

# APRENDIZAJE ACTIVO Y VISUALIZACIÓN: REPRESENTACIÓN DE UN OBJETO TRIDIMENSIONAL (3D) EN EL PLANO BIDIMENSIONAL (2D), A PARTIR DE SUS PROYECCIONES ORTOGONALES O VISTAS PRINCIPALES

Carlos Manuel Sabino Escobar

Emilio Máximo Vera Namay

csabino@gmail.com, emiliomaximov@gmail.com

Universidad Nacional de Tumbes, Perú

## Resumen

*Este taller está dirigido a los profesores de Educación Básica Regular; se compartirá una experiencia desarrollada con profesores y estudiantes del nivel secundario con el objetivo de contribuir con el desarrollo de la competencia para resolver problemas de forma, movimiento y localización propuesta en el Currículo Nacional del Perú. Esta experiencia promueve el desarrollo del pensamiento matemático en general y el desarrollo de la visualización matemática en particular; para ello se aplicará una secuencia de enseñanza que permita representar, a partir de sus vistas, un módulo multicubo tridimensional (3D) en el plano bidimensional (2D). Siguiendo un aprendizaje activo, los participantes al resolver las tareas propuestas de manera individual y de forma colaborativa, identificarán progresivamente no solo las vistas principales; sino también el módulo multicubo que lo representa. Se utilizará colores, lápiz, hojas de trabajo individual y por equipos, además de cubos multilink y un plano que simula el plano tridimensional.*

**Palabras clave:** Visualización, vistas, módulo multicubo, espacio tridimensional

## Visualización

Los estudios realizados indican que el concepto de visualización es considerado por algunos investigadores como capacidad espacial, razonamiento geométrico, pensamiento espacial o visión espacial; a continuación, presentamos algunos de ellos:

Zimmermann y Cunningham (1991). Visualización es el proceso de formar imágenes (mentalmente, con lápiz y papel o con la ayuda de tecnología) y usar tales imágenes para el descubrimiento y el conocimiento matemático.

Zazkis, Dubinsky y Dautermann (1996). Los términos utilizados para definir la visualización se han concretado, empezando a entenderla como acto por el cual un individuo establece una fuerte conexión entre una construcción interna y algo cuyo acceso es adquirido a través de los sentidos.

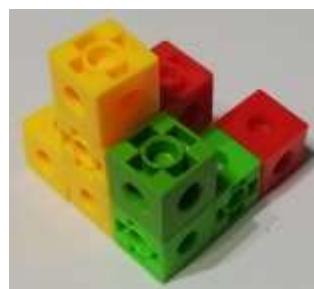
Hershkowitz, Parzysz y Van Dermolen (1996). Indican, se entiende a la visualización como la transferencia de objetos, conceptos, fenómenos, procesos y sus representaciones a algún tipo de representación visual o viceversa. Esto incluye también la transferencia de un tipo de representación visual a otra.

De acuerdo a nuestro interés, denominaremos visualización en la resolución de tareas y problemas de geometría en el contexto de lápiz y papel, al proceso o acción de transferencia de un dibujo a una imagen mental o viceversa; además de entenderlo como "la habilidad de representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflexionar sobre la información visual". (Hershkowitz, 1990)

### **Multicubo**

Los bloques multicubos, también llamados cubos multienlace o policubos, son un material concreto que se utilizan para trabajar en matemáticas y facilitan el reconocimiento, experimentación y exploración de relaciones espaciales y la conquista del espacio tridimensional. Su uso, además permite, visualizar la profundidad o altura de un objeto tridimensional presentado en dos dimensiones. Asimismo, ayuda al estudiante a identificar las diferentes representaciones principales de un objeto tridimensional: vista planta, vista lateral y vista frontal

### **Módulo multicubo**



*Figura 1. Módulo multicubo*

Un "módulo multicubo" es un sólido formado por varios cubos iguales pegados de manera que sus caras se superponen (Gutiérrez, 1998).

### **Representaciones planas de un módulo multicubo**

El dibujo de las representaciones planas de módulos multicubos también ha sido ampliamente estudiado (Gutiérrez, 1996; Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1985; Ben-Chaim, Lappan & Houang, 1989; Juráschek, 1990), entre las más frecuentes en el contexto de la geometría se encuentran la representación por niveles y las proyecciones en perspectiva, paralela (caballera), isométrica, ortogonal y ortogonal codificada de un módulo multicubo, como se muestra en la figura siguiente:

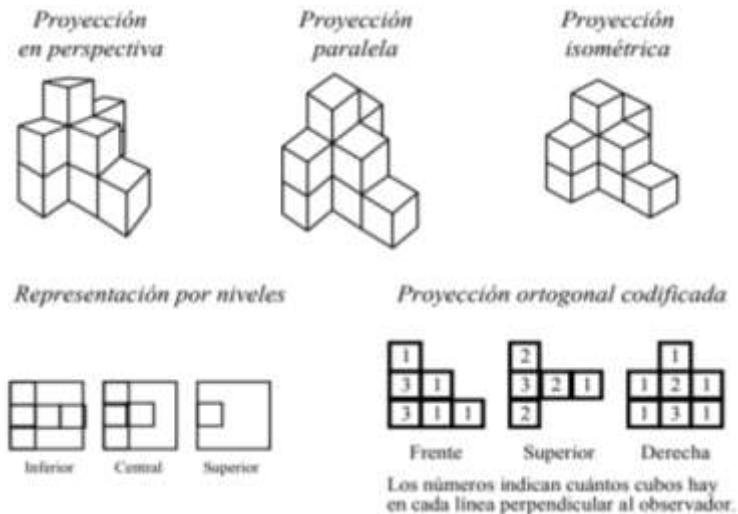


Figura 2. Representaciones planas de un módulo multicubo

Extraído de: <https://www.uv.es/angel.gutierrez/marcopap.html>

### Tipos de actividades para el aprendizaje de las representaciones planas de un módulo multicubo

Gutiérrez (1998), en el análisis de un experimento de enseñanza de las representaciones planas de módulos multicubos, distingue tres tipos de actividades que, adaptadas al caso de objetos representados en el plano, sin el uso de material manipulativo, se pueden describir como sigue:

1. Dibujar algunas vistas o proyecciones ortogonales en el sistema diédrico de un objeto (o de una composición de objetos) a partir del dibujo del objeto en perspectiva (caballera, isométrica o con puntos de fuga); o inversamente:
2. Dibujar el objeto en perspectiva a partir de la representación del objeto en el sistema diédrico.
3. Poner en relación (sin dibujar) una representación de un objeto en perspectiva con su representación mediante vistas o en el sistema diédrico.

Observamos que en estas actividades se elaboran técnicas para representar un objeto o un espacio y, al mismo tiempo, se aprende a leer diferentes tipos de representaciones planas y los códigos respectivos. Asimismo, que la interpretación y la comunicación de la información espacial (descripciones gráficas y modelos de hechos y relaciones espaciales, términos verbales, vocabulario específico utilizado en geometría) de manera figural, verbal o mixta, son habilidades importantes relacionadas con la visualización de objetos tridimensionales (Gorgorió, 1998).

### Aprendizaje activo

Malaspina (2006), en su reporte de investigación, resolución de problemas y aprendizaje activo, expresa que:

el aprendizaje activo es un método de enseñanza centrado en el estudiante, por el cual, a través de la variación de estímulos el estudiante va construyendo su propio conocimiento (...) se aprende mejor haciendo y comunicando lo que se va

aprendiendo. De esta forma, la nueva información se puede incorporar a la memoria de largo plazo, jerarquizada de modo que sea posible su reactivación cuando sea necesario. (p. 9)

En ese mismo orden de ideas, consideramos que una modalidad de aprendizaje activo es el aprendizaje colaborativo, según el cual los estudiantes trabajan individual y colectivamente, procurando hacer una sinergia en su aprendizaje. En tal sentido, no basta organizarse y repartirse el trabajo para que cada uno de los miembros haga "su parte" sin que los otros miembros del grupo se enteren y después se ensamblen las partes. "El aprendizaje colaborativo es mucho más que eso, pues demanda que eso, pues demanda una serie de requisitos al interior del grupo". (Malaspina, 2006, p. 10)

Jhonson y Smith (1991), proponen como elementos básicos del aprendizaje colaborativo, los siguientes:

1. **Interdependencia positiva.** Este elemento está en el corazón del aprendizaje colaborativo. Cada estudiante debe ser consciente de que podrá tener éxito en su propio aprendizaje a menos que los otros miembros del grupo lo tengan en el suyo, y que el trabajo de sus compañeros lo beneficia a él tanto como el suyo beneficia a los demás.
2. **Responsabilidad individual.** Cada estudiante debe comprender que no puede ampararse en el trabajo de los demás, sin hacer su parte. Para que funcione colaborativamente, un grupo debe saber cuál de sus miembros necesita más apoyo y aliento para completar su asignación.
3. **Interacción promotora.** Este elemento se pone en juego cuando los miembros del grupo se ayudan mutuamente y elogian el esfuerzo que cada uno hacen por aprender
4. **Uso de habilidades del equipo de trabajo.** Debido a que muchos estudiantes nunca han trabajado antes colaborativamente, con frecuencia les falta las habilidades de trabajo en equipo, como la puntualidad y la tolerancia. Para contribuir al éxito de un esfuerzo colaborativo, los estudiantes deben adquirir habilidades interpersonales y de grupos pequeños.
5. **Procesamiento del grupo.** Este elemento involucra la evaluación de los estudiantes de cuan bien ellos están logrando metas individuales colectivas y manteniendo relaciones de trabajo efectivo al interior del grupo. Esta evaluación capacita a los estudiantes a maximizar su propio aprendizaje y el de los demás y mejorar la calidad de la experiencia del grupo.

Utilizaremos este aprendizaje, dado que, el estudiante aprenderá experimentando y simulando; además consideramos que es la mejor oportunidad que tiene el estudiante para ir construyendo su aprendizaje. Al resolver las actividades propuestas se pone de manifiesto que es el centro del proceso de enseñanza aprendizaje, por lo que es responsabilidad del profesor conocer cuáles son las necesidades que requiere de acuerdo a su edad

### **Implementación del taller**

La implementación de este taller lo iniciaremos con actividades que permitan utilizar la visualización para identificar las vistas principales de un módulo multicubo presentado en perspectiva isométrica, para lo cual se utilizará hojas para trabajar tanto individual como colectivamente, multicubos, colores, lápiz papel y un plano 3D diseñado para simular el

espacio tridimensional. Seguidamente desarrollaremos la actividad principal de este taller de acuerdo al procedimiento siguiente:

1. El facilitador debe recortar, en cuatro partes, la hoja diseñada (Figura 3) para el trabajo colectivo que contiene las vistas principales y el módulo multicubo que lo representa.
2. Colocar dentro de una bolsa las hojas recortadas (en adelante llamaremos fichas).
3. Cada participante saca de la bolsa una ficha.
4. Luego de identificar las vistas deben buscar el módulo multicubo que lo representa.
5. Con los participantes que identifican las vistas y el módulo multicubo, queda conformado el equipo que luego tendrán que realizar colectivamente la siguiente tarea que se les asigne realizar.

A diferencia de lo que usualmente se realiza, podemos observar que los equipos de trabajo (cuatro integrantes) se formarán cuando los participantes culminen la primera actividad principal de este taller, es decir, cuando identifiquen al módulo multicubo al cual pertenece la vista principal que él escogió, relacionando sus representaciones.

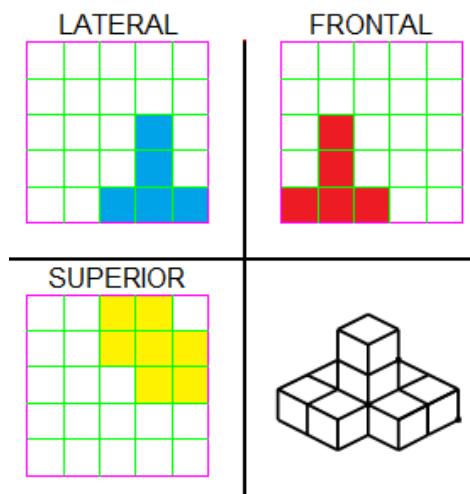


Figura 3. Hoja para recortar en cuatro fichas

### Diseño de actividades

Las actividades se diseñaron teniendo en cuenta los tipos que, para el aprendizaje de las representaciones planas de un módulo multicubo, ha sido propuesto por Gutiérrez (1998). Asimismo, cada actividad propuesta tiene dos vistas principales iguales y una de ellas diferentes (Figura 4a y 4b), que luego de un análisis y reflexión colectiva permitirá contestar a las preguntas que se formulen.

**Actividad 1:** Representación de un objeto tridimensional (3D) en el plano bidimensional, a partir de sus vistas principales.

**Objetivo:** Identificar las vistas principales y el módulo multicubo que lo representa, dentro de un conjunto de representaciones tanto bidimensionales (2D) como tridimensionales (3D).

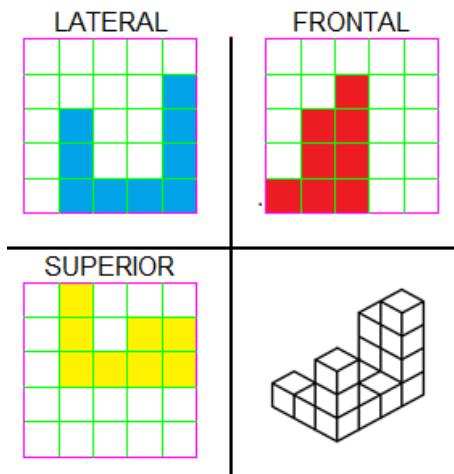


Figura 4a. Hoja de trabajo colectivo

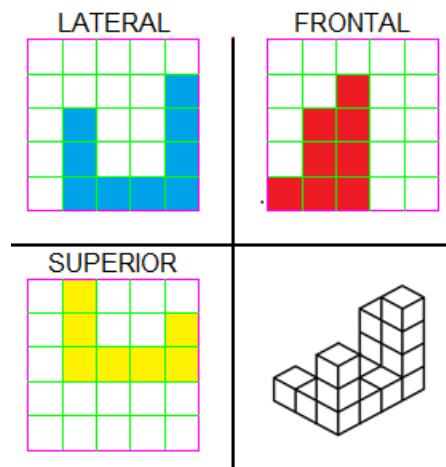


Figura 4b. Hoja de trabajo colectivo

Seguidamente se reflexionará sobre la actividad realizada y se plantearán las siguientes interrogantes:

1. ¿Es único el módulo multicubo que se puede formar al relacionar su representación isométrica con su representación plana?
2. ¿Cómo podría usted convencer a sus estudiantes que la respuesta que generó la reflexión anterior, sea aceptada sin ambigüedades?

## Referencias

- Gutiérrez, A. (1998): Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial, *Revista EMA*, 3(3), 193-220.
- Johnson, D., Johnson, R., And Smith, K. (1991), Cooperative Learning: Increasing College Faculty Instructional Productivity, ASHE-ERIC Higher Education Report No. 4, Washington, DC: The George Washington University.
- Hershkowitz, R., Parzysz, b. y Van Dermolen, J. (1996). *Space and Shape*, en Bishop and others, A.J. (eds.). *International handbook of Mathematics Education*, pp. 161-204 (1). Dordrecht, Netherland: Kluwer Academic Plublishers.
- Malaspina. U. J. (2006). *Resolución de problemas y aprendizaje activo*. Coloquios sobre Matemática Educativa.
- Ministerio de Educación (Perú, 2016). *Curriculum Nacional de la Educación Peruana*. Lima, Perú.