo.

Con Hilbert se introduce los sistemas formales y su intención era ver toda la matemática como un sistema formal con un número finito de axiomas. Y dado que todo cambio en la concepción de la matemática autoriza una didáctica, esto posteriormente llegó a los centros educativos. Sin embargo, la transposición de la matemática libre al sistema educativo no fue positiva, y la versión para educación del paraíso de Cantor que promulgaba Hilbert se convirtió en un infierno.

En efecto, pese a que Gödel demuestra que la intención de Hilbert está condenada al fracaso al probar que no existe ningún sistema de axiomas adecuado para toda la Matemática, pues sería incompleto (Solaeche, 1995), este episodio de la Historia no incide en los sistemas educativos. Cantor es considerado uno de los propulsores de la matemática moderna, donde Hilbert y otros matemáticos vieron a la lógica y la teoría de conjuntos como la base de la matemática. Es así como en los centros educativos, a nivel de secundaria, se comenzó a enseñar una serie de simbología ligada a la lógica y teoría de conjuntos, una matemática sintáctica carente de significados e interpretaciones, pues la matemática es libre.

Las matemáticas modernas en el sistema educativo fracasaron. Al respecto Kline (1986) indica:

> *Presentar las matemáticas como generadas por si mismas no solo supone una negación de la historia, sino que oculta sus conexiones vitales con otras ramas del conocimiento. Desde el punto de vista pedagógico este intento es más desafortunado, por que renuncia a la oportunidad y gran necesidad de dar motivación y significado a las matemáticas.*

¿Qué paso con el paraíso de Cantor en educación? En realidad este fue mal interpretado o tergiversado por los sistemas formales de Hilbert. La concepción de matemática de Cantor era más semántica, ligada a la manera en que se razona matemáticamente, para él la belleza de la matemática se haya en poder armar un rompecabezas con los resultados u objetos matemáticos que se tienen para deducir un nuevo resultado. Sin embargo, en educación, se convirtió la matemática libre en una matemática sintáctica donde se debía manejar una serie de simbología y memorizar resultados sin comprenderlos. A mi parecer la Concepción de Matemática libre está más ligada a un curriculum por habilidades o competencias, que a un curriculum basado en contenidos. Desgraciadamente, en la época de la reforma de las matemáticas modernas el curriculum era basado en contenidos.

Por otro lado, el paraíso de Cantor, es solo una cara de las matemáticas. Con Gödel, se termina la intensión de desterrar a la intuición de las matemáticas. Kronecher no fue un ser malvado que se dedicó a hacerle la vida imposible a Cantor, su posición es importante actualmente. Por otro lado, Cantor no tenía la verdad absoluta.

Así se adopta un punto intermedio. Este se ve muy bien reflejado en una frase de Morales (1987):

> *Resumiendo se puede decir que la enseñanza de la matemática debe atender a dos aspectos: el informativo y el formativo. El primero proporciona los contenidos para vivir el mundo actual y el segundo tiene como meta que el individuo piense y razone lógicamente.*

Así, se llega a una concepción de Matemática: La Matemática es una ciencia cuyos resultados se obtuvieron ya sea como producto de diseñar un modelo para resolver un determinado problema o como producto razonado y justificado de ligar otros resultados matemáticos.

A nivel educativo, esta concepción de matemática amplia el concepto del problema (puede ser real o abstracto) y da igual importancia a los diferentes contextos.

4. Conclusiones

Producto de un pequeño análisis bibliográfico se evidencia en la historia de la matemática la existencia de dos tipos de dos concepciones de matemática: la matemática útil y la matemática libre. Ambas se mezclan para formar una sola concepción de matemática como una ciencia que permite la resolución de problemas reales y abstractos.

En una enseñanza basada en resolución de problemas, el contexto tiene por objetivo lograr que el estudiante se interese por generar conocimiento para resolver el problema. Bajo la concepción planteada de matemática, existen diversos contextos en los que un problema puede emerger.

Sin embargo, la eficacia del tipo del contexto a utilizar dependerá del sistema de creencias del estudiante, es decir, de la concepción que se tenga de las matemáticas.

Así, se fundamenta la siguiente relación entre conceptos:

$$\text{Contexto} \leftrightarrow \text{Concepción de matemática}$$

Estos conceptos están sumamente ligados. El uso de diferentes contextos alimentará la concepción que tenga el estudiante de las matemáticas, y a la vez la concepción que tenga el estudiante de las matemáticas, producto de diversos factores, definirá si un problema es contextualizado o no.

La historia nos indica que ha existido una controversia en torno al concepto de las matemáticas, que varía entre dos extremos: una matemática útil vs una matemática libre. Y la misma historia nos señala que las posiciones extremas fracasaron.

Por lo tanto, se llega a una concepción de Matemática: La Matemática es una ciencia cuyos resultados se obtuvieron ya sea como producto de diseñar un modelo para resolver un determinado problema o como producto razonado y justificado de ligar otros resultados matemáticos. Es decir:

Matemática= (Modelación Matemática) + (Razonamiento matemático)

Estas dos componentes de la matemática no son aisladas, funcionan dialécticamente.

A nivel educativo, esta concepción de matemática da pie al uso de los diferentes contextos en los problemas. Y a la vez, el uso de diferentes de contexto se vuelve una condición necesaria para alimentar esta concepción en los estudiantes. El pretender usar solo contextos reales en los problemas degradará la concepción de matemática e inevitable tendremos la pregunta del estudiante: “profe, este tema que estamos viendo para que me va a servir”. La matemática no es solo un conjunto de contenidos y reglas a memorizar, es más que eso, es el arte de poder encadenar razonamientos debidamente justificados para obtener un nuevo resultado o para justificar o refutar una conjetura. Desde el punto de vista del razonamiento matemático: matemática no es un contenido a adquirir, es una habilidad a desarrollar, se hace o crea matemática.

Es por ello que es importante desde la primaria que el estudiante vea las matemáticas no solo como una herramienta para resolver problemas sino como el arte de razonar. Problemas como ¿cuántos números hay?; ¿hay número más grande que todos?; un primo es bonito si al dividirlo entre 3 da residuo 1, halle 10 primos bonitos; pueden despertar el interés del estudiante de primaria.

Finalmente, note que ante la pregunta del estudiante "profe, este tema que estamos viendo para que me va a servir", quizás un respuesta estilo Cantor es "no tiene que servir para nada", que aunque algo tajante quizás es mejor que las respuestas de tipo "más adelante te puede servir", lo cual puede no ser cierto y pone el contexto realista por encima de los otros. Sin embargo, una mejor respuesta es "como contenido puede que no te sirva pero sin duda los problemas a resolver mejoraran tu habilidad de razonar".

5. Referencias bibliográficas

Ministerio de Educación Pública. (2012). Programas de Estudio de Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado. San José, Costa Rica.

Zamora, Pedro (2013). La contextualización de las matemáticas. Almería: Universidad de Almeria.

Luz, Santos (sin fecha). Apropiación y Transformación de Artefactos Tecnológicos en Herramientas de Aprendizaje y Resolución de Problemas Matemáticos. Recuperado de http://www.matedu.cinvestav.mx/~santos/atat/

Hogben, L. (1941) La matemática en la vida del hombre. Barcelona. Iberia

Kolmogorov y otros 1980. La Matemática su contenido, métodos y significado. Madrid. Alianza Editorial

Kline, M (1986) El fracaso de la matemática moderna. Madrid. Siglo XX1 de España Editores

Ruiz Zúñiga, Á. (2003). Historia y filosofía de las matemáticas. San José: EUNED.

Solaeche, M. (1995). La controversia entre L. Kronecker y G. Cantor acerca del infinito. Divulgaciones matemáticas, 3(1/2), 115-120.

Morales, Marta (1987). Tesis: El aprendizaje de las matemáticas. Facultad de Educación, Universidad de Costa Rica.

Brousseau, G (1986). Fundamentos y Métodos de la Didáctica de las Matemáticas. Traducción al castellano del artículo "Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques" publicado en la revista Recherches en Didactique des Mathématiques, 7(2):33-115, y realizada por Julia Centeno, Begoña Melendo y Jesús Murillo.

Polya, G. (1965). Cómo plantear y resolver problemas (Trad. J. Zagazagoitia).México: Trillas. (Original en inglés, 1965).

Schoenfeld, A. (1985). Mathematical Problem Solving. Orlando: Academic Press.