

# O CUBO ESTATÍSTICO: MATERIAL PARA TRABALHAR VARIÁVEIS ESTATÍSTICAS

Irene Mauricio Cazorla

Cláudio Vitor Santana

icazorla@uol.com.br, clvitor@yahoo.com.br

Universidade Estadual de Santa Cruz, Brasil

## Resumen

Apresentamos "O cubo estatístico" para trabalhar variáveis estatísticas na Educação Básica, em sala de aula, envolvendo análise univariada, contextualizando situações que ajudam o estudante a compreender a distribuição dos dados das variáveis qualitativas, apropriada para os anos iniciais; bem como para as variáveis quantitativa, explorando a configuração espacial, as medidas de tendência central, de dispersão e posição. Nesta oficina exploramos as variáveis antropométricas contínuas (altura, massa corpórea, IMC, envergadura dos braços e idade), uma variável ordinal (classe de IMC) e uma nominal (gênero). As seis variáveis são dispostas no cubo e o gênero é trabalhado com duas cores de cubos. Também construímos um banner para dispor os cubos e os estudantes analisarem visualmente a distribuição dos dados, dando palpites sobre as medidas estatísticas, desenvolvendo a intuição e o reconhecimento de padrões.

**Palavras chave:** Cubo estatístico, variáveis estatísticas, medidas estatísticas, Ensino de Estatística.

## I. As orientações curriculares para o ensino de Estatística na Educação Básica no Brasil

No Brasil, os conteúdos de Estatística foram introduzidos no componente curricular de Matemática, no Ensino Fundamental (nível primário), com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (Brasil, 1997 e 1998), formando um dos quatro blocos, denominado "Tratamento da Informação", e no Ensino Médio (nível secundário) como um dos três eixos, denominado de Análise de Dados (Brasil, 2002). Essa tendência foi ratificada na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018), que incluiu seus conteúdos em uma das cinco unidades temáticas denominada "Probabilidade e Estatística".

Os conceitos estatísticos indicados na BNCC para o Ensino Fundamental, no Brasil são:

- Leitura de tabelas e de gráficos de colunas simples;
- Realizar pesquisa envolvendo variáveis categóricas e numéricas;
- Coleta, organização e descrição de dados;
- Interpretação e elaboração de listas, tabelas simples, de dupla entrada, fluxogramas;
- Resolver problemas cujos dados estão em tabelas ou em gráficos;

- Leitura e construção de gráficos de colunas simples e agrupadas, barras, pictóricos, de setores, linhas;
- Diferenciação entre variáveis categóricas e numéricas;
- Pesquisa amostral e censitária;
- Medidas de tendência central (Média, Mediana e Moda);
- Dispersão de dados (Amplitude).

E para o Ensino Médio são:

- Analisar tabelas, gráficos e amostras de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.
- Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes, usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretação das medidas de tendência central e das medidas de dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.
- Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore.
- Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades, para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade.
- Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.).
- Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos.
- Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão).
- Construir e interpretar tabelas e gráficos de frequências com base em dados obtidos em pesquisas por amostras estatísticas, incluindo ou não o uso de *softwares* que inter-relacionem estatística, geometria e álgebra.
- Interpretar e comparar conjuntos de dados estatísticos por meio de diferentes diagramas e gráficos (histograma, de caixa (*box-plot*), de ramos e folhas, entre outros), reconhecendo os mais eficientes para sua análise.

- Reconhecer a existência de diferentes tipos de espaços amostrais, discretos ou não, e de eventos, equiprováveis ou não, e investigar implicações no cálculo de probabilidades.

## II. Os pressupostos para a construção de sequências de ensino

Ao longo desses anos, como professores em cursos de formação inicial e continuada de professores de Matemática, Geografia, Ciências Sociais e Biologia; bem como nas escolas primária e secundária, desenvolvemos pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem de Estatística em escolas públicas; construindo materiais didáticos no Mestrado em Educação Matemática da UESC, pois acreditamos que a Estatística é uma ferramenta poderosa que pode contribuir na formação dos cidadãos, tornando-os capazes de ler o mundo.

Construímos várias sequências de ensino (SE) publicados no livro "Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio" (Cazorla e Santana, 2006), no livro "Do tratamento da informação ao letramento estatístico" (Cazorla e Santana, 2010) e no livro "Estatística para os anos iniciais do Ensino Fundamental (Cazorla, Magina, Gitirana e Guimarães, 2017).

Todas as SE foram construídas percorrendo as cinco fases do ciclo investigativo (Wild e Pfannkuch, 1999) e atendendo os componentes do letramento estatístico, postulado por Gal (2002). Os conteúdos estatísticos abordados atendem as demandas de conteúdos postulados pelos PCN e da BNCC do Brasil. Além disso, acreditamos que para o estudante se assenhorrar do comportamento dos dados, eles devem trabalhar no ambiente papel e lápis e, se possível no ambiente computacional, mas nunca desprezar o manuseio dos dados pois essa é uma etapa importante para "sentir os dados".

### 2.1 O letramento estatístico

Segundo Gal (2002), o letramento estatístico nos remete à capacidade de ler, interpretar, compreender e avaliar criticamente informações, sejam elas escritas ou orais, possibilitando ao cidadão adquirir conhecimentos, que possam ser aplicados nos meios sociais, políticos, culturais e econômicos:

[...] refere-se, em termos gerais, a dois componentes inter-relacionados, primeiramente (a) a capacidade das pessoas de interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas, os argumentos ou fenômenos estocásticos, que elas podem encontrar em diversos contextos e, quando relevante (b) sua capacidade de discutir ou comunicar suas reações a tais informações estatísticas, tais como a sua compreensão do significado da informação, as suas opiniões sobre as implicações das informações, ou as suas preocupações quanto à aceitabilidade de determinadas conclusões. (GAL, 2002, p. 2-3).

Segundo Gal (2002), o letramento estatístico envolve dois componentes: o cognitivo e o afetivo. O componente cognitivo é formado por cinco elementos que são responsáveis pela competência das pessoas para compreender, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas, são eles: o próprio letramento; conhecimento estatístico; conhecimento

matemático; conhecimento do contexto e a competência para elaborar questões. O componente afetivo, por sua vez, é formado por dois elementos, o primeiro relacionado às atitudes e às crenças das pessoas, que moldam suas visões de mundo; e o segundo que está relacionado à postura crítica, que nada mais é que a aptidão para uma conduta questionadora diante das informações estatísticas.

## 2.2 O ciclo investigativo

O ciclo investigativo PPDAC, proposto por Wild e Pfannkuch (1999), é composto por cinco fases: Problema, Planejamento, Dados, Análise, Conclusão. O Problema (P), refere-se ao conhecimento do contexto dos dados, à definição do problema ou fenômeno a ser investigado; o Planejamento (P), abrange a definição das ações para a investigação, definição da população, amostra, variáveis, instrumento de coleta etc.; os Dados (D) diz respeito a coleta e armazenamento dos dados; a Análise (A) se refere as transformações dos dado em tabelas, gráficos e medidas estatísticas e a Conclusão (C), encerra a investigação com um posicionamento crítico, reflexivo, com a comunicação dos dados, podendo gerar novas ideias e novos questionamentos. De acordo com Wild e Pfannkuch (1999),

Um ciclo de investigação PPDAC é definido para alcançar cada objetivo de aprendizagem. O conhecimento adquirido e as necessidades identificadas nestes ciclos podem iniciar novos ciclos de investigação. As conclusões das investigações se alimentam de uma base de conhecimento de contexto expandida que pode então informar qualquer ação. (Wild e Pfannkuch, 1999, p. 225).

Portanto, acreditamos que ensinar os conceitos e procedimentos estatísticos, com a utilização desse ciclo de investigação, na perspectiva do letramento estatístico, poderá ajudar os estudantes, não só a tratar os dados, mas assumir uma postura investigativa, ampliando sua compreensão de mundo, de modo a melhorar seu posicionamento frente a novas informações sejam elas sociais, políticas ou econômicas, melhorando assim, sua qualidade de vida e da comunidade onde está inserido.

Analizando as competências elencadas verificamos as potencialidades do ensino de Estatística na formação de um estudante capaz de compreender o mundo no qual está inserido. Além disso, a Estatística, pela sua própria natureza pode contribuir também para o letramento científico “que envolve a capacidade de compreender e interpretar o mundo (natural, social e tecnológico), mas também de transformá-lo com base nos aportes teóricos e processuais das ciências” (Brasil, 2018, p. 319).

## 2.3 O cubo estatístico

O Cubo estatístico foi desenvolvido por Souza e Tinti (2013), que o construíram para ensinar conceitos estatísticos, durante as oficinas do Laboratório de Ensino da Licenciatura em Matemática. Como o cubo é composto por seis faces, os autores sugerem trabalhar com cinco variáveis e uma face para o nome dos estudantes. No exemplo, eles trabalham com dados dos próprios estudantes, envolvendo três variáveis qualitativas: “Mês do aniversário” (qualitativa ordinal com 12 categorias), “Cor que mais gosta” e “Time que torce” (qualitativa nominal) e duas quantitativas: “Quantidade de irmãos” (discreta genuína) e “Idade” (continua,

discretizada), estas duas variáveis tomam poucos valores, observando que o público alvo são estudantes dos anos iniciais

Depois de instruir como devem preencher os dados e colar os lados do cubo, os autores solicitaram aos estudantes identificar a face em que encontra a variável e solicitam aos estudantes empilhar de acordo com as categorias, sobre a mesa ou no chão, como exemplificam na Figura 1 e 2.



Figura 1 – Gráfico do “mês do aniversário”

Figura 2 – Gráfico da “cor de preferência”

Fonte: Souza e Tinti (2013), p. 6.

Nesta oficina apresentamos uma adaptação do cubo estatístico para trabalhar a distribuição de variáveis quantitativas contínuas, relativamente às medidas antropométricas: Idade, Envergadura dos Braços, Altura, Massa corpórea, IMC, que tomam muitos valores por serem contínuas e no caso da idade por se tratar de uma turma de Enfermagem no Ensino Médio. A classe do IMC é uma variável ordinal, que classifica de acordo com o IMC se o estudante está abaixo do peso, normal, com sobre peso ou obeso. Além disso, utilizamos duas cores, azul para o sexo masculino e laranja para o feminino (Figura 3).

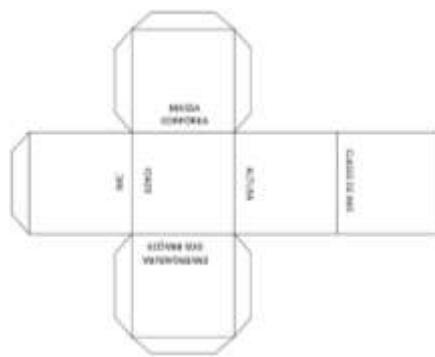


Figura 3 – Cubo estatístico para variáveis quantitativas que tomam muitos valores.

#### IV. A oficina com o “Cubo estatístico” no ambiente papel e lápis

Recomendamos fortemente que as sequências envolvendo conceitos estatísticos devem ser trabalhadas primeiro no ambiente papel e lápis, isto porque se faz necessário que os estudantes vivenciem todo o ciclo investigativo; somente depois desse trabalho, se possível trabalhar no ambiente computacional.

**Objetivo geral:** apresentar as contribuições do uso do cubo estatístico na visualização e compreensão da distribuição das variáveis estatísticas contínuas.

### **Objetivos específicos**

- propiciar aos alunos a vivência do ciclo investigativo;
- visualizar a distribuição dos dados, as medidas de tendência central e dispersão;
- desenvolver a intuição sobre os valores das medidas estatística;
- calcular as medidas estatísticas e confrontar com os valores encontrados intuitivamente;
- apresentar e discutir o dotplot.

### **Conteúdos**

- Diagrama de pontos univariado (dotplot)
- Diagrama da caixa (boxplot)
- Medidas de tendência central (Média, mediana e moda)
- Medidas de dispersão (Amplitude, Mínimo e Máximo)

**Materiais:** para desenvolver esta atividade vamos precisar dos seguintes materiais:

- Papel madeira e papel milimetrado (quadriculado ou malhas)
- Fita métrica
- Balança (caso decidam estudar o peso)
- Planilha de dados e fichas de acompanhamento das atividades
- O cubo estatístico
- Calculadora

**Tempo estimado:** quatro encontros de duas horas aula, totalizando oito horas aula

## **V. Etapas de desenvolvimento**

### **5.1 Problematização (P)**

Como se distribuem as medidas antropométricas, será que as mulheres são mais baixas e menos pesadas dos que os homens? Como se dá a distribuição do IMC? As mulheres tendem a ter mais sobrepeso do que os homens? Para isso podemos recorrer a vários trabalhos publicados, em especial aqueles relativos ao Homem Vitruviano (Silva, Magina, Silva, 2010).

### **5.2 Planejamento (P)**

Nesta fase, o professor deve discutir com os estudantes como podemos recolher evidências empíricas para verificar os questionamentos levantados? Guiar as discussões que levem a coletar os dados antropométricos. Questões como: a população a ser investigada, a pesquisa será realizada com os estudantes da turma ou com outros estudantes da escola? Onde serão realizadas as medidas, na sala de aula, no pátio? Que variáveis vamos levantar? Como vamos registrar os dados? Podemos construir um banco de dados no papel madeira? Vamos utilizar

o cubo estatístico. Se sim, como vamos alocar as variáveis no cubo. Podemos adaptar para outras situações, com outras variáveis? Com menos variáveis, dentre outras que enriquecem a discussão.

### 5.3 Dados (D)

Para coletar os dados relativos à altura e envergadura dos braços podemos utilizar fita métrica construída com cartolina ou papel madeira e afixada na parede e para registrar os dados, podemos criar um Banco de Dados em papel madeira, a fim de que os estudantes registrem seus dados. Na Figura 4 apresentamos o Banco de Dados construído em papel madeira pode ser afixado na parede e cada estudante preenche seus dados. Outra alternativa é utilizar o cubo estatístico como ilustramos na Figura 5.

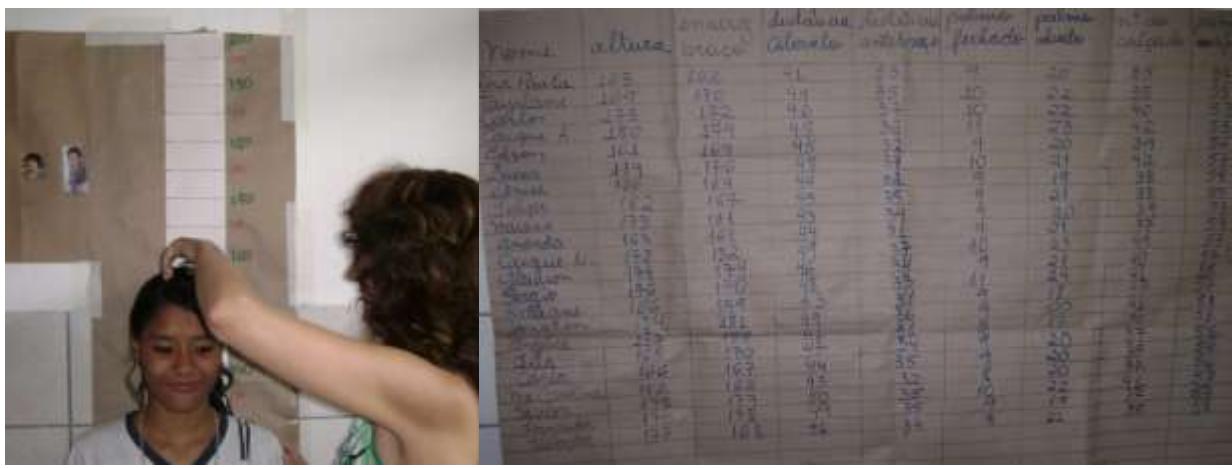
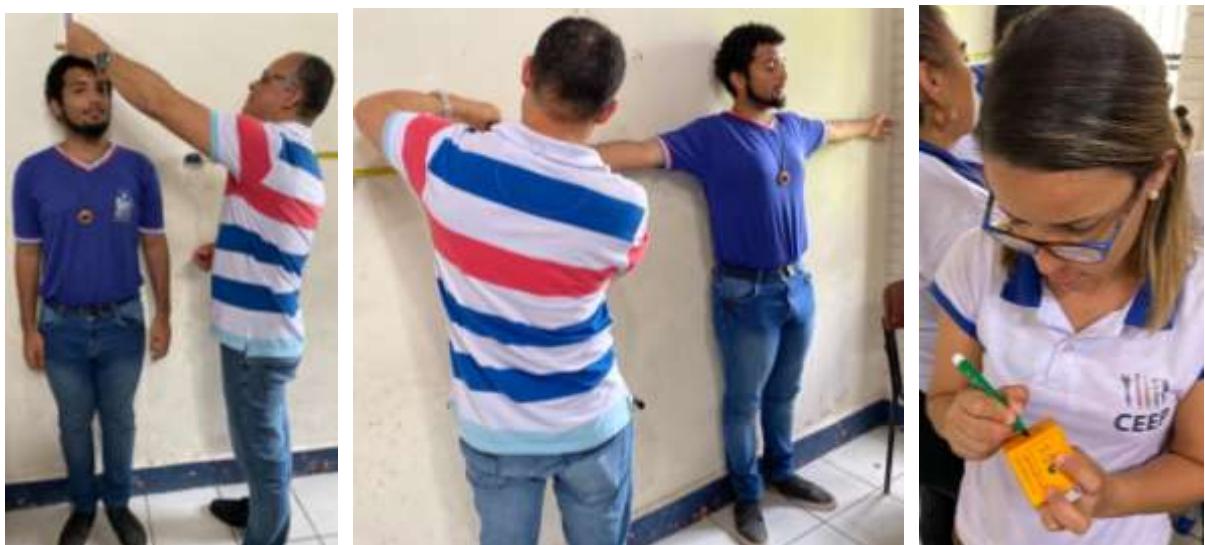


Figura 4 – Medindo a altura e o Banco de Dados em papel madeira.

Fonte: Silva, Magina, Silva (2010).

### 5.4 Análise (A)

Iniciamos a análise com a exploração visual dos dados. Primeiro recomendamos construir o Dotplot Humano (Silva, Magina e Silva, 2010) e depois o dotplot no banner com o cubo estatístico como apresentamos a seguir.



*Figura 5 – Tomando as medidas e registrando os dados no Cubo Estatístico.*

*Construindo o “dotplot humano” da altura dos estudantes*

Procure um espaço para poder trabalhar com o corpo dos próprios estudantes. Pode ser a sala de aula se for grande ou o pátio (Figura 6). Peça aos alunos que se enfileirem em ordem, de acordo com a sua altura; caso alguns estudantes tenham a mesma altura, que esses se posicionem em fila perpendicular. Peça aos estudantes que examinem visualmente a configuração da altura: o máximo e o mínimo, a localização das meninas e dos meninos, a amplitude e a variabilidade.

Para encontrar a Mediana, conte o número de alunos ( $n$ ) e identifique o estudante que ocupa a posição central (mediana), assim como o primeiro e terceiro quartil. Peça aos estudantes para dar palpite sobre a altura média. Após isso coloque no chão a fita métrica “gigante” para atentarem a escala métrica.



*Figura 6 – Construindo o dotplot no papel.*

Instigue os estudantes a verificar quais são as diferenças entre o enfileiramento e a fita métrica gigante. Observar que quando os estudantes estão enfileirados eles estão lado a lado, assumindo a mesma distância entre as alturas, o que pode não ser verdadeiro. Uma outra limitação para o dotplot humano é que nem todas as variáveis são visuais como a altura.

*Construindo o dotplot no banner com o cubo estatístico e no papel*

Construímos um banner com base suficiente para comportar os cubos, como cada cubo tem faces de 5 cm de lado, o banner foi construído com quadrados de 5,5 cm, indo de 150 cm até 200, portanto tendo um cumprimento de quase 3 metros. Esse banner é colocado no chão e

os estudantes vão colocando seu cubo no local apropriado. A seguir solicitamos que os estudantes coloquem suas medidas no banner utilizando um círculo adesivo com diâmetro de 2 cm, como ilustramos na Figura 7, mais a direita. Na Figura 8 ilustramos os estudantes construindo o dotplot no papel.



Figura 7 – Construindo o dotplot com o Cubo Estatístico e com círculos.



Figura 8 – Construindo o dotplot no papel.

Como são muitas variáveis, o ideal é distribuir o tratamento das variáveis por duplas ou trios. Por exemplo um grupo trabalha a variável altura; outro, a envergadura dos braços etc. Dentre de cada grupo, pode-se dividir as tarefas, para o tratamento por gênero, assim um estudante calcula as medidas de tendência central das mulheres e ou outro, dos homens, o que facilita bastante o trabalho.

### 5.5 Conclusão (C)

Para finalizar os estudantes devem responder as perguntas iniciais, como se distribuem as diferentes variáveis, como são as medidas das mulheres em relação ao dos homens. Como está o nível de obesidade por gênero etc.

## **Considerações finais**

Acreditamos que utilizar dados dos próprios estudantes e eles irem acompanhando as transformações dos dados em gráficos, tabelas, medidas possibilita aos estudantes darem sentido aos conceitos estatísticos. Além disso, sequências de ensino como esta possibilita aos estudantes a tomarem consciência de seu papel como cidadão e do cuidado com sua saúde. Obesidade não é mais uma questão de estética ou de bullying, é uma questão de saúde individual e da coletividade.

## **Referências**

- Cazorla, I.; Magina, S.; Gitirana, V. e Guimarães, G. (Org.) (2017). *Estatística para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental*. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Biblioteca do Educador - Coleção SBEM; 9. Disponível em: [http://www.sbem.com.br/files/ebook\\_sbem.pdf](http://www.sbem.com.br/files/ebook_sbem.pdf).
- Cazorla, I. M.; Santana, E. R. (Org.) (2010). *Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico*. Itabuna: Via Litterarum.
- Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Silva, C. B., Magina, S & Silva, E. (2010). Homem Vitruviano. In I. M. Cazorla & E. R. Santana. (Org.) (2010). *Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico*. Itabuna: Via Litterarum.
- Silva, C. b., Cazorla, I. & Kataoka, V. Y. (20130. Cartilha "O Homem Vitruviano". Disponível em: <http://ambiente.educacao.ba.gov.br/conteudos-digitais/conteudo/exibir/id/1620>
- Souza, M. F. de & Tinti, D. da S. (2013). O Laboratório de ensino de Matemática e o ensino de Estatística: socializando reflexões e possibilidades a partir de uma vivência no curso Licenciatura em Matemática. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba: SBEM. Disponível em: [http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/3094\\_1728\\_ID.pdf](http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/3094_1728_ID.pdf)
- Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67, 223-65.