Uma discussão a respeito de soluções de professores em formação continuada a uma questão sobre equação polinomial de 2º grau

Helena Noronha **Cury**
Centro Universitário Franciscano
Brasil
curyhn@via-rs.net
Eleni **Bisognin**
Centro Universitário Franciscano
Brasil
eleni@unifra.br
Vanilde **Bisognin**
Centro Universitário Franciscano
Brasil
vanilde@unifra.br

Resumo

As avaliações de larga escala realizadas no Brasil têm mostrado dificuldades relativas à aprendizagem de Matemática de alunos da educação básica e tem sido discutida a influência da formação de seus professores sobre essas dificuldades. Com o objetivo de analisar o desempenho de professores em formação continuada em questões relacionadas a conteúdos da educação básica, foi desenvolvida uma pesquisa, com aplicação de um teste a uma amostra intencional de 22 professores em formação continuada. Neste trabalho, é apresentada apenas a análise das soluções à questão 1 do teste, que envolve conhecimento de resolução de equação polinomial de 2º grau e de metodologia de ensino deste tópico. Os dados obtidos foram submetidos à análise de conteúdo e mostraram que os participantes têm dificuldades em entender os processos de resolução de uma equação de 2º grau e que esses docentes não sabem aproveitar erros cometidos pelos alunos para retomar conteúdos ensinados.

Palavras chave: Análise de erros, professores, formação continuada, equação de 2º grau, resolução de equações.

Introdução

As avaliações em larga escala realizadas no Brasil, relativas à Matemática, têm revelado uma realidade preocupante. O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) mostrou que as médias de proficiência em Matemática, no ano de 2005, da 8ª série do Ensino Fundamental e da 3ª série do Ensino Médio, foram as mais baixas desde 1995, quando foi introduzida uma nova sistemática para a construção de instrumentos, atribuição de escores e análise. (Brasil, 2007). Já os resultados do Exame Nacional do Ensino Médio (Brasil, 2006a) mostraram que a média geral de desempenho na parte objetiva da prova foi de 36,90, em uma escala de 0 a 100 pontos.

Avaliações realizadas em determinados Estados brasileiros, como o SARESP (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Estado de São Paulo) e o AVA (Programa de Avaliação do Sistema Educacional do Paraná), têm propiciado investigações sobre as dificuldades apresentadas pelos estudantes (Ribeiro, 2001; Buriasco & Soares, 2008), a partir da divulgação dos resultados.

No Rio Grande do Sul, o SAERS (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Rio Grande do Sul), aplicado pela primeira vez em todo o Estado em 2007 (Rio Grande do Sul, 2007), apontou, em uma escala de 0 a 500 pontos, resultados baixos para a média das 5ª séries do Ensino Fundamental (211,0) e 1º ano do Ensino Médio (263,2).

A influência da formação do professor sobre a aprendizagem dos alunos tem sido investigada (Santos; Teixeira & Morelatti, 2003; Faria & Moro, 2006) e, em geral, é aceito que problemas na formação têm efeitos negativos sobre a aprendizagem dos estudantes da escola básica. Se analisarmos os dados do ENADE (Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes), aplicado em 2005 a alunos de cursos de Matemática (Brasil, 2005), vemos que a nota média dos alunos concluintes brasileiros em Componente Específico (ou seja, nos conteúdos previstos nas Diretrizes Curriculares para os cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática, bem como nas habilidades e competências necessárias para desempenhar a profissão) é de 34,1, em uma escala de 0 a 100. Esse dado indica que o desempenho dos licenciandos também está aquém do esperado, especialmente se pensarmos que esses concluintes estão aptos a trabalhar com os alunos do Ensino Fundamental ou Médio e mostram não ter conhecimentos suficientes para proporcionar um ensino de qualidade à escola básica.

Entre os conhecimentos sobre os quais os professores devem ter domínio, merecem destaque os que formam o núcleo principal da formação matemática necessários para o ensino na escola básica. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (Brasil, 1998) e nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006b), os conteúdos selecionados aparecem organizados em blocos. Dos dois documentos, podem ser sintetizados esses blocos de conteúdos em: *Números e Operações, Funções, Geometria e Tratamento da Informação*.

Se analisarmos o teor do parecer CNE/CES 1.302/2001 (Brasil, 2001), que estabelece as Diretrizes para Licenciaturas e Bacharelados em Matemática, vemos que não há obrigatoriedade de um currículo mínimo. No entanto, o parecer indica os conteúdos comuns a todos os cursos de Licenciatura em Matemática, entre estes, Fundamentos de Análise, de Álgebra e de Geometria, reforçando, a seguir, que a parte comum deve ainda incluir “conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise” (p. 6).

Ao compararmos essas indicações das Diretrizes com aquelas referentes aos conteúdos selecionados para o Ensino Fundamental e Médio, vemos que, efetivamente, os futuros professores necessitam um sólido domínio dos conteúdos relativos a Álgebra, Análise, Geometria, Probabilidade e Estatística, para auxiliar os alunos a reverterem o mau desempenho nas avaliações de larga escala. Assim, dificuldades em resoluções de questões relacionadas a esses conteúdos, apresentados por professores em exercício no Ensino Fundamental e Médio, configuram um **problema de pesquisa** que justifica um estudo aprofundado, pois tais dificuldades podem acarretar consequentes problemas na compreensão de Matemática por parte de seus alunos.

Levantamentos feitos em artigos, dissertações, teses e livros que enfocam erros cometidos ao solucionar problemas matemáticos mostram que a maior parte das pesquisas avalia estudantes da Educação Básica ou Superior, tanto no Brasil como no exterior (Crepaldi & Wodewotzki, 1988; Guillermo, 1992; Esteley & Villarreal, 1996; Pinto, 1998; Freitas, 2002; Pochulu, 2004; Cury, 2004; Segura, 2005; Perego, 2006). São poucos os trabalhos que se preocupam em analisar os erros cometidos por professores em exercício, destacando-se, entre esses, a investigação de Borasi (1996) com professores americanos em formação, alguns deles já atuando em escolas. Nessa pesquisa, erros cometidos por alunos de *High School* em definições de circunferência foram apresentados aos professores e estes, ao resolver os exercícios e classificar as respostas, tiveram que rever seus próprios conceitos de Geometria e Topologia, gerando novas aprendizagens necessárias às suas funções docentes.

A partir dessas considerações, um grupo de professores de Instituições de Ensino Superior do Rio Grande do Sul, Brasil, propôs-se a avaliar o desempenho de docentes da Educação Básica, estabelecendo os seguintes **objetivos** para a investigação: a) analisar resoluções de problemas de Álgebra, Análise, Geometria, Probabilidade e Estatística, desenvolvidas por professores em formação continuada; b) detectar e classificar os erros cometidos pelos professores nessas resoluções; c) avaliar os tipos de erros mais frequentes e sua influência sobre o ensino de *Números e Operações*, *Espaço e Forma*, *Grandezas e Medidas, Funções* e *Tratamento da Informação*, na Educação Básica; d) desenvolver estratégias de ensino com vistas a retomar, com os professores em formação continuada, os conteúdos nos quais houve maior número de erros nas resoluções de problemas. Neste trabalho, são apresentados os resultados referentes a uma das questões do teste aplicado a uma amostra intencional de 22 professores em formação continuada.

Revisão de literatura

Um levantamento de artigos, comunicações, dissertações, teses e livros relacionados a dificuldades de estudantes em Matemática mostra que, tanto no Brasil como no exterior, é grande o interesse pelas causas e consequências dos erros cometidos pelos alunos (Burigo & Pedroso, 2006; Cury, 2004, 2007; Cury & Bisognin, 2006), inclusive apontando erros sistemáticos e resistentes, relacionados a conteúdos de Matemática do Ensino Fundamental, Médio ou Superior.

Wilson et al. (2001), ao revisarem pesquisas americanas sobre formação do professor de séries iniciais, apontam o fato de que

> Muitos pesquisadores têm encontrado problemas graves em relação ao conhecimento do conteúdo pelos professores de séries iniciais [...] Em matemática, o conhecimento dos professores de séries iniciais sobre procedimentos e regras é bom, mas seus conhecimentos de conceitos e suas habilidades de raciocínio podem ser fracos. (p. ii).

No Brasil, estudos sobre erros dos professores em termos de conteúdos aparecem em pesquisas que buscam analisar a prática do professor de Matemática ou discutir aspectos de sua formação (Rocha, 2005; Linardi, 2006; Oliveira, 2007; Etcheverria, 2008). Algumas vezes, esses professores apontam os problemas de seus alunos, talvez evitando refletir sobre suas próprias dificuldades no domínio dos conteúdos que lecionam.

Ferreira (2003), ao investigar estudos sobre formação continuada de professores, verificou que nas últimas décadas houve uma mudança nas perspectivas de pesquisa no Brasil, com envolvimento dos próprios sujeitos, investigadores de suas próprias práticas. Segundo a autora, "além da voz do professor começar a ser ouvida com interesse, ele passa a ser visto como parceiro, como companheiro de um processo coletivo de construção de conhecimentos." (p. 33).

Kaiber e Groenwald (2006) trabalharam em um projeto envolvendo professores de Matemática da rede municipal de Canoas, RS, que se reuniram mensalmente, por dois anos, para ampliar e consolidar um espaço para discussão e aprofundamento de temas de interesse para o ensino e a aprendizagem de Matemática. As ações de educação continuada contemplaram, entre outros temas, conteúdos específicos tais como Geometria, Números, Medidas, Probabilidade e Estatística, com foco no Ensino Fundamental.

Pelas orientações das Diretrizes Curriculares sobre os conteúdos comuns aos cursos de Licenciatura em Matemática e pelas orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre os blocos de conteúdos a serem trabalhados no Ensino Fundamental e Médio, seria desejável avaliar o desempenho de professores em exercício em resoluções de problemas que envolvem Álgebra, Análise, Geometria, Probabilidade e Estatística. Em cursos de formação continuada, em geral esses conteúdos são trabalhados a partir de atividades que envolvem abordagens metodológicas específicas, como a resolução de problemas, a modelagem matemática e o uso de tecnologias.

Em especial, a resolução de problemas, apontada por Polya (1972) como a atividade matemática fundamental, também é apresentada como a abordagem mais apropriada para o ensino e a aprendizagem dessa ciência. Onuchic e Allevato (2004) consideram que "o ensino-aprendizagem de um tópico matemático deve sempre começar com uma situação-problema que expressa aspectos-chave desse tópico [...]" (p. 222).

Para analisar erros cometidos em resoluções de problemas, pode-se enfocá-los a partir de uma teoria escolhida *a priori* ou buscar, *a posteriori*, autores que discutam dificuldades nos tópicos envolvidos nas questões. Por exemplo, Pinto (1998), em sua tese de doutorado, escolheu a perspectiva piagetiana para fundamentar sua pesquisa. Já Cury e Konzen (2007) empregaram o conceito de "sentido da estrutura", estudado por Hoch e Dreyfus (2004), após detectarem erros cometidos em problemas sobre relação de equivalência. Assim, a fundamentação teórica de uma análise de erros depende do enfoque com que os erros são abordados pelo pesquisador e, também, dos conteúdos e da perspectiva metodológica empregada na proposta das questões que serão resolvidas e posteriormente analisadas.

A realização de estudos que avaliam dificuldades pontuais de alunos e mestres fazem parte de pesquisas que investigam o conhecimento do professor e são relevantes para a área de Educação Matemática, porque possibilitam a reflexão sobre a formação inicial oferecida aos licenciados em Matemática. Assim, com este trabalho, pretendemos trazer para discussão dificuldades sobre resolução de equações, conteúdo básico para o ensino de Matemática em qualquer nível.

Método

A equipe responsável pela realização desta pesquisa[1] é composta por dez docentes: três professores do Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), dois professores da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), três professores da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA), um professor da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e uma docente da Universidade Regional Integrada (URI).

Para a realização da investigação aqui relatada, que faz parte da pesquisa maior, foram escolhidos 22 professores, alunos de um curso de pós-graduação *stricto sensu*, oferecido por uma das instituições cujos docentes fazem parte da equipe do projeto. A amostra é, portanto, intencional e os alunos desse curso foram convidados a responder a um questionário e resolver cinco questões sobre conteúdos de Matemática básica.

Para elaborar o instrumento aplicado aos 22 professores, buscamos questões que abrangessem conteúdos lecionados na Educação Básica, com um nível de dificuldade compatível com o conhecimento de Matemática esperado de professores graduados em Matemática. As questões foram retiradas, com adaptações, do ENADE de 2008[2] e de um exame aplicado a estudantes de curso secundário em Portugal[3]. Acrescentamos duas perguntas, referentes ao nível de ensino e ao tipo de instituição em que atuavam os respondentes e o número de informações é maior do que o de participantes porque alguns docentes lecionam em mais de um nível de ensino. O instrumento foi aplicado durante aulas de disciplinas do curso de pós-graduação em questão, tendo sido respondido em aproximadamente duas horas.

Dos 22 respondentes, nove ainda não atuam em escolas, porque são recém graduados ou se dedicam a profissões distintas do magistério. Dos 13 restantes, oito trabalham no Ensino Fundamental e Médio e cinco, nos três níveis de ensino.

As soluções dos 22 professores a problemas sobre conteúdos de Álgebra, Análise, Geometria, Probabilidade e Estatística foram analisadas por meio de metodologia adaptada da análise de conteúdo, já testada em outros projetos (Cury, 2007), constante das seguintes fases:

a) pré-análise, em que é feita uma leitura “flutuante”, para que os pesquisadores se deixem impregnar pelo material obtido, delimitando o *corpus*, entendido como o conjunto de produções que vai ser analisado;

b) exploração do material, com categorização das soluções;

c) tratamento dos resultados, em que são feitas as descrições das categorias de respostas, com produção de um “texto-síntese”, que permite a compreensão do significado de cada classe, com apoio de exemplos retirados do próprio *corpus*.

Apresentação e análise dos dados

Por limitações de espaço, optamos, neste trabalho, pela apresentação da análise das respostas dos professores à questão 1 do teste. A escolha dessa questão deve-se ao fato de que,

[1] Esta pesquisa foi desenvolvida com recursos do Edital Universal do CNPq, processo nº 471503/2008-8.
[2] Disponível em http://www.inep.gov.br/download/Enade2008_RNP/MATEMATICA.pdf

[3] Disponível em http://www.gave.min-edu.pt/np3/88.html

além da avaliação do conhecimento de conteúdos de Matemática, permite verificar os conhecimentos de metodologia de ensino e as opiniões dos participantes sobre o uso dos erros dos alunos. Além disso, esta foi a única questão respondida por todos os 22 professores.

A questão 1 tem o seguinte enunciado:

A professora Clara, trabalhando no conjunto dos reais com alunos de 9º ano, propôs a eles que encontrassem a solução da seguinte equação do segundo grau: $x^2 - 1 = (2x + 3)(x - 1)$. *Pedro e João resolveram o exercício de maneiras diferentes:*

<u>Resolução de Pedro</u>:

$$x^2 - 1 = (2x + 3)(x - 1)$$
$$x^2 - 1 = 2x^2 + x - 3$$
$$2 - x = x^2$$
$$\textit{Como 1 é solução dessa equação, então } S = \{1\}$$

$$x^2 - 1 = (2x + 3)(x - 1)$$
$$(x - 1)(x + 1) = (2x + 3)(x - 1)$$
$$x + 1 = 2x + 3$$
$$x = -2$$
$$\textit{Portanto, } S = \{-2\}$$

a) Explique o que aconteceu para que os dois alunos tenham encontrado soluções diferentes;

b) a seguir, explique qual estratégia de ensino você sugere, para que os alunos da turma da profª Clara aprendam a partir dos erros cometidos por seus colegas.

A questão envolve a resolução de uma equação polinomial de 2º grau, mas também solicita ao professor uma sugestão de estratégia de ensino para aproveitar os erros cometidos pelos estudantes. Dessa forma, pretendíamos verificar como os professores participantes avaliam os erros dos seus alunos e que tipo de estratégia sugerem para superar as dificuldades encontradas.

Segundo a metodologia de análise adotada em nossa pesquisa, tendo delimitado o *corpus*, organizamos as respostas, identificando cada uma delas por uma sigla, composta por uma letra (R) e um número (de 1 a 22). Fizemos a descrição das respostas a cada item, digitando-as em um quadro, em que a primeira coluna indica o respondente e a segunda, a sua resposta a cada item da pergunta. As respostas a cada item foram classificadas, sendo que no item **a**, optamos por agrupá-las segundo as palavras que os professores empregaram para se referir às soluções dos alunos. No item **b**, visto tratar-se de estratégias sugeridas para o trabalho com os erros, agrupamos segundo as sugestões dadas, em que se destacam algumas idéias recorrentes. Para concluir a análise, em cada item, produzimos um texto-síntese interpretativo. Em todos os casos, na reprodução de respostas dos professores, conservamos sua forma de expressão em língua portuguesa.

No item **a** da questão escolhida para análise, as palavras usadas pelos respondentes para explicar as soluções diferentes dos alunos permitem avaliar suas interpretações sobre essas resoluções. Em cada resposta, foi possível detectar uma ou mais palavras que indicam as ações por eles identificadas. Listamos, a seguir, as palavras ou expressões mais empregadas:

I) "Simplificar": oito respondentes mencionaram a simplificação do termo (x-1), realizada pelo aluno João. Por exemplo, R6 escreveu: "O João [...] simplificou os termos semelhantes, ficando dessa forma com uma equação do 1º grau e por isso encontrou apenas uma solução". Com o mesmo significado, R19 mencionou a palavra "cancelar": "João aplicou produtos notáveis [...] e depois cancelou. No momento que ele cancelou ficou com apenas uma solução."

II) "Tentativa": cinco professores mencionaram a resolução por tentativa, realizada pelo aluno Pedro. Por exemplo, R3 diz que "Pedro [...] não aplicou a fórmula de Baskara e sim substituiu a solução S={1} como tentativa de solução". R18 considerou que a estratégia usada por Pedro é um "chute", escrevendo: "[...] ele resolveu ´chutar` valores que satisfizessem a igualdade, por isso ele encontrou apenas uma raiz."

III) "Distributividade": quatro respondentes mencionaram a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, como R20, que informou: "Pedro utilizou a propriedade distributiva de forma incorreta". Algumas maneiras de se referir a essa propriedade mostram, também, problemas de uso da linguagem matemática. Por exemplo, R17 diz apenas que "Pedro usou a forma da distributiva". R4 escreve: "Na resolução de Pedro na 2ª igualdade ele não multiplicou todos os números (distributiva) [...]". R18 mencionou: "Pedro resolveu distribuir o produto que possuía no segundo lado da igualdade [...]".

IV) "Fatorar": quatro professores mencionaram a fatoração do binômio x^2-1, empregada pelo aluno João. Algumas vezes, a ação foi apontada como anterior à simplificação, como, por exemplo, nas palavras de R22: "João fatorou e simplificou [...]".

V) "Correta": quatro respondentes consideraram que ambas as soluções dos alunos estavam corretas. É o caso de R11, que afirmou: "O João e o Pedro usaram maneiras diferentes para resolver essa equação de 2º grau, sendo que as duas maneiras estão corretas."

VI) "Duas raízes": três professores afirmaram que uma equação de segundo grau tem duas raízes, não explicando o conjunto ao qual pertencem essas raízes e se são iguais ou diferentes. Essa falta de precisão na linguagem matemática aparece, por exemplo, na resposta de R18: "Pedro [...] encontrou uma equação do 2º grau, logo deveria encontrar como solução duas raízes."

As outras palavras que indicaram ações dos alunos na solução da equação tiveram duas ou apenas uma ocorrência. É o caso de "erro", citado por dois professores, ao dizer que "ambos cometeram erros". "Raciocínio" também foi mencionado por dois respondentes: um deles considerou que "Pedro resolveu o exercício com raciocínio lógico", enquanto outro julgou que os dois alunos tiveram "dificuldades no raciocínio". Finalmente, R22 considerou que Pedro "utilizou a comparação", após realizar a multiplicação do 2º membro, não ficando claro a que se refere com o termo.

De maneira geral, as palavras usadas pelos professores mostram que eles se deram conta de que João, por ter simplificado o termo (x-1) em ambos os membros da igualdade, chegou a uma equação de 1º grau e assim obteve uma só raiz. Também a idéia de que houve tentativa por parte de Pedro (ou "raciocínio lógico", como escreveu R21) para encontrar um valor que satisfizesse a equação a que chegou, evidencia compreensão da estratégia usada pelo aluno. No entanto, nas respostas dos professores, chama a atenção o fato de nenhum deles ter avaliado que João não deveria ter cancelado o termo (x-1) – ou seja, não deveria ter dividido ambos os membros por (x-1) – porque não tinha informação de que (x-1) fosse diferente de zero.

Além disso, muitos dos professores, para responder às perguntas, primeiramente resolveram a equação proposta; nas suas resoluções, encontramos dificuldades que mostram a falta de domínio desse conteúdo ou a rigidez de certos procedimentos que parecem ser esperados dos alunos. Por exemplo, R4 considerou que Pedro, não "multiplicou todos os números (distributiva) [...]". Ora, a segunda linha, na resolução de Pedro, já teve reduzidos os termos semelhantes. Será que R4 exigiria a indicação de todos os quatro termos do produto (2x+3)(x-1)?

Outro detalhe preocupante nas tentativas de resposta dos professores é a suposição de que os alunos tivessem realizado alguns passos na resolução, sem que tenhamos qualquer indício de que tais passos foram dados. Por exemplo, R7 considerou que Pedro teria escrito:

$$\text{“}2 - x = x^2$$

$$2 = x^2 + x$$

$$2 = 2x^2$$

$$\frac{2}{2} = x^2 \rightarrow x^2 = \sqrt{1} = 1\text{”}$$

Não podemos tirar a conclusão de que Pedro errou ao adicionar termos não-semelhantes, pois nada disso aparece em sua resposta! R7 chamou esse "raciocínio" de "absurdo", o que só poderia ser aceito se houvesse prova de que Pedro resolveu dessa forma.

R7 ainda considerou que João errou ao ter, segundo ele, "aberto" o binômio $x^2 – 1$. Mas o aluno pode ter uma ou outra estratégia para se aproximar de uma solução!

Também chamou atenção a linguagem matemática usada pelos professores em suas respostas. Por exemplo, quando R10 escreve "É necessário saber que em uma equação de 2º grau são necessárias as duas respostas, não é possível responder somente uma", pode-se questionar essa afirmativa, pois não há indicação sobre o conjunto numérico por ele considerado. O problema indicava que a professora Clara estava trabalhando no conjunto dos reais, portanto se a equação tivesse duas raízes complexas, seus alunos, de 9º ano, não iriam escrever "duas respostas". O mesmo professor R10, ao resolver a equação, fez um erro de cálculo, logo corrigido, mas parece ter que se "convencer" dos valores obtidos, fazendo a "prova", o que ele sugere, também, como estratégia de ensino.

No item **b**, após a leitura de todas as respostas, notamos que quase todas as sugestões são prescritivas, preocupando-se em mostrar o que é certo. No entanto, ao agrupar as sugestões, indicamos algumas características marcantes, que mostram as idéias dos professores para o ensino desse conteúdo:

I) Dez respondentes se preocuparam em indicar o que seria correto na resolução de uma equação de 2º grau ou o que deveria ser mostrado ao aluno para que ele resolvesse corretamente, enfatizando os cuidados. Por exemplo, R4 disse: “As estratégias que eu sugiro é que eles prestem atenção nas operações que devem ser feitas, multipliquem com cuidado cada número e verifiquem em que condições eles podem efetuar a simplificação”. R9 escreveu: “Sugiro que mostre a maneira correta de resolver o exercício, o mais simples possível pois, se os alunos resolverem passo a passo a tarefa ambos iriam acertar pois a questão é muito simples para alunos de 8ª série”. Sem explicar, R8 considerou que “A profª poderia demonstrar os diferentes caminhos p/ as resoluções”. Somente um respondente enfatizou a impossibilidade de “simplificar uma equação, dividindo-a por zero”.

II) Sete respondentes citaram especificamente o uso da fórmula para resolução de equação polinomial de 2º grau, chamada, no Brasil, fórmula de Bhaskara. Por exemplo, R13 considerou que “Como está dito no enunciado do exercício que a equação é de segundo grau, a minha sugestão seria aplicar a distributiva no lado direito da igualdade a fim de obter uma equação de segundo grau a qual seria resolvida pela fórmula de Báskara”. Já R19 comentou: “Eu sugeriria a velha e boa Baskara. Resolvendo por Baskara não tem como dar erro”.

III) Três professores sugeriram discutir com os estudantes as soluções e buscar a resposta correta. Como exemplo, temos a sugestão de R2:

> Sugeria que os cálculos realizados pelos alunos fossem analisados pelo grupo. Para verificar o raciocínio feito por cada um e a partir daí descobrir o que eles não sabem fazer, ou mostram dificuldade em resolver, sanando as suas dúvidas.

Além desses, ainda podemos citar a resposta de R18 que sugeriu “a estratégia de Pedro”, ainda que tivesse usado uma expressão pejorativa para o método de tentativa: “Mas chegando nessa eq. [a equação $2-x=x^2$] ele resolveu ´chutar` valores que satisfizessem a igualdade, por isso ele encontrou apenas uma raiz.”

Um dos professores deixou em branco o item **b** da questão.

Conclusões

Ao analisar as respostas dos participantes aos dois itens da questão escolhida para este relato, vemos que, tanto no item **a** quanto no item **b**, os professores não têm claros os critérios para decidir se os alunos acertaram ou erraram; alguns consideram que ambas as soluções apresentadas pelos estudantes estão erradas, outros julgam que ambas estão certas. Também se nota que os professores não têm idéia de aproveitar os erros como “trampolins para a aprendizagem” (Borasi, 1996). No momento de escolher uma estratégia para ensinar a partir dos erros, os professores não parecem se dar conta de que é possível usar o potencial dos erros para auxiliar os estudantes a superar suas dificuldades, pois se preocupam em prescrever formas **corretas** de resolver a equação.

O conteúdo envolvido na questão analisada é resolução de uma equação polinomial de segundo grau e esse tópico faz parte da Álgebra abordada no Ensino Fundamental. No entanto, como o ensino de Álgebra está sendo apresentado pelos professores? Kirshner (2001) na defesa do que ele denomina "opção pela Álgebra estrutural" para a aprendizagem desses conteúdos matemáticos, considera que há duas abordagens para dar significado à Álgebra elementar: a estrutural, que "constrói significados internamente, a partir de conexões geradas no interior de um sistema sintaticamente construído" e a referencial, que "traz os significados para o sistema simbólico a partir de domínios externos de referência." (p. 84).

A primeira abordagem se apropria do método axiomático da Matemática pura, partindo de termos primitivos e axiomas e deduzindo logicamente os teoremas. Visto que o ensino de Matemática, desde seus primórdios, apelou para a memorização de regras, sem que elas fossem obtidas a partir de experiências prévias, Kirshner (2001) considera que o ensino tradicional de Álgebra se insere na primeira abordagem. A visão referencial é a que procura dar significado aos símbolos algébricos a partir de apelos ao mundo real, aos gráficos, à busca de padrões e regularidades.

Pelo que afirmam os professores participantes desta nossa pesquisa, parece que eles assumem uma abordagem estrutural, especialmente porque se preocupam com a aplicação da fórmula de resolução da equação polinomial de 2º grau para chegar à solução correta e com os cuidados para evitar os erros. Não foi notada uma visão que procure dar significado ao simbolismo envolvido na resolução da equação. R22, por exemplo, ao sugerir que se deve discutir o raciocínio do aluno e "mostrar a forma correta segundo a definição da equação de 2º grau", usa esta última expressão complementando sua explicação anterior, sobre a necessidade de escrever a equação de segundo grau na forma $ax^2+bx+c=0$. Portanto, sua preocupação é com a forma e não com o significado da equação!

Kirshner (2001) não se mostra satisfeito com a dicotomia estrutural-referencial, pois considera que é necessário criar um currículo que busque seus significados nas duas abordagens já citadas. Esse autor acredita que o fracasso dos currículos baseados em simples manipulações algébricas e prática de exercícios padronizados, que parece ter provocado uma ojeriza dos alunos à Álgebra, levou a propostas que enfatizam o ensino de Matemática apoiado em reconhecimento de padrões e em situações da vida real. Na sua opinião, não houve uma melhoria da situação com essa mudança e é por isso que ele sugere uma guinada, retomando a abordagem estrutural da Álgebra. Segundo ele, "se a racionalidade não é inerente à habilidade de manipulação algébrica, precisa ser promovida em aula por meio de atividades e discursos especializados." (Kirshner, 2001, p. 95). E dessa forma ele prescreve um caminho para o ensino de Álgebra, baseado em uma espécie de "gramática descritiva", que tenta modelar as práticas reais dos usuários fluentes na linguagem algébrica.

No entanto, os usuários fluentes na linguagem algébrica já adquiriram os conhecimentos que lhes permitem reconhecer padrões e entender as aplicações das equações. No caso dos alunos sobre os quais se manifestaram os participantes de nossa pesquisa, parece não haver, ainda, o domínio da habilidade de manipulação algébrica. Não acreditamos que somente admoestações sobre o que fazer, qual fórmula aplicar ou que cuidados tomar ao resolver uma equação de segundo grau possam desenvolver tal habilidade ou permitir que eles modelem problemas da vida real por meio de equações polinomiais.

Quando Kirshner (2001) propõe o resgate da abordagem estrutural, se apóia em uma espécie de metacognição dos estudantes que dominam a linguagem. Mas como os "especialistas" atingem essas habilidades em Álgebra? A resposta a esta pergunta parece depender dos pressupostos teóricos de cada grupo de pesquisa. Com base em trabalhos de Fiorentini e colaboradores, ligados à formação de professores que ensinam Matemática (Fiorentini; Souza Jr. & Melo, 1998; Fiorentini & Miorim, 2001), consideramos ser possível desenvolver certas habilidades algébricas pela reflexão sobre a própria prática, que de certa forma também é uma metacognição, só que de outro tipo, mais focada na prática do professor do que na determinação de habilidades pontuais, relacionadas ao transformismo algébrico ou à aplicação rígida de fórmulas.

Ainda que tenhamos, neste relato, apresentado apenas a análise das respostas dos professores à questão 1 do instrumento de pesquisa, chamou-nos a atenção a alta percentagem de erros ou ausência de resposta nas questões de 2 a 5. Os respondentes alegaram falta de tempo para resolver os problemas, o que não consideramos uma justificativa válida, visto termos escolhido questões que esses professores deveriam estar acostumados a propor aos próprios alunos.

Este fato, acrescido da rigidez de certas interpretações das soluções de Pedro e João ao problema proposto na questão, bem como da falta de sugestões de estratégias para aproveitamento das respostas dos estudantes para implementar o ensino de resolução de equações, nos leva a considerar que, efetivamente, essa amostra de professores evidencia dificuldades em termos de conteúdo e de metodologia de ensino da Matemática.

Uma discussão sobre essas dificuldades dos professores em conteúdos de Álgebra e de metodologia de ensino de Matemática na educação básica trazem novas questões para debates sobre a formação inicial de docentes da escola básica e sobre suas práticas de ensino. Essas questões poderão ser aprofundadas em novas pesquisas, realizadas pela mesma equipe ou por colegas que se interessem pelo mesmo tema.

Referências

Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics Instruction*: *a Focus on Errors*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation.

Brasil. (1998). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.* Brasília. Acesso em 25 abril 2009, http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf.

Brasil. (2001). Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura*. Brasília. Acesso em 20 abril 2009, http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf

Brasil. (2005). Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Enade 2005: Relatório Síntese – área de Matemática*. Brasília. Acesso em 29 abril 2009, http://www.inep.gov.br/download/enade/2005/relatorios/Matematica.pdf.

Brasil. (2006a). Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Desempenho médio na parte objetiva da prova do ENEM – 2006.* Acesso em 29 abril 2009, http://www.inep.gov.br/download/imprensa/2007/tabelas_ Enem2006.xls.

Brasil. (2006b). Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.* Brasília. Acesso em 30 abril 2009, http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_ volume_02_internet.pdf.

Brasil. (2007). Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *SAEB - 2005: primeiros resultados*. Brasília. Acesso em 29 abril 2009, http://www.inep.gov.br/download/saeb/2005/SAEB1995_2005.pdf.

Buriasco, R. L. C., & Soares, M. T. C. (2008). Avaliação de sistemas escolares: da classificação dos alunos à perspectiva de análise de sua produção matemática. In W. R. Valente (Org.), *Avaliação em Matemática: história e perspectivas atuais* (pp. 101-142). Campinas: Papirus.

Burigo, E. Z., & Pedroso, L. W. (2006). Building the concept of function by calculus students. *Proceedings of the 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics at the Undergraduate Level*, Istambul, Turkey.

Crepaldi, C. V., Wodewotzki, M. L. L. (1988). A avaliação da aprendizagem matemática através da análise de erros. *Didática, 24, 87-99.*

Cury, H. N. (2004). Análise de erros em Educação Matemática. *Veritati,* 3 (4), 95 – 107.

Cury, H. N. (2007). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica.

Cury, H. N., & Bisognin, E. (2006). Calculando o volume de um sólido: como a análise de erros pode auxiliar professores a elaborar atividades de ensino para calouros de engenharia. *Anais do 34º Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia,* Passo Fundo, Brasil.

Cury, H. N., & Konzen, B. (2007). Propriedades de uma relação de equivalência: uma análise de respostas de alunos de álgebra. *Revista Ciência e Tecnologia*, 10 (17), 65-72.

Esteley, C., & Villarreal, M. (1996). Análisis y categorización de errores en matemática. *Revista de Educación Matemática*, 11 (1), 16-35.

Etcheverria, T. C. (2008). *Educação continuada em grupos de estudos: possibilidades com foco no ensino da geometria*. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, Faculdade de Física, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, RS, Brasil.

Faria, P. C., & Moro, M. L. F. (2006). Atitudes em relação à matemática de professores e futuros professores. *Anais do 3º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Águas de Lindóia, SP. Brasil.

Ferreira, A. C. (2003). Um olhar retrospectivo sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de matemática. In D. Fiorentini (Org.), *Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares* (pp. 19-50). Campinas: Mercado de Letras.

Fiorentini, D., Souza Jr, A. J. & Melo, G. F. A. (1998). Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In C. M. G. Geraldi, D. Fiorentini & E. M. A. Pereira (Orgs.), *Cartografias do trabalho docente* (pp. 307-335). Campinas: Mercado de Letras.

Fiorentini, D. & Miorim, M. A. (Orgs.). (2001). *Por trás da porta, que matemática acontece?* Campinas: Gráfica da FE/Unicamp.

Freitas, M. A. de. (2002). *Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio*. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Guillermo, M. A. S. (1992). Problemas algebraicos de los egresados de educación secundaria. *Educación Matemática*, 4 (3), 43-50.

Hoch, M. & Dreyfus, T. (2004). Structure sense in high school algebra: the effect of brackets. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Bergen, Norway.

Kaiber, C. T. & Groenwald, C. L. O. (2006). Formação continuada de professores de matemática: investigando e renovando a prática escolar. *Anais do 3º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Águas de Lindóia, SP, Brasil.

Kirshner, D. (2001). The structural algebra option revisited. In R. Sutherland et al. (Orgs.), *Perspectives on school álgebra* (pp. 83-98). Dordrecht: Kluwer.

Linardi, P. R. (2006). *Rastros da formação matemática na prática profissional do professor de matemática.* Tese de Doutorado, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.

Oliveira, A. M. P. (2007). Os professores e as situações de tensões no fazer modelagem matemática. *Anais do 11º Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*, Curitiba, PR, Brasil.

Onuchic, L. de la R. & Allevato, N. S. G. (2004). Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In M. A. V. Bicudo & M. C. Borba (Orgs.), *Educação Matemática: pesquisa em movimento* (pp. 213-231). São Paulo: Cortez.

Perego, F. (2006). *O que a produção escrita pode revelar? Uma análise de questões de matemática*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, Brasil.

Pinto, N. B. (1998). *O erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar*. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Pochulu, M. D. (2004). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Ibero-Americana de Educación,* 35 (4). Acesso em 05 abril 2009, http://www.rieoei.org/deloslectores/849Pochulu.pdf.

Polya, G. (1972). Ideas y objetivos fundamentales de la educación. *Conceptos de Matemática*, 6 (21), 4-9.

Ribeiro, A. J. (2001). *Analisando o desempenho de alunos do ensino fundamental em Álgebra, com base em dados do SARESP*. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Rio Grande do Sul. (2007). Secretaria da Educação. *Boletim Pedagógico de Avaliação da Educação: SAERS 2007*. Acesso em 29 abril 2009, http://www.educacao.rs.gov.br/pse/html/saers.jsp?ACAO=acao3

Rocha, L. P. (2005). *(Re)constituição dos saberes de professores de Matemática nos primeiros anos de docência.* Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

Santos, V. M., Teixeira, L. R. M. & Morelatti, M. R. M. (2003). Professores em formação: as dificuldades de aprendizagem em matemática como objeto de reflexão. *Anais do 2º Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Santos, SP, Brasil.

Segura, R. de O. (2005). *Estudo da produção escrita de professores em questões discursivas de matemática.* Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, Brasil.

Wilson, S. M., Floden, R. E. & Ferrini-Mundi, J. (2001). *Teacher preparation research: current knowledge, gaps, and recommendations.* Acesso em 10 abril 2009, http://depts.washington.edu/ctpmail/PDFs/TeacherPrep-WFFM-02-2001.pdf.