

# PROPUESTA DE TAREAS Y RECURSOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

**Isabel Torres Céspedes**

**Marisel Beteta Salas**

**José Carlos León Ríos**

iztorres@ulima.edu.pe, mbeteta@ulima.edu.pe, jleonr@ulima.edu.pe

Universidad de Lima, Perú

## Resumen

*Este taller está dirigido a docentes del nivel secundario. A lo largo del mismo se irán planteando actividades y tareas relacionadas a la geometría. En este trabajo tomamos en cuenta el enfoque del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (MTKS) y seguimos una metodología cualitativa. El objetivo del taller es ofrecer a los participantes la posibilidad de manipular material concreto para resolver diversas situaciones geométricas. Así mismo se busca generar un espacio de diálogo para analizar los distintos conocimientos que se trabajan con dichas tareas.*

**Palabras clave:** Material concreto, Conocimiento especializado del profesor, Enseñanza y aprendizaje de la matemática en secundaria.

## Introducción

Los materiales concretos son objetos que pueden ayudar a construir, entender o consolidar conceptos e incidir en las actitudes de los alumnos (Villaruel y Sgreccia, 2011). Los materiales concretos son objetos de la vida cotidiana usados para el aprendizaje o especialmente para propósitos escolares (Lima, 2011, pág. 18). El objetivo de este taller es explorar con material concreto diversas situaciones que afiancen el conocimiento de la geometría y sus propiedades. En este trabajo tomamos en cuenta el enfoque del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática (MTKS) y seguimos una metodología cualitativa. Finalmente, esperamos promover la reflexión en los docentes para trabajar los distintos objetos matemáticos con recursos que faciliten la comprensión del objeto matemático haciendo conjeturas y validándolas.

Existen diversos recursos y estrategias que pueden ser utilizados como apoyo para la enseñanza de la matemática. La manipulación con material concreto permite explorar el aprendizaje. En este contexto, los actuales escenarios de aprendizaje deberían aprovechar las ventajas del uso de material concreto en las clases de matemática, con la finalidad de crear ambientes de aprendizajes dinámicos y motivadores que propicien de manera más efectiva el aprendizaje del estudiante. Por ello, en el taller que proponemos mostraremos diversas situaciones que permitirán reflexionar sobre diferentes objetos matemáticos en geometría.

## Marco teórico

La realización del presente taller tiene como marco teórico el modelo MTSK (por sus siglas en inglés: Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática), propuesto por Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013). Este modelo se centra en la especificidad del conocimiento del profesor de matemáticas respecto de la enseñanza del contenido.

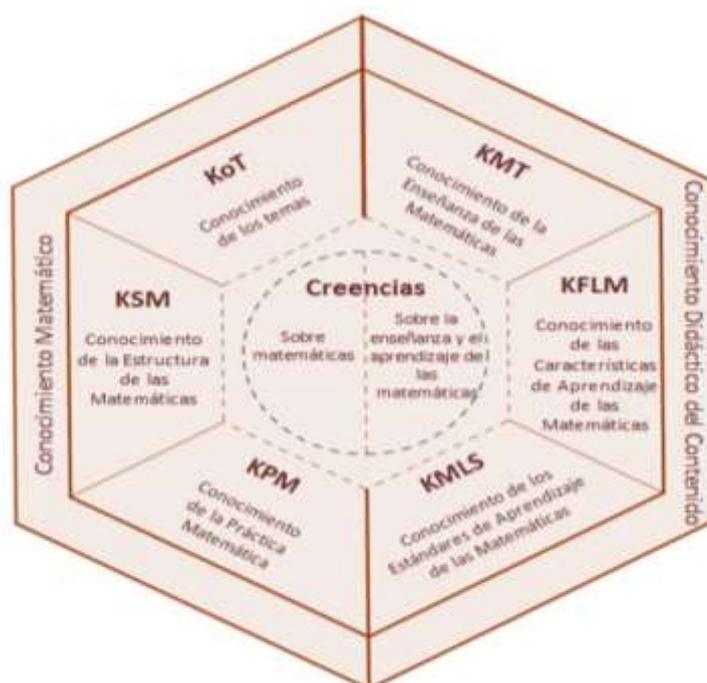


Figura 1. Subdominios del MTSK (CARRILLO et al., 2013)

Tiene dos grandes dominios de conocimiento: conocimiento del contenido matemático (MK, por sus siglas en inglés) y conocimiento didáctico del contenido (PCK, por sus siglas en inglés). Nos centramos en el conocimiento matemático (MK) que tiene como prioridad indagar los conocimientos matemáticos de los profesores de educación secundaria en relación a la geometría plana y del espacio.

El conocimiento matemático (MK) está compuesto por tres subdominios de conocimiento: conocimiento de los temas (KoT, por sus siglas en inglés), conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM, por sus siglas en inglés) y conocimiento de la práctica matemática (KPM, por sus siglas en inglés), tal como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 1

*Subdominios del conocimiento matemático (MK).*

MK

(Conocimiento matemático)

KoT

(Conocimiento del contenido matemático)

Conocimiento de conceptos y procedimientos matemáticos con sus correspondientes fundamentos.

Se concreta en saber matemáticas, conocer definiciones, propiedades, procedimientos, ejemplos específicos, significados y aspectos fenomenológicos asociados al contenido.

KSM

(Conocimiento de la estructura matemática)

Considera la idea de conexión y complejidad del contenido matemático. Las conexiones abarcan las interconceptuales

(comprenden vínculos entre ideas o conceptos matemáticos distintos) y temporales (enlazan los conocimientos previos y posteriores con el contenido de enseñanza).

KPM

(Conocimiento de la práctica matemática)

Implica el modo de proceder en matemáticas. Incluye el conocimiento de las formas de conocer y crear o producir en matemáticas, el razonamiento y la prueba, saber definir y usar definiciones, elegir representaciones, argumentar, generalizar o explorar, aspectos de la comunicación matemática.

*Fuente:* elaboración propia. 2018.

Este taller forma parte de un proyecto de investigación en proceso y está dirigido a docentes de nivel secundario (estudiantes entre 13 y 17 años) e investigadores interesados en el tema que deseen profundizar en la problemática o aportar con sus observaciones al mejor desarrollo de la investigación.

**Diseño metodológico y desarrollo del taller**

El taller está dirigido a docentes del nivel Primario y Secundario. Se trabajará diversas tareas usando material concreto. Los asistentes serán divididos en equipos de trabajo. En todo momento se fomentará la reflexión mediante el análisis y las discusiones grupales.

Asimismo, dado que nuestro estudio es de carácter cualitativo, no se pretende "explicar, controlar y predecir" como en el paradigma positivista, ni "conseguir la emancipación y transformación de la realidad, como pretende el paradigma crítico" (Muñoz Catalán, 2009, p.149). El diseño de la consiste en un estudio de caso, que sigue las características del estudio de caso instrumental de Stake (2005), siendo el caso, el conocimiento especializado que poseen los docentes respecto al desarrollo de tareas que involucren polígonos.

Presentamos, a continuación, las tareas que se proponen para ser trabajadas en el taller.

1. Haciendo uso de los meanos trabajar las siguientes tareas

¿Es posible construir un triángulo con tres cuyas dimensiones sean 10 cm, 12 cm y 25 cm. Construye con ellas un triángulo ¿Por qué sucede? ¿Qué puedes concluir?

Con ayuda de tus mecanos construye diversos cuadriláteros y responde:

¿Qué figura representa? ¿Todos los cuadrados son rombos? ¿por qué? ¿Qué propiedades puedes encontrar en los cuadrados? Mencionalas.

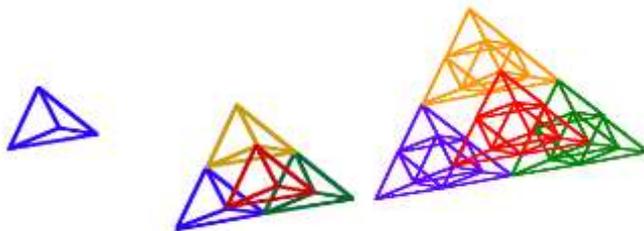
¿Todos los rombos son cuadrados? ¿por qué? ¿Qué propiedades puedes encontrar en los rombos? Mencionalas

Construye las siguientes figuras con ayuda de tus mecanos



¿Cuántos ángulos interiores tiene? ¿Cómo son los ángulos interiores?

- Usando mondadientes y plastilina construye el triángulo de Sierpinski. Resolver las siguientes tareas para encontrar patrones matemáticos.



**Número de tetraedros para para n divisiones en su punto medio**

ETAPAS (Dividir en puntos medios cada arista)	0	1	2	3	....	n
Número de tetraedros	1	4	16	64		

Supongamos que la arista inicial del tetraedro mide 16 cm.

ETAPAS (Dividir en puntos 0 1 2 ..... N  
 medios cada arista  
 Longitud de la arista del tetraedro 16 8 4  
 tetraedro

**Supongamos que la arista inicial del tetraedro mide 16 cm**

ETAPAS (Dividir en puntos medios cada arista)	0	1	2	.....	n
Área de la enésima cara					

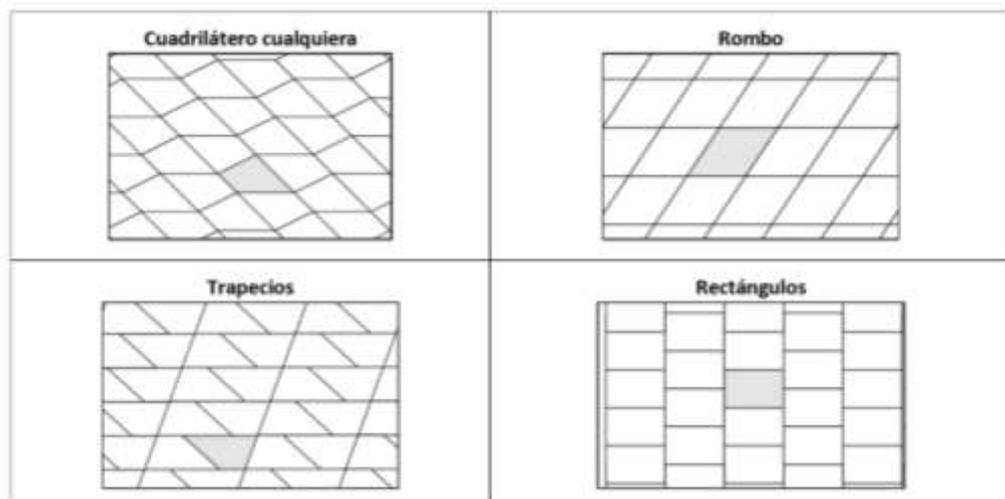
### 3. Actividad de las teselaciones

a) A continuación, se presentan actividades de formalización matemática:

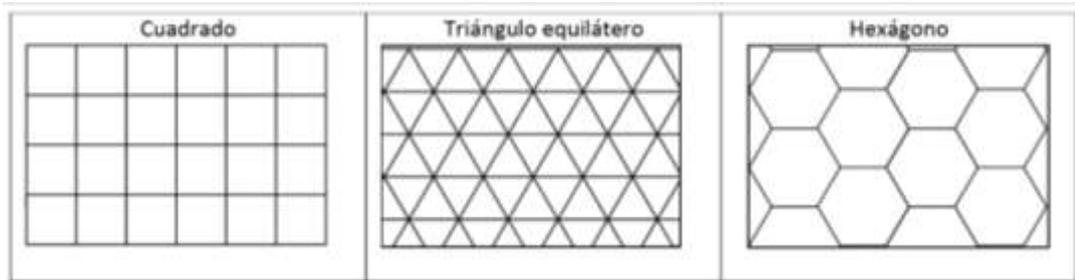
- Teselar el plano con polígonos regulares utilizando regla y compás o procesadores geométricos.
- Utilizar las transformaciones isométricas como herramienta para realizar teselaciones regulares.

#### ACTIVIDAD 1

1. Se entregan cartulinas para teselar el plano a partir de polígonos. Se explora ¿Cuáles son los polígonos que teselan el plano?



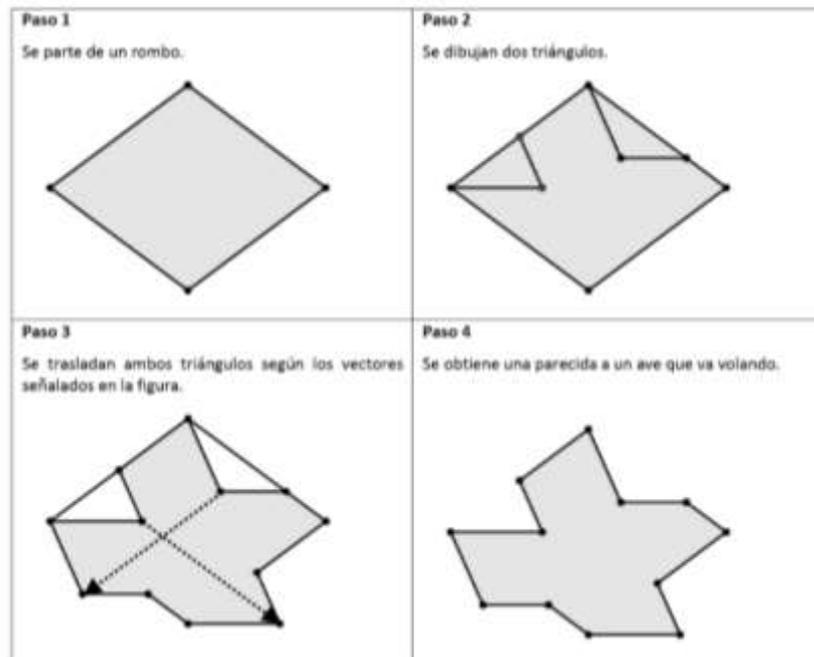
2. Luego de explorar los polígonos que teselan al plano, se explora respecto a los polígonos regulares.



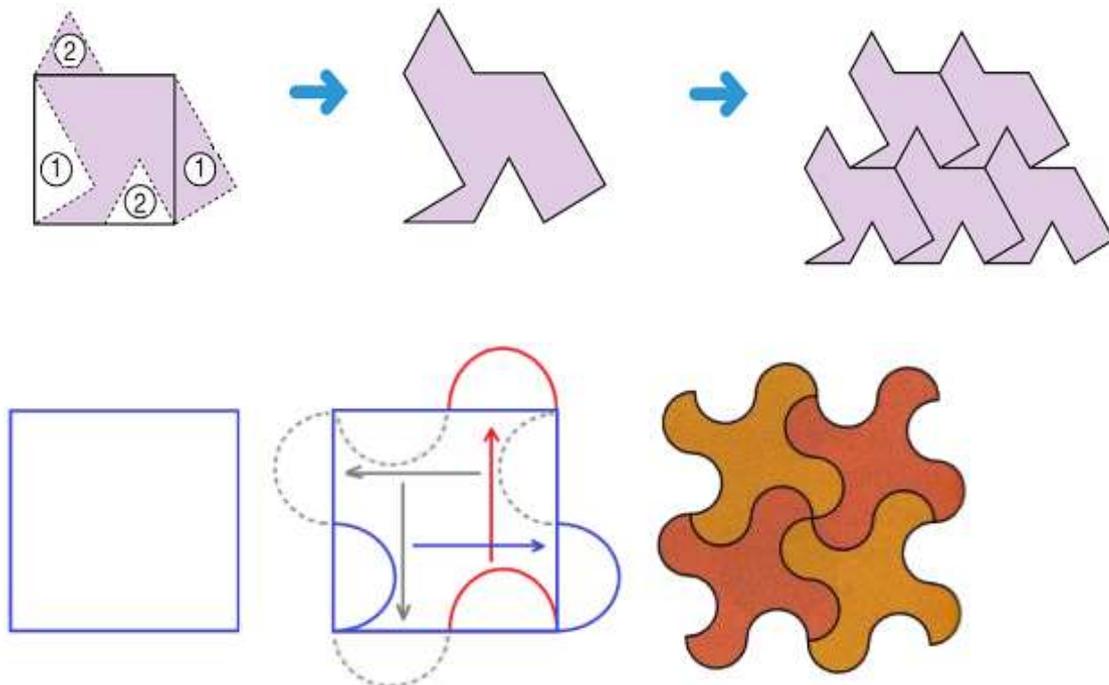
¿Por qué estos polígonos teselan el plano y otros no? Caso del pentágono y heptágono.

## ACTIVIDAD 2

1. A partir de una que por sí sola tesela el plano, se remueven partes de ella y reubican de tal manera, que se mantenga el área y no queden espacios vacíos en su interior. Esta nueva figura, por sí sola, también teselará el plano. La reubicación de las partes de la figura original se logra por combinación de movimientos rígidos, esto es: traslaciones, rotaciones y simetrías. Ejemplo.



2. A partir de una figura de la actividad 1, crear una tesela con movimientos de rotación, translación y simetrías.



3. Duplicar la tesela las veces que sea necesaria para cubrir un plano que estará conformado por una cartulina tamaño A2.

### Resultados esperados

Las actividades propuestas en este taller están diseñadas para reflexionar sobre la manera de fomentar el conocimiento del contenido (KoT) y el conocimiento de la práctica matemática (KPM) en especial la manera de explorar una situación matemática, producir una conjetura y buscar la manera de validarla, es decir, la forma de crear y producir matemática a través del razonamiento y la prueba.

Con esto esperamos que se sienten las bases para una reflexión más profunda sobre el modelo teórico MTSK.

### Consideraciones finales

Buscamos con estas actividades que el estudiante pueda observar, imaginar y aprender. Acercar a los estudiantes a la matemática en un contexto lúdico y divertido. Favorecer el trabajo en equipo y la participación activa del estudiante. Estimular la reflexión y el análisis y propiciar el desarrollo de habilidades vinculadas a la comunicación y a la comprensión de ideas y nociones matemáticas.

El uso de la modelación matemática en geometría resultó ser una experiencia favorable para el entendimiento de nociones geométricas por parte de los estudiantes, haciendo que adquieran una actitud positiva hacia las tareas que se plantearon. Asimismo, se espera que los

maestros se motiven con las actividades presentadas y vean que el uso de material concreto no solo es exclusivo del nivel primario sino también puede ser usado en el nivel secundario para permitir los alumnos integren, comprendan conocimientos y aprendan a enfrentarse a problemas sin la intervención directa del profesor.

En consecuencia, el uso del material concreto permitió diferenciar mejor los conceptos que se trabajaron en el taller.

## Referencias

- Carrillo, J.; Climent, N.; Contreras, L.C. & Muñoz-Catalán, M.C.(2013) Mathematics Teacher Specialized Knowledge. En: Proceedings Of The Eighth Congress Of The European Society For Research In Mathematics, 8th, Antalya. CERME 8, Antalya, Turquía: CERME 8. 2985-2994.
- Flores, J. V. & Gaita, C. (2014). Situación actual de la Educación Matemática. en el Perú. *Revista de matemática, ensino e cultura*, 9(15), 82-95. Recuperado de <http://www.rematec.net.br/index.php/inicio/issue/current>
- Lima, M. (2011). El material didáctico y concreto para desarrollar destrezas con criterio de desempeño en el bloque curricular geométrico del octavo año de educación básica en el colegio experimental universitario "Manuel Cabrera Lozano" de la ciudad de Loja 2010-2011. (Tesis de licenciatura) Loja: Universidad Nacional de Loja.
- Muñoz-Catalán, M. C. (2009). El desarrollo profesional en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las matemáticas: el caso de una maestra novel (Tesis doctoral, Universidad de Huelva, España). Recuperada de <http://goo.gl/OA4ydJ>. Huelva, España: Universidad de Huelva.
- Rojas, N., Flores, P. & Carrillo, J. (2015). Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*, 29(51), 143–166. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08>
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Stake, R. E. (2005). Qualitative Case Studies. En N. K. Denzin y Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research*. Third edition (pp. 443-166). Thousand Oaks, CA: SAGE Publications Inc. Strauss.
- Villarroel, S., & Sgreccia, N. (2011). Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de secundaria. *Revista de didáctica de las Matemáticas*, 73-94. <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/~04001497/PROFESORADO/omnipoliedro.htm>  
<http://www.alu.ua.es/c/cmgc/omnipoliedro.htm>