FUNÇÕES E TONALIDADES DE UMA COR

Marilaine de Fraga Sant'Ana[1], marilaine.fraga@ulbra.br
Priscila Tedesco[2], priscilatedesco@bol.com.br

Resumo

Este trabalho relata uma atividade realizada em oficina pedagógica para quarenta alunos do primeiro semestre do Curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade gaúcha. A fim de enriquecer as imagens conceituais relacionadas à definição de função, utilizamos a representação da mistura de duas cores por funções. Tomamos como base teórica para o trabalho as investigações acerca de imagens conceituais difundidas por David Tall, Anna Sierpinska, Shlomo Vinner e outros.

Palavras chave

Ensino e Aprendizagem de Matemática;
Ensino de Funções.

1. Introdução

O conceito de função é um dos mais importantes para a Matemática, mostrando-se fundamental tanto na Álgebra quanto Análise ou Geometria. Segundo Tall (1992), à definição de função, os alunos associam várias imagens como: um gráfico, uma expressão algébrica ou fórmula, uma relação entre variáveis, etc. Porém, segundo Dreyfus e Vinner (1982, 1989), poucos associam a definição formal, fato atribuído pelos autores ao excesso de informações presentes nesta.

No livro "Introdução à Álgebra", Adilson Gonçalves apresenta a definição formal de função como:

> "Sejam *A e B* dois conjuntos. Chamamos de *função do conjunto A no conjunto B* a uma regra que a cada elemento de *A* associa um único elemento de *B*, e denotamos simbolicamente por
>
> $$f : A \to B$$
> $$a \mapsto f(a)$$
>
> onde para cada $a \in A$ está associado um único $b = f(a) \in B$, através da regra que define *f*." (GONÇALVES, 1999, P.4)

De fato, pode-se observar que a esta definição estão associadas diversas noções como conjunto, domínio e contradomínio, além de regra de definição, incluindo símbolos variados.

Acreditamos que o conceito de função deva ser construído a partir de situações - problema e não elaborado a partir da definição formal. Neste sentido, concordamos com Sierpinska quando afirma:

> "The most fundamental conception of a function is that of a relationship between variable magnitudes. If this is not developed representations such as equations and graphs lose their meaning and become isolated from another... Introducing functions to young students by their elaborate modern definition is a didactical error – an antididactical inversion." (SIERPINSKA, 1988, p. 572)

Tall (1992, 1997) recomenda o uso de exemplos variados de funções que contemplem os mais diversos aspectos, a fim de favorecer a construção de imagens conceituais mais completas para esta definição. O autor indica como um motivo para a limitação dos alunos na criação de imagens associadas ao conceito de função, o excesso de exemplos semelhantes trabalhados em aula como, por exemplo, de funções de 1º e 2º graus.

Este trabalho vem ao encontro desta recomendação, propondo atividades de modelagem que associam funções à mistura de cores.

2. Atividades Propostas

Misturamos as cores preta e branca e desejamos obter uma expressão matemática para esta mistura através de funções. O objetivo é representar as diversas tonalidades, obtidas misturando as tintas, por valores numéricos dependentes, em um primeiro momento, da quantidade de tinta preta presente na mistura e, em um segundo momento, da quantidade de tinta branca. Convém observar que tal atividade pode ser feita com tinta branca e qualquer outra cor de tinta (na aplicação desta atividade os alunos foram divididos em grupos e cada um utilizou uma cor diferente), porém optamos na redação deste artigo pela cor preta visando melhor impressão. Também, salientamos que a tinta usada deve ser não tóxica, como a guache, que também é de fácil limpeza.

Usamos como unidade uma colher de plástico pequena de brinquedo.

Definimos a *mistura* da tinta como sendo a razão entre a quantidade de tinta colorida e a quantidade de tinta branca.

Material

- Tinta guache branca;
- Tinta guache colorida (neste caso, preta);
- Copos plásticos pequenos (de cafezinho);
- Colheres plásticas pequenas (de brinquedo);
- Pincel.

Primeira Etapa

Inicialmente fixamos a quantidade de tinta branca e variamos a quantidade de tinta preta. Separamos dez copos plásticos e colocamos dez colheres de tinta branca em cada um destes. Adicionamos em cada copo uma certa quantidade de tinta preta. No primeiro copo, colocamos uma colher de tinta preta e misturamos com a colher, obtendo a *mistura* 1/10, isto é, uma colher de tinta preta para 10 colheres de tinta branca. No segundo copo, colocamos duas colheres de tinta preta e misturamos com a colher, obtendo a *mistura* 2/10, isto é, duas colheres de tinta preta para 10 colheres de tinta branca. Procedemos desta maneira até o décimo copo, obtendo a *mistura* 10/10=1, isto é, dez colheres de tinta preta para dez colheres de tinta branca. Observamos que o processo poderia ser continuado, obtendo valores de *mistura* 11/10, 12/10, ...

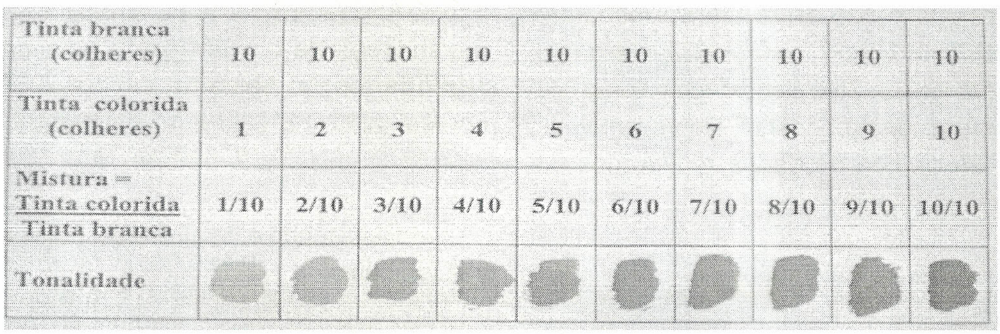
Registramos a concentração de acordo com a variação da tinta colorida em uma tabela, na qual a primeira linha representa a quantidade de tinta branca (mantida fixa em 10 colheres), a segunda linha representa a quantidade de tinta preta, a terceira linha, o valor de *mistura* e a quarta linha, a tonalidade, que deve ser preenchida, pintando o quadrado com a cor obtida com a mistura.

Atividade 1:

Preencha a tabela abaixo de acordo com as misturas feitas.

Tinta branca (colheres)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Tinta colorida (colheres)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mistura = **Tinta colorida** Tinta branca										
Tonalidade										

Apresentamos abaixo a tabela preenchida na situação aqui retratada.



Tinta branca (colheres)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Tinta colorida (colheres)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Mistura = Tinta colorida / Tinta branca	1/10	2/10	3/10	4/10	5/10	6/10	7/10	8/10	9/10	10/10
Tonalidade										

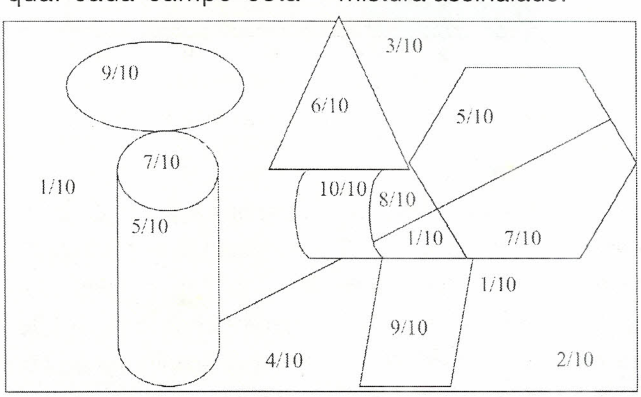
Fig 1: Fotografia da atividade 1

Observamos que foi obtida uma escala de tonalidades que pode ser explorada também sob outros pontos de vista, como em aula de Educação Artística.

É proposta agora uma segunda atividade, onde os alunos utilizam as *misturas* feitas, para pintar uma figura, na qual cada campo está assinalado com um valor de *mistura* e deve ser preenchido com a tonalidade correspondente.

Atividade 2:

Pinte a figura abaixo, escolhendo para cada campo a tonalidade de acordo com o valor de mistura assinalado.



Apresentamos a seguir uma fotografia da atividade realizada, isto é, a figura pintada com as tonalidades obtidas para mistura da cor preta com branca.

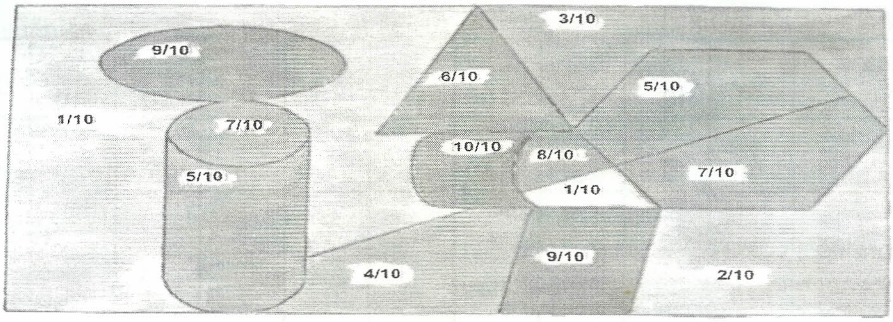


Figura 2: Fotografia da atividade 2.

Após esta atividade, procuramos formalizar matematicamente o que foi feito. Expressamos como x, a quantidade de tinta colorida e como y, o valor de *mistura* correspondente. Representamos então em um gráfico os dados registrados da *mistura* por tinta colorida.

Atividade 3:

Registre em um gráfico os dados da segunda e da terceira linhas da tabela, representando no eixo x, a quantidade de tinta colorida e, no eixo y, a *mistura*.

Realizando esta atividade, obtivemos o gráfico abaixo:

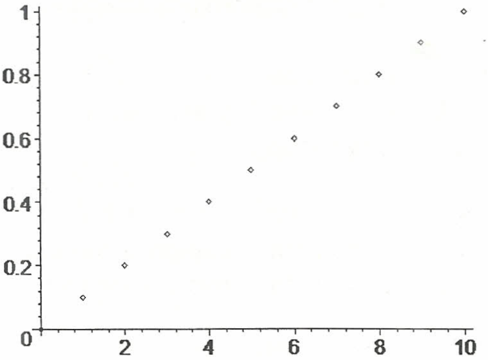


Fig 3: Gráfico da concentração por quantidade de tinta colorida

Exploramos aqui duas questões: a expressão da função *mistura* e seu domínio.

Em relação à expressão da função que representa a *mistura* por quantidade de tinta colorida, observamos que a concentração varia linearmente com a quantidade de tinta colorida, isto é, para 1 colher de tinta colorida, a concentração é 1/10, para 2 colheres de tinta colorida, a concentração é 2/10, e assim por diante. Logo, concluímos que a expressão da função é $y = x / 10$.

Em relação ao domínio da função, observamos que, o fato de termos usado como medida a colher, nos obriga a termos um domínio discreto, isto é, o domínio da função pode ser o conjunto $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, com os quais realizamos o experimento, ou o conjunto {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,...}, ilimitado, se considerarmos que o processo poderia ser continuado indefinidamente.

Cabe aqui uma discussão a respeito destes domínios, questionando em quais situações reais o domínio é contínuo ou discreto, comparando esta situação com outros exemplos.

Segunda Etapa

Fixamos agora a quantidade de tinta colorida a ser utilizada e variamos a quantidade de tinta branca.

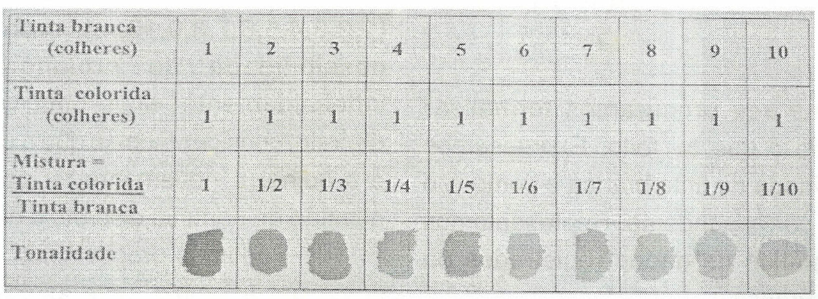
Separamos dez copos plásticos e colocamos uma colher de tinta preta em cada um destes. Adicionamos em cada copo uma certa quantidade de tinta branca. No primeiro copo, colocamos uma colher de tinta branca e misturamos, obtendo a *mistura* 1/1, isto é, uma colher de tinta preta para uma colher de tinta branca. No segundo copo, colocamos duas colheres de tinta branca e misturamos, obtendo a *mistura* 1/2, isto é, uma colher de tinta preta para duas colheres de tinta branca. Procedemos desta maneira até o décimo copo, quando obtemos a *mistura* 1/10, isto é, uma colher de tinta preta para dez colheres de tinta branca. Observamos que o processo poderia ser continuado, obtendo valores de *mistura* 1/11, 1/12, ...Registramos a concentração de tinta de acordo com a variação de tinta branca em uma tabela. Nesta tabela, a primeira linha representa a quantidade de tinta branca, a segunda linha representa a quantidade de tinta preta (mantida fixa em 1 colher), a terceira linha, o valor de *mistura* e a quarta linha, a tonalidade, que deve ser preenchida, pintando a o quadrado com a cor obtida com a mistura.

Atividade 4:

Preencha a tabela abaixo de acordo com as misturas feitas.

Tinta branca (colheres)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tinta colorida (colheres)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Mistura = **Tinta colorida** / Tinta branca										
Tonalidade										

Apresentamos abaixo a tabela preenchida na situação aqui retratada.



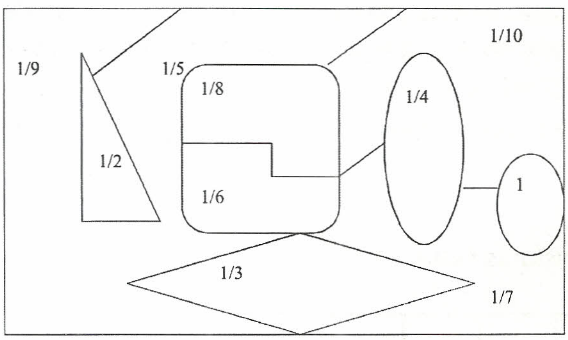
Tinta branca (colheres)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tinta colorida (colheres)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Mistura = Tinta colorida / Tinta branca	1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10
Tonalidade										

Fig 4: Fotografia da atividade 4 realizada

Novamente observamos que foi obtida uma escala de tonalidades que pode ser explorada também sob outros pontos de vista, como em aula de Educação Artística e se propõe a segunda atividade, onde os alunos utilizam as *misturas* feitas e tonalidades obtidas, para pintar uma figura onde cada campo está assinalado com um valor de *mistura*, o qual deve ser preenchido com a tonalidade correspondente.

Atividade 5:

Pinte a figura abaixo escolhendo para cada campo a tonalidade de acordo com o valor de mistura assinalado.



Apresentamos abaixo uma fotografia da atividade realizada.

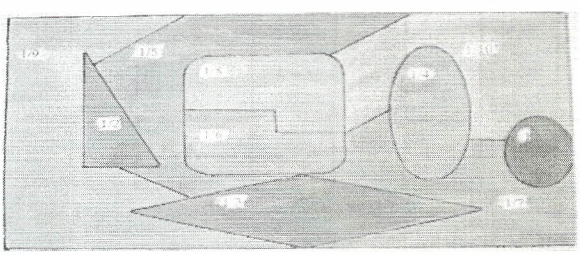


Fig 5: Fotografia da atividade 5 realizada

Mais uma vez procuramos formalizar matematicamente o que foi feito. Expressamos como x, a quantidade de tinta branca e como y, o valor de *mistura* correspondente. Representamos então em um gráfico os dados registrados da *mistura* por tinta branca.

Atividade 6:

Registre em um gráfico os dados da primeira e da terceira linhas da tabela, representando no eixo x, a quantidade de tinta branca e, no eixo y, a *mistura*.

Realizando esta atividade, obtivemos o gráfico abaixo:

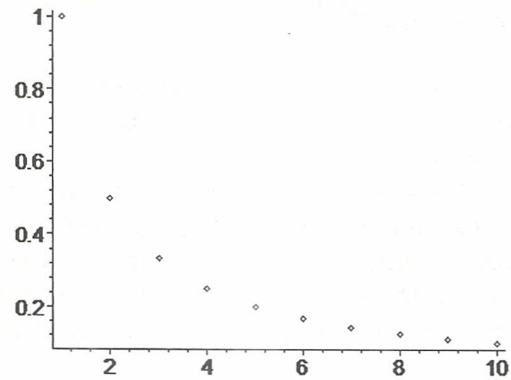


Fig 6: Gráfico da concentração por quantidade de tinta branca, da atividade 6.

Novamente buscamos obter a lei que representa a função mistura. Observamos que esta varia de forma inversa à quantidade de tinta branca, isto é, para uma colher de tinta branca, a mistura é igual a 1/1, para duas colheres de tinta branca, a mistura é 1/2, para três colheres de tinta branca, a mistura é 1/3, e assim por diante. Concluímos então que a expressão que representa esta função é $y=1/x$.

Novamente exploramos o domínio da função, que tanto pode ser o conjunto $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ quanto o conjunto $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,...\}$, caso considere-se a possibilidade de prolongar o processo indefinidamente. Mais uma vez o conjunto é discreto, considerando-se que a unidade de medida é a colher e novamente foi possível levantar a questão de domínio discreto e contínuo.

Podemos propor ainda outras atividades como por exemplo, uma atividade artística livre usando as tintas e tonalidades criadas ou ainda, dividindo a turma em grupos que trabalham com cores diferentes, estabelecer uma comparação entre as misturas, confeccionando um cartaz com todas as escalas de cores criadas pelos diferentes grupos.

1. Conclusão

Existem várias formas de abordagem para o conceito de função, cada indivíduo tem preferência por um ou outro aspecto, inclusive os professores de Matemática. É preciso tomar o cuidado de não concentrar o enfoque abordado em sala de aula sobre alguns aspectos em detrimento de outros.

Quanto mais diversificado for o conjunto de exemplos e aplicações de funções trabalhados com os alunos, maior será a quantidade e a qualidade das imagens conceituais associadas às funções por eles criadas.

Estas recomendações podem ser estendidas ao ensino dos mais diversos conceitos da Matemática, sendo saudável o constante questionamento e auto–crítica do professor quanto à abrangência e diversificação das situações exploradas em sala de aula.

3. Referências Bibliográficas

DREYFUS, Tommy; VINNER, Shlomo. Some aspects of the function concept in college students and junior high school teachers. **Proceedings of the Sixth International Conference for the Psycology of Mathematics Education**, Antwerp, Belgium, University of Antwerp, p. 12-17, 1982.

DREYFUS, Tommy; VINNER, Shlomo. Images and Definitions for the Concept of Function. **Journal for Research in Mathematics Education**, New York, NCTM, v.20, n.4, p. 356-366, 1989.

GONÇALVES, Adilson. **Introdução à Álgebra**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada,1999.

SIERPINSKA, Anna. Epistemological Remarks on Functions.**Proceedings of the Twelfth International Conference for the Psycology of Mathematics Education**, Vesprem, Hungary, p. 568-575, 1988.

TALL, David. The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity, and Proof. **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**, New York, NCTM, p. 495-510, 1992.

TALL, David. Functions and Calculus. **International Handbook of Mathematics Education**, Dordrecht, Kluwer, p. 289-325, 1997.

---

1. Marilaine de Fraga Sant'Ana é Doutora em Matemática (UNICAMP, 2000), Mestre em Matemática (UFRGS, 1994) e Bacharel em Matemática (UFRGS, 1991), professora do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Curso de Matemática e do Curso de Engenharia Elétrica da ULBRA, Universidade Luterana do Brasil, Campus Canoas, e do Curso de Matemática da FACOS, Faculdade Cenecista de Osório.

2. Priscila Tedesco é acadêmica do Curso de Matemática da ULBRA, Universidade Luterana do Brasil, Campus Canoas, bolsista PIBIC/CNPq sob a orientação da Professora Marilaine de Fraga Sant'Ana.