MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM: QUESTÕES SOBRE A PREVIDÊNCIA SOCIAL BRASILEIRA

Karla Jaqueline Souza Tatsch[1]
Lozicler Maria Moro dos Santos[2]
Vanilde Bisognin[3]

Resumo

Neste trabalho utiliza-se a Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem de Matemática para a Educação Básica. A partir do tema: "Previdência Social Brasileira" são apresentadas situações-problema e construídos modelos matemáticos que permitem a compreensão da temática e, ao mesmo tempo, possibilitam a aprendizagem de conceitos e resultados de matemática no nível médio. Parte-se da hipótese de que se deve mudar a forma de abordar a matemática em sala de aula, procurando trabalhar os conteúdos de uma maneira diferente, no contexto do tema proposto e utilizar uma estratégia de ensino que é interdisciplinar – a modelagem matemática.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem de matemática; Previdência Social Brasileira, Modelagem Matemática.

Introdução

A pergunta mais freqüente que os professores de matemática têm ouvido, em suas salas, ao longo do tempo, por parte de seus alunos é: onde iremos aplicar isso? A questão da aplicabilidade e utilidade dos conteúdos ensinados na escola de hoje é um dos fatores, entre muitos outros, que tem mobilizado professores e a própria comunidade escolar.

Observa-se diariamente que alunos cursam matemática porque são obrigados, uma vez que esta se encontra imposta no currículo, mas com muito pouca motivação, tendo como conseqüência altas taxas de evasão e reprovação.

Nessa direção, concordamos com Harpper et al (1996), quando analisa os males que acometem o sistema educacional brasileiro:

> *"A escola hoje é um mundo à parte, fechado e protegido, separado da vida. Um mundo de ritos imutáveis, de silêncio e imobilidade, onde os papéis de cada um estão previamente determinados – o aluno cala, obedece, é julgado; o professor sabe, ordena, decide, julga, anota, pune – cujo percurso é uma corrida de obstáculos. Um mundo de conteúdos estranhos, atomizados, compartimentados e rigidamente hierarquizados, que não têm qualquer significação nem qualquer utilidade imediata para os alunos."*

Passaram-se dez anos dessa afirmação, mas o contexto educacional sobre a escola e o ensino de matemática pouco mudou ao longo desse tempo. O desafio para nós, professores de matemática, é reverter esse quadro, ou seja, tornar tão interessante a matemática a ponto de levar os alunos a querer estudá-la?

Uma forma encontrada, por muitos educadores matemáticos, para tentar reverter o quadro descrito, é a utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem em sala de aula. A modelagem matemática, quando analisada do ponto de vista da matemática aplicada, é um método de pesquisa que procura entender, propor e resolver problemas, cada vez mais complexos, do mundo real. Por outro lado, ela pode ser olhada como uma excelente estratégia de ensino-aprendizagem, quando utilizada em sala de aula. As práticas utilizadas, na pesquisa em matemática aplicada, têm influenciado fortemente o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino-aprendizagem em todos os níveis de educação. Essa estratégia, em diferentes experiências, tem se revelado uma ferramenta de ensino que permite substituir a tendência formalista da matemática por um instrumento de investigação em que alunos e professores são responsáveis pelo seu próprio aprendizado. Ela envolve, num trabalho colaborativo, a participação de alunos e professores na busca de soluções de problemas oriundos da realidade social.

O processo de trabalho com modelagem é desencadeado a partir de um tema, que pode ser escolhido pelos alunos ou pelos professores, por algum problema significativo ou por questionamento de alguma situação da realidade. Segundo Burak (1992), a Modelagem Matemática é "um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos que o homem vive em seu cotidiano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões".

De acordo com Almeida e Brito(2005),

> *..a Modelagem Matemática em sala de aula pode ser vista como uma atividade essencialmente cooperativa , onde a cooperação e a interação entre alunos e entre professor e aluno têm um papel importante na construção do conhecimento.Por outro lado, a relação com a sociedade também pode ser estimulada pois os problemas estudados têm na sociedade sua origem.*

Diferentes experiências com Modelagem Matemática apontam as seguintes razões em defesa de sua utilização em sala de aula e justificadas por Silveira & Ribas (2004, p. 1, parte 2);

> *1) Motivação dos alunos e do próprio professor.*
>
> *2) Facilitação da aprendizagem. O conteúdo matemático passa a ter mais significação, deixa de ser abstrato e passa a ser concreto.*
>
> *3) Preparação para a profissão.*
>
> *4) Desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo em geral.*
>
> *5) Desenvolvimento do aluno como cidadão e transformador de sua realidade.*
>
> *6) Compreensão do papel sociocultural da matemática, tornando-a assim, mais importante.*

Vários esquemas são descritos por diferentes autores que têm trabalhado o processo de Modelagem Matemática, entre os quais, citamos: Bassanezi (1988), Gazetta (1989), D'Ambrósio (1986), Burak (1992,2004) e outros. Em nosso trabalho, tomamos como referencial as etapas de modelagem descritas por Burak (2004): a escolha do tema, a pesquisa exploratória, o levantamento dos problemas, a resolução dos problemas, o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema e a análise crítica das soluções.

Para Bassanezi(2002,p.38)

> *Mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sociocultural.O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática.As discussões sobre o tema escolhido favorecem a preparação do estudante como elemento participativo da sociedade em que vive-"O indivíduo ,ao mesmo tempo que observa a realidade,a partir dela e através da produção de novas idéias (mentefatos) e de objetos concretos (artefatos),exerce uma ação na realidade como um todo" (D'Ambrósio,1986).*

Neste trabalho, o tema escolhido foi: Previdência Social Brasileira e descrevem-se algumas situações-problema envolvendo o tema proposto e seguindo os passos da Modelagem Matemática descritos por Burak . O tema proposto surgiu a partir do interesse dos alunos, participantes do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática do Centro Universitário Franciscano – UNIFRA. Os problemas propostos permitiram que os mesmos fizessem simulações de diferentes situações que podem ocorrer aos trabalhadores contribuintes da Previdência Social Brasileira.São aproximações da realidade, mas como afirma Bassanezi," mais importante que o modelo construído é o processo utilizado , a análise crítica e sua inserção no contexto sociocultural".

1. Previdência Social Brasileira

No Brasil, é imposto a todo trabalhador a obrigatoriedade de contribuir com um plano de aposentadoria, o que é realizado através de descontos mensais do salário, conforme estipula a Ementa Constitucional nº 20, de 15/12/98, do artigo 195 da Constituição Federal do Brasil de 1988.

Uma questão relevante é que a maioria das pessoas não realiza os cálculos para prever seu próprio futuro, nem mesmo percebe o quanto poderia render seu dinheiro se, ao invés de contribuir com um plano de aposentadoria, pudesse depositar, mensalmente, em algum Fundo de Investimentos ou Caderneta de Poupança.

A Constituição Federal do Brasil, em seus artigos 40, 195, 201 e 202, define o regime previdenciário brasileiro que é constituído por três regimes de previdência:

1) Regime Geral de Previdência Social que é operado pelo Instituto Nacional de Seguridade Social - INSS;
2) Regimes Próprios de Governos dos Servidores Públicos de Caráter público e obrigatório;
3) Regime de Previdência Complementar, operado por entidades com fins lucrativos.

O Regime Geral de Previdência Social - RGPS está voltado para todos os trabalhadores do país regidos pela Consolidação das Leis Trabalhistas - CLT. Esses trabalhadores são assalariados urbanos, autônomos, domésticos e rurais, empregadores e os funcionários públicos celetistas ou estatutários. Os Regimes Próprios de Governos dos Servidores Públicos estão voltados para os servidores públicos, cujo ente da federação tenha instituído regime próprio de previdência. O Regime de Previdência Complementar é operado por sociedades anônimas ou grupos organizados, isto é, pessoas jurídicas de direito privado, com finalidade lucrativa.

Nos últimos anos, a Previdência Social passou por reformas que alteraram as regras de contribuição tanto para o Regime Geral da Previdência Social, quanto para o Regime Próprio de Previdência dos trabalhadores brasileiros.

O estudo realizado neste trabalho busca respostas às questões relacionadas ao Regime Geral de Previdência - INSS. Por isso, na tabela a seguir, apresentam-se os percentuais de contribuição mensal dos empregados constantes do Regime Geral de Previdência Social para pagamento de remuneração, a partir de 1° de maio de 2005, de acordo com a Portaria nº 822, de 11 de maio de 2005.

Salário de Contribuição (R$)	Alíquota para fins de recolhimento do INSS (%)
Até R$ 800,45	7,65
De R$ 800,46 a R$ 900,00	8,65
De R$ 900,01 a R$ 1.334,07	9,00
De R$ 1.334,08 a R$ 2.668,15	11,00

Tabela 1

Fonte: Informare, maio de 2005.

Pela legislação nacional vigente, Emenda Constitucional nº 40, todo trabalhador que contribui para a Previdência Social tem o direito a aposentadoria que pode ser integral ou parcial. Para ter direito à aposentadoria integral o trabalhador homem deve comprovar 60 anos de idade e 35 anos de contribuição e a mulher, 55 anos de idade e 30 anos de contribuição. Para a aposentadoria proporcional, o trabalhador precisa atender a dois requisitos: o homem deve ter 53 anos de idade e 30 anos de contribuição e mais um adicional de 40% sobre o tempo que faltava em 16 de dezembro de 1998, para completar 30 anos de contribuição. A mulher deve ter 48 anos de idade, 25 anos de contribuição e mais um adicional de 40% sobre o tempo que faltava, em 16 de dezembro de 1998 para completar 30 anos de contribuição.

O problema que intriga muitos trabalhadores é: se ele contribui sobre 3, 4, 5 ou mais salários mínimos, por que no momento da aposentadoria não obtém o valor esperado? Tentando responder algumas questões referentes ao tema escolhido propomos algumas situações-problema.

Situação-Problema 1: *Considera-se uma trabalhadora regida pelo Regime Geral de Previdência Social e que recebe um salário mensal de R$ 1.500,00. Pergunta-se: Qual o valor em reais que essa trabalhadora acumularia, em 30 anos de serviço se, ao invés de ter o percentual de contribuição ao INSS descontado de seu salário, ela pudesse depositar esse valor em uma Caderneta de Poupança a uma taxa fixa de 0,7% ao mês?*

De acordo com a Tabela 1, a alíquota de descontos do salário da trabalhadora é de 11% o que corresponde a R$ 165,00. Portanto a trabalhadora deve aplicar mensalmente o valor em uma Caderneta de Poupança que renderá 0,7%. Para responder à pergunta vamos deduzir um modelo matemático que possa fornecer o montante, em reais, após 30 anos de contribuição.

Vamos designar por q_0 o valor inicial que será depositado, mensalmente, a uma taxa de juros i mensal.

No início do primeiro mês, o saldo é de q_0. No início do segundo mês, o saldo é de $(q_0 + iq_0) + q_0$. No início do terceiro mês, tem-se $q_0(1+i)^2 + q_0(1+i) + q_0$

Ou seja, no início de cada mês tem-se:

$$q_0$$

$$(q_0 + iq_0) + q_0$$

$$q_0(1+i)^2 + q_0(1+i) + q_0$$

Seguindo esse raciocínio, transcorridos n meses o saldo acumulado é de:

$$S_n = q_0 + (1+i)q_0 + (1+i)^2 q_0 + (1+i)^3 q_0 + \ldots + (1+i)^{n-1} q_0 + (1+i)^n q_0$$

que é a soma de uma progressão geométrica dada por

$$S_n = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} q_0$$

Utilizando-se o modelo matemático construído, o saldo acumulado pela trabalhadora em 30 anos (360 meses) que deposita, mensalmente R$ 165,00, em uma Caderneta de Poupança que rende 0,7% ao mês é de

$$S_{360} = 165{,}00\left[\frac{(1+0{,}007)^{360} - 1}{0{,}007}\right] = 266828{,}10$$

Ou seja, após 30 anos de contribuição, a trabalhadora terá disponível um saldo em Caderneta de Poupança de R$ 266.828,10

A partir dessa resposta e tendo como base o dado obtido, formulou-se uma nova situação-problema.

Situação-problema 2: *Quantos salários de R$ 1500,00 a trabalhadora terá disponível, após esses 30 anos de depósitos fixos na Caderneta de Poupança?*

Observa-se que a trabalhadora terá, aproximadamente, 178 meses de salário com esse valor, ou seja, aproximadamente 15 anos após sua aposentadoria.

Para uma trabalhadora que se aposenta com 60 anos de idade e considerando que a expectativa de vida é de ,aproximadamente 73 anos , no Rio Grande do Sul, a trabalhadora gerindo sua própria contribuição terá 15 anos de salário de R$ 1500,00 garantidos.

Certamente ela terá um valor bem maior, pois o saldo da Caderneta de Poupança, mesmo que não continue tendo os depósitos mensais fixos de R$ 165,00, o valor continuará crescendo, uma vez que serão acrescidos juros mensalmente.

Situação-problema 3: *Com o saldo da Caderneta de Poupança, qual o valor mensal que essa trabalhadora poderá retirar como aposentadoria e ter garantido um salário até o final de sua vida?*

Segundo a Organização Mundial de Saúde, a expectativa de vida de uma pessoa aposentada é de 30 anos.

Supondo que a trabalhadora tenha um saldo em Caderneta de Poupança que rende juros mensais a uma taxa i, com saldo inicial S_0 e que todo mês faça uma retirada p.

Novamente vamos descrever o modelo matemático que permitirá calcular o saldo a cada retirada mensal.

Observemos que, após a retirada do primeiro mês, o saldo restante é

$$S_1 = (1+i)S_0 - p$$

Após a retirada do segundo mês, o saldo restante é

$$S_2 = (1+i)S_1 - p = (1+i)^2 S_0 - [(1+i)p + p]$$

Após a retirada no n-ésimo mês o saldo em Caderneta de Poupança é

$$S_n = (1+i)^n S_0 - [(1+i)^{n-1} p + \ldots + (1+i)p + p]$$

Ou seja,

$$S_n = (1+i)^n S_0 - \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] p$$

Se após n meses o saldo é zero, então

$$p = \frac{i}{1-(1+i)^{-n}} S_0$$

Observemos que, da situação-problema-1, obtivemos um saldo $S_{360} = S_0 = 266828{,}10$ após 30 anos, aplicando mensalmente, o valor de 11% do salário da trabalhadora em uma Caderneta de Poupança. Supondo que a expectativa de vida da trabalhadora seja de 30 anos, então ela poderá fazer uma retirada mensal de:

$$p = \frac{0{,}007}{1-(1{,}007)^{-360}} \cdot S_{360} = 2.027{,}89$$

Ou seja, se a trabalhadora viver 30 anos após sua aposentadoria, então, até o final de sua vida, poderá fazer uma retirada mensal de R$ 2.027,89 se ela pudesse gerir sua contribuição.

A partir desta constatação, comparou-se o salário da trabalhadora considerando sua contribuição ao INSS, durante o mesmo período, como determina a lei brasileira.

Situação-problema 4: *Vamos comparar o valor encontrado com o valor do benefício de aposentadoria que a trabalhadora teria, caso tivesse contribuído para o INSS durante os mesmos 30 anos.*

De acordo com o modelo de cálculo atual de aposentadoria do Regime Geral de Previdência Social, é conhecido o seguinte modelo matemático, de difícil entendimento para a maioria dos trabalhadores:

Benefício = $Y \times F$

No qual Y= média dos 80% maiores salários de contribuição e F é o Fator Previdenciário que é calculado da seguinte forma:

$$F = \frac{Tc \times a}{Es}\left(1 + \frac{(Id + Tc \times a)}{100}\right)$$

Tc = Tempo de contribuição
a = alíquota = 0,31
Id = Idade
Es = expectativa de vida

Para uma trabalhadora que recebe R$ 1.500,00 ao mês, o valor atual do benefício, após 30 anos de contribuição, é de, aproximadamente, R$ 1.648,14. Essa simulação foi realizada no site < www.inss.gov.br >.

Comparando as resoluções das situações-problema 3 e 4, observamos que é mais vantajoso a trabalhadora gerir a sua própria contribuição por meio de uma aplicação em Caderneta de Poupança. Ressaltamos aqui que a simulação acima é real, com o salário corrigido, monetariamente, mês a mês, enquanto que, no caso da situação-problema 3, fixamos o salário e a taxa de juros por 30 anos. Isso significa que o valor do benefício poderia ser maior, se levássemos em consideração a correção do salário e da taxa de juros paga pela Caderneta de Poupança em cada mês.

Situação-problema 5: *É conhecido que além, da contribuição mensal de 11% sobre o salário da trabalhadora a Constituição Federal determina que o empregador deve repassar ao INSS 20% do que é pago a mesma. As questões propostas são as seguintes:*

a) Qual o saldo que a trabalhadora terá, após 30 anos de trabalho, se além da contribuição de 11% de seu salário, o empregador repassar para a empregada o percentual de 20% sobre o salário que é pago ao INSS?

b) Qual será o valor da parcela que a trabalhadora poderá retirar, mensalmente, se sua expectativa de vida, após a aposentadoria, for de 30 anos?

Para responder a essas questões, inicialmente observamos que o percentual do salário que é repassado ao INSS é de 31%, ou seja, 11% descontado do salário da trabalhadora e mais 20% que é pago pelo empregador. Se o salário da trabalhadora é de R$ 1.500,00, então a contribuição mensal ao INSS deve ser de R$ 465,00.

De acordo com o modelo descrito na situação-problema 1, aplicando-se R$ 465,00 em uma Caderneta de Poupança a uma taxa de 0,7% mensal durante 30 anos obtém-se um saldo de:

$$S_{360} = 465{,}00\frac{\left[(1+0{,}007)^{360}-1\right]}{0{,}007} = 751970{,}10$$

Na suposição de que a trabalhadora tenha uma expectativa de vida de 30 anos então, de acordo com o modelo descrito na situação-problema 3, ela poderá fazer uma retirada mensal de

$$P_1 = \frac{0{,}007}{1-(1{,}007)^{-360}} \cdot S_{360} = 5.714{,}97$$

Ou seja, neste caso, a trabalhadora poderá retirar R$ 5.714,97 mensais durante 30 anos, que é um valor muito superior ao valor pago pelo INSS como benefício de aposentadoria.

Na comparação das situações descritas, pode-se observar que: na situação-problema 3, a trabalhadora tem uma pequena vantagem em gerir seu próprio desconto do que optar pela contribuição ao INSS. Nesse caso, estamos comparando um valor fixo depositado mensalmente, durante 30 anos, com uma taxa de juros fixa durante o mesmo período, com um salário real e atualizado, monetariamente, a cada mês. Esta conclusão poderá ser mais favorável à trabalhadora se o valor do salário for atualizado, monetariamente, mês a mês e se considerarmos a taxa de juros da Caderneta de Poupança real.

Ao resolver a situação-problema 5, verificou-se que a diferença de salário em favor da trabalhadora é muito maior se ela optar por gerir as suas contribuições e as pagas pelo empregador. Observemos, como na conclusão anterior, que estamos comparando um benefício real de aposentadoria, isto é, com salário corrigido, monetariamente, com um valor de contribuição e taxa de juros fixos durante 30 anos. Se levarmos em consideração os valores corrigidos monetariamente, a diferença a favor da trabalhadora, será muito maior.

Conclusões

Neste trabalho realizamos algumas simulações sobre o cálculo do valor de aposentadoria sem levar em consideração outros benefícios que a contribuição ao INSS traz, tais como: auxílio-doença, auxílio-família, aposentadoria por invalidez, pensões, etc. Também não levamos em consideração a troca de moeda, que pode acontecer durante o período de 30 anos de contribuição. Essa é uma boa situação-problema que poderá ser proposta como desafio ,mostrando a possibilidade da Modelagem Matemática favorecer aos alunos,experiências que sejam significativas.

Com os valores que a trabalhadora pode receber, se a mesma puder gerir sua aposentadoria, ela poderá, principalmente, no caso da situação-problema 5, pagar um plano de saúde de sua escolha e manter-se dignamente.

Diante da realidade dos resultados obtidos e do que conhecemos sobre faixas salariais de aposentadoria concedidas pelo INSS, percebe-se que seria justo oportunizar ao trabalhador brasileiro a escolha para o Regime Geral de Previdência Social ou administrar sua contribuição para a aposentadoria.

Nas resoluções descritas, não foram consideradas muitas variáveis que poderiam alterar os valores encontrados, como alterações do valor do salário ou da taxa de juros da Caderneta de Poupança, o que, ao ser considerado, certamente causará alterações nas atividades realizadas.

O trabalho oportunizou vivenciar a Modelagem Matemática, em sala de aula, por meio de uma experiência concreta. A partir das informações obtidas, outras situações-problema podem ser propostas tanto pelos professores, quanto pelos alunos. Essa estratégia permite que a aula seja motivadora, dinâmica e enriquecedora, levando a uma aprendizagem significativa da matemática.A prática da Modelagem Matemática oportunizou aos alunos o desenvolvimento de habilidades tais como :raciocínio lógico,trabalho em grupo e colaborativo ,a criatividade, a iniciativa pessoal e autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. **Modelagem matemática na sala de aula :algumas implicações para o ensino e aprendizagem da Matemática.** In: Conferência Interamericana de Educação Matemática,11.,2003,Blumenau.Anais.Blumenau:FURB,2003.1 CD-ROM.

BASSANEZI, R. C.; FERREIRA Jr., W. C. **Equações Diferenciais com Aplicações**. São Paulo: Harbra, 1988.

BASSANEZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BRASIL. **Constituição Federal da República**. Brasília, 1988.

______. **Ministério da Previdência Social**. Calcule sua aposentadoria. Disponível em: www.inss.gov.br/calculo. Acessado em 29 de maio de 2005.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e a sala de aula. *In:* **Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática**, 1., 2004, Londrina. **Anais**. Londrina: UEL, 2004. 1 CD-ROM.

______. **Modelagem Matemática**: Ações e Interações no Processo de Ensino-Aprendizagem. Vol. I e II. Tese se Doutorado em Educação na Área de Concentração – Psicologia Educacional. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1992.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação**. Reflexões sobre Educação e Matemática. 3. ed. Campinas: Summus, 1986.

GAZZETA, M. **A Modelagem como estratégia de aprendizagem da matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores**. Dissertação de mestrado. UNESP, Rio Claro, 1989.

HARPER, B. *et. al.* **Cuidado, Escola!** Desigualdade, domesticação e algumas saídas. 35. ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 1996.

Informare. Agenda Tributária e Tabelas Práticas. Maio de 2005. Ed. Informare.

SILVEIRA, Jean Carlos; RIBAS, João Luis Domingues. **Discussões sobre Modelagem Matemática e o Ensino Aprendizagem**. Só Matemática. Disponível em: < http:// www.somatematica.com.br/artigos/a8 > Acessado em 27 e novembro de 2004.

1 Mestre em Ensino de Matemática – UNIFRA. Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática.
2 Mestre em Ensino de Matemática – UNIFRA. Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática.
3 Doutora em Matemática – UNIFRA.