Registros de representação semiótica e o estudo de funções

Luísa Silva **Andrade**
Faculdade Cenecista de Osório
Brasil
luisaandrade1@yahoo.com.br
Carmen Teresa **Kaiber**
Universidade Luterana do Brasil
Brasil
kaiber@ulbra.br

Comunicação

Resumo

Este artigo apresenta um estudo sobre as transformações semióticas realizado por acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil, no mesmo registro (tratamento) e/ou em registros distintos (conversão), acerca do objeto matemático Função, que é abordado em diferentes momentos ao longo da Educação Básica. Estes resultados são oriundos da aplicação de uma atividade proposta sobre Funções Reais, nas disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I. As respostas apresentadas foram analisadas tendo como referência a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval. O estudo fundamenta-se na importância dos registros de representação semiótica para o processo de ensino e aprendizagem de Funções e busca enfatizar a necessidade de articulação do pensamento entre as várias representações deste objeto matemático.

Palavras chave: Transformações, representações semióticas, acadêmicos, função, processo de ensino e aprendizagem.

Introdução

A capacidade de dominar variações de grandeza, de manipular notações matemáticas gráficas e/ou numéricas é uma habilidade indispensável que deve ser gradativamente construída para que o sujeito possa internalizar determinados conhecimentos matemáticos. No entanto, Buriasco, Cyrino e Soares (2003) mencionam que o ensino da Matemática, na escola, ainda é incompreensível para muitos estudantes, pois se limita à transmissão de regras e procedimentos-padrão, sem preocupar-se com o entendimento e a compreensão do educando.

De acordo com Kaiber (2002), este aspecto é ratificado pelo modo como o conceito de Função foi e ainda continua sendo construído ao longo da Educação Básica, baseado na ideia elementar de par ordenado e no estabelecimento de relações entre conjuntos. Dessa forma, se apresenta ao aluno como um conjunto de conhecimentos abstrato, formal e distanciado da construção de suas possíveis representações, tais como a linguagem e o simbolismo, sendo que estes elementos servem de base para o entendimento de um objeto matemático, dentro da teoria de Raymond Duval (2004).

Segundo o autor, a teoria dos registros de representação semiótica pode ser vista pelo docente, como uma opção para auxiliar na compreensão de como melhor organizar situações de aprendizagem na disciplina. Esclarece, ainda, que a apropriação de conhecimentos necessita da noção de representação, a qual possibilita a interação entre o indivíduo e as atividades cognitivas de pensamento, permitindo registros de representação diversificados acerca de um mesmo objeto matemático.

Por isso, para a realização desta investigação, optou-se por acadêmicos de licenciatura e pelo objeto matemático Função, visto que, os estudantes o confundem com sua representação, ou seja, a notação f(x) passa ser por si só a função, o que se considera um entrave para a aprendizagem desse conceito. Com isso, entende-se que, a variedade de registros que um indivíduo é capaz de expressar acerca de um determinado conhecimento depende necessariamente do trabalho que foi desenvolvido com ele, enquanto discente, ao longo de seus estudos.

Os resultados que serão apresentados no presente artigo são oriundos da aplicação de uma atividade sobre Funções Reais, nas disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, junto a um grupo de acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Luterana do Brasil. As respostas apresentadas foram analisadas tendo como referência a teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval.

Aspectos da teoria dos registros de representação semiótica

De acordo com Duval (2004), o sujeito só apropria-se de um determinado objeto matemático se recorrer à noção de representação, uma vez que a Matemática trabalha com objetos abstratos. O autor menciona que, "os números, as funções, as retas, etc, são objetos matemáticos; e as escritas decimal ou fracionária, os símbolos, os gráficos, etc, são algumas de suas representações" (Duval, 2004, p. 14).

Duval (2003), também destaca a importância dos registros de representação semiótica na evolução do pensamento matemático, dizendo que, "é suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição para a evolução do pensamento matemático" (Duval, 2003, p. 13).

As transformações dos registros de representação semiótica, podem ser classificadas em dois tipos: tratamentos e conversões. Damm (2002) sintetiza as palavras de Duval, mencionando que o tratamento está diretamente relacionado à forma e não ao conteúdo do objeto matemático em estudo. Por exemplo, o cálculo é uma forma de tratamento próprio às escritas simbólicas (cálculo numérico, cálculo algébrico). E a conversão de uma representação ocorre entre registros diferentes. Ela é a modificação de uma representação para outra, em um outro registro, porém, conservando o mesmo objeto matemático. Ilustra-se a atividade de conversão, através da passagem de uma representação lingüística para uma representação figural acerca de um determinado objeto matemático.

Entretanto para Duval (2004), o grande problema da aprendizagem em Matemática é que o educando não consegue reconhecer o mesmo objeto através dos diversos sistemas semióticos de representação e o confunde com sua representação. Dentro desse contexto, entende-se que o autor ressalta, na aprendizagem da Matemática, a interdependência entre *noesis* e *semiosis*, ou seja, entre a "aquisição conceitual de um objeto e a representação realizada por meio de signos"

(D'Amore, 2005, p. 58). Duval (2004) ainda enfatiza que a apreensão conceitual (*noesis*) implica, necessariamente, a coordenação dos registros de representação semiótica, para que dessa forma, o sujeito possa distinguir o representante e o representado. O próprio autor ratifica esse comentário:

> [...] o salto qualitativo ligado à coordenação dos registros dos alunos, conduz a pensar que o laço entre semiosis e noesis é muito mais estreito e mais profundo do que geralmente admite-se. A compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio das diferentes formas de raciocínio, as interpretações dos enunciados, estão intimamente ligados a mobilização e a articulação de alguns registros de representação semióticos. A conversão dessas representações depende dessa coordenação [...] (Duval, 2004, p. 18).

Assim, o autor propõe que se estabeleçam situações de aprendizagem que favoreçam a coordenação dos registros de representação semiótica, onde o sujeito faça uso de diferentes registros de representação semiótica sobre um determinado objeto matemático. Assim, o processo de ensino e aprendizagem da Matemática é visto como uma construção, cujo papel do professor é ser um intermediário desse processo, onde é preciso primeiro representar, em seguida tratar e posteriormente converter.

Análise da produção dos acadêmicos e as transformações semióticas

A análise das respostas apresentadas pelos estudantes foi realizada sob a luz da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval (2004), que enfoca a necessidade de uma diversidade de registros de representação de um mesmo objeto e a articulação entre estes registros como suporte para a apropriação do conhecimentos matemático.

Segundo Duval (2003), é necessário considerar a natureza dos registros de representação, podendo os mesmos ser monofuncionais ou plurifuncionais. Os primeiros tratam de elementos que são algoritmizáveis e os segundos, de elementos que não são algoritmizáveis. O autor, ainda afirma que, as dificuldades levantadas na aprendizagem da Matemática diferem de acordo com a natureza dos registros e as exemplifica através das transformações de registros (tratamentos e conversões).

> No que se refere aos tratamentos, as dificuldades mais séries concernem aos registros plurifuncionais, como se pode ver em geometria com as demonstrações feitas em língua natural e com a utilização heurística das figuras. O mesmo ocorre para atividade de conversão: ela pode ser mais complexa se houver a necessidade ou não de passagens entre os registro monofuncional e plurifuncional (Duval, 2003, p. 25).

Dessa forma, com a aplicação da atividade sobre Funções nas turmas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, objetivou-se captar elementos que constatem a realização de transformações pelos acadêmicos, bem como identificar a variedade de registros de representação que os mesmos conseguem articular acerca desse objeto matemático. Optou-se por estas disciplinas, pois as mesmas possuem diferentes objetivos matemáticos, onde a disciplina de Aplicada I é trabalhada de forma mais prática, algorítmica e a disciplina de Avançada I é mais axiomática.

A questão foi aplicada em vinte e quatro acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I e trinta e sete estudantes da disciplina de Matemática Avançada I pertencentes ao Curso de

Licenciatura em Matemática da ULBRA. Salienta-se que, dos trinta e sete estudantes da disciplina de Matemática Avançada I, apenas vinte e nove responderam essa atividade. Assim, 08 alunos não responderam a questão por motivos distintos, 05 não tiveram interesse e 03 não compareceram na aula no dia em que o instrumento foi aplicado. Durante a aplicação do mesmo, não houve nenhuma intervenção pedagógica por parte de pesquisadora.

Destaca-se, ainda, que em vários momentos, durante a análise dessa atividade, são mostradas as soluções elaboradas pelos acadêmicos das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I. As mesmas são caracterizadas com notações diferenciadas com relação aos acadêmicos e à disciplina. Dessa forma, os acadêmicos são distinguidos pelas letras maiúsculas do alfabeto e as disciplinas por numerais, onde o numeral 1 serve como referência para a disciplina de Matemática Aplicada I e o numeral 2, para a disciplina de Matemática Avançada I.

Atividade proposta: Seja a função[1] $f(x) = x^2$

a) Apresente os conjuntos domínio e imagem dessa função.

b) Sabendo que, para um domínio conveniente, a função inversa à $f(x) = x^2$ é $g(x) = \sqrt{x}$, estabeleça esse domínio e, a seguir, o domínio e a imagem de g(x), justificando-os.

c) Esboce, em um único plano cartesiano, o gráfico das funções f e g e explicite, geometricamente, como se pode obter o gráfico de uma delas a partir da outra.

A atividade apresenta-se descrita nos registros simbólico-algébrico e língua natural. Envolve, necessariamente, duas transformações de tratamento dentro do registro simbólico-algébrico (itens a e b) e uma de conversão a partir do registro simbólico-algébrico para o registro gráfico (item c).

O primeiro tratamento (item a), refere-se se a noção de domínio e imagem para uma função quadrática. Já o segundo tratamento (item b), aborda o estabelecimento do domínio de $f(x) = x^2$, a fim de que ela seja inversa de $g(x) = \sqrt{x}$ e o domínio e a imagem de $g(x) = \sqrt{x}$. O item c, que trata de uma atividade de conversão do registro simbólico-algébrico para o registro gráfico, diz respeito à noção de inversibilidade de funções a partir da reflexão em torno da reta f(x) = x.

Dessa forma, com relação aos acadêmicos da disciplina de **Matemática Aplicada I,** pode-se mencionar que o primeiro tratamento (item a), proposto na atividade, foi realizado corretamente por 14 (58%) estudantes que estabeleceram um domínio real e uma imagem real não negativa para a função $f(x) = x^2$. Desses, 09 (37%) também realizaram uma conversão ao esboçar o gráfico da função f(x), passando do registro simbólico-algébrico para o registro gráfico. Essa conversão é apresentada, na figura 1, por meio da produção de um estudante.

1 Fonte: Mariani, R. de C. P. (2004). O estudo de funções: uma análise através dos registros de representação semiótica. *Educação Matemática em Revista*, 6(06), 49-58.

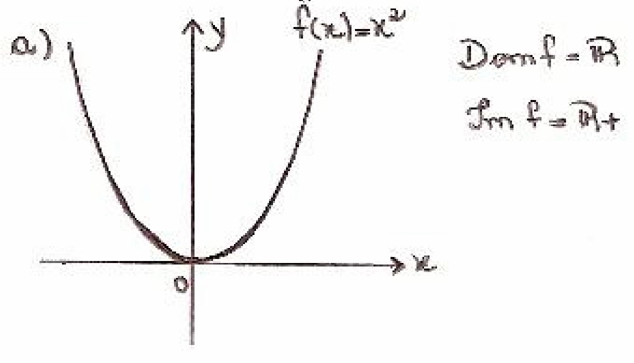


Figura 1. Produção do acadêmico A1

Considera-se que os demais discentes (10) não responderam satisfatoriamente a esse item, pois não definiram o domínio e a imagem para f(x), cometendo erros de notação (2), limitando-se a trabalhar no domínio da função apenas com o conjunto dos números inteiros (04) ou naturais (04). Salienta-se que os acadêmicos os quais utilizaram somente o conjunto dos números inteiros ou naturais ilustraram o domínio e a imagem da função f(x) através da representação de conjuntos (02), tabelas (02) e diagramas (04).

Conjectura-se que esses estudantes não consideraram os números reais para resolverem a questão. Esse fator evidencia a concepção dos mesmos sobre a noção de função em relação ao seu domínio. De acordo com Mariani (2004), que realizou um estudo sobre funções a partir da ótica dos registros de representação semiótica, várias pesquisas e experiências anteriores apontam que os alunos usam, em sua maioria, números inteiros, muito mais os positivos do que os negativos para a construção do conceito de função.

Já o segundo tratamento (item b), dentro do registro simbólico-algébrico, foi realizado corretamente por 08 (33%) acadêmicos que delimitaram um domínio real não negativo, para que f(x) tenha inversa. Da mesma forma, esses estudantes estabeleceram, de forma satisfatória, o domínio e a imagem real não negativa para a função g(x). Também salienta-se que, desses estudantes, 05 (21%) realizaram a atividade de conversão ao esboçar através do registro gráfico a função g(x). A figura 2 mostra a atividade de conversão realizada por um desses acadêmicos:

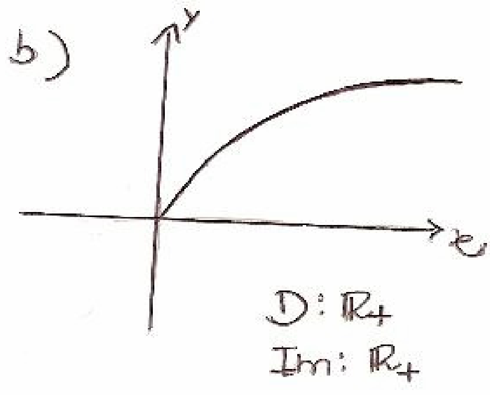
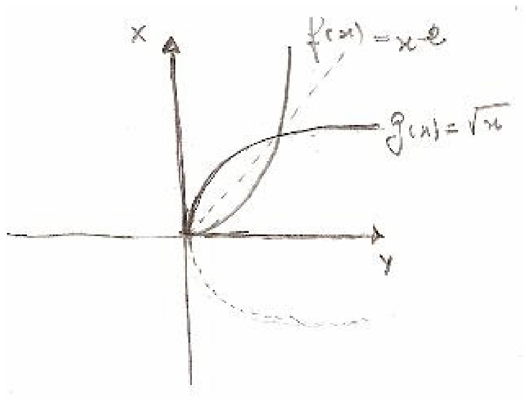


Figura 2. Produção do acadêmico D1

Verifica-se que, 04 discentes não responderam a esse item e 12 o efetuaram de forma incompleta ou incorreta. Desses, 05 acadêmicos estabeleceram somente o domínio e a imagem da função g (x) e não a relacionaram com o domínio de f(x), 04 estudantes apontaram-na como domínio e imagem da g(x), somente os números inteiros positivos e 03 discentes estabeleceram o conjunto dos números complexos para a imagem da função g(x).

Percebe-se que, matematicamente, esse item amplia a discussão sobre domínio, pois se refere ao domínio e imagem de uma função que não possui inversa em todo domínio real, sendo necessário estabelecer uma restrição inversível.

Já a atividade de conversão proposta no item c foi realizada corretamente por 09 (37%) acadêmicos que fizeram o esboço de um gráfico contendo a função $f(x) = x^2$ e sua inversa $g(x) = \sqrt{x}$, ou seja, fizeram a restrição no domínio, para que f (x) seja inversível. Desses, 01 estudante realizou outra conversão para o registro em língua natural, explicando geometricamente a situação proposta. A figura 3 exemplifica essa conversão realizada:



Explicação geométrica:

"Nesse caso, como a função inversa a $f(x) = x^2$ é $g(x) = \sqrt{x}$, podemos fazer uma reflexão a partir do eixo de simetria".

Figura 3. Produção do acadêmico F1

Dos estudantes analisados, 04 estudantes não responderam a esse item e os outros 11, que fizeram essa atividade de conversão, consideraram todo o domínio real para a função f (x), logo não determinaram em que parte do domínio a mesma possui inversa. Desses, 06 realizaram uma conversão, utilizando o registro tabela para marcar os pontos no gráfico.

Salienta-se que esses acadêmicos possuem noção do que é ser função inversa, mas consideraram as funções f (x) e g(x) apenas dentro do conjunto dos números naturais. Ilustra-se essa afirmação com a fala de um estudante com relação a esse item: "quando trabalhamos com números naturais, o domínio de g(x) vai e volta exatamente ao domínio de f(x), então a função inversa é exatamente isso, ela trás de volta, ou seja, ela volta exatamente de onde partiu". A figura 4 apresenta sua produção.

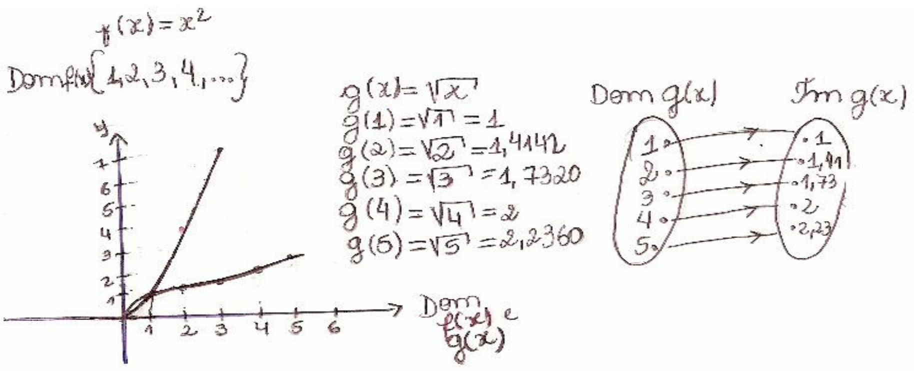


Figura 4. Produção do acadêmico G1

Dessa forma, pode-se constatar que, mesmo apresentando soluções de forma equivocada, contendo erros conceituais, os acadêmicos da disciplina de Matemática Aplicada I se utilizam de representações para expressar seu pensamento sobre funções.

Já, dos estudantes pertencentes à disciplina de **Matemática Avançada I**, pode-se inferir que, no tratamento dentro do registro simbólico-algébrico (item a), 18 (62%), estudantes estabeleceram um domínio real e uma imagem real não negativa para a função $f(x) = x^2$.

Verificou-se, ainda, que 08 (27%) desses realizaram uma conversão ao utilizar o registro gráfico e/ou tabela para complementar sua resposta. A figura 5 ilustra a produção de um acadêmico.

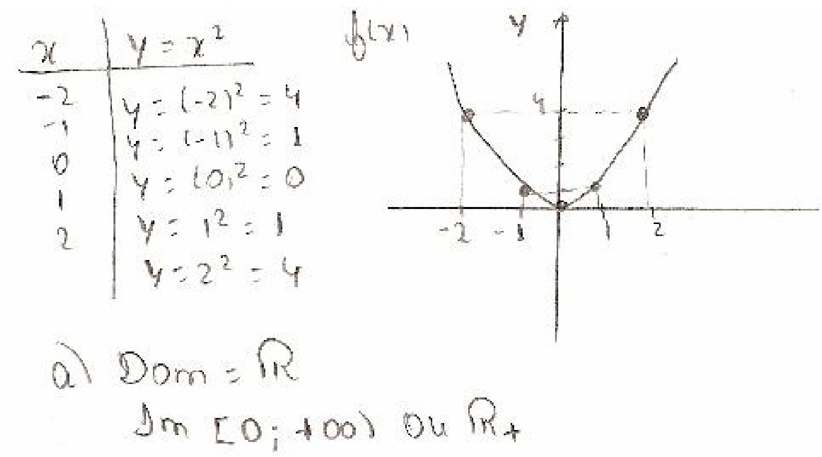


Figura 5. Produção do acadêmico A2

Os outros 11 discentes que responderam a esse item o fizeram incorretamente. Desses, 05 estudantes consideraram o domínio e a imagem da função $f(x) = x^2$ somente dentro do conjunto dos números naturais e 04 no conjunto dos números inteiros. Houve 02 acadêmicos os quais expressaram a imagem da função f(x) através do intervalo aberto entre zero e infinito.

O segundo tratamento (item b), dentro do registro simbólico-algébrico, foi realizado por 17 acadêmicos, que estabeleceram, corretamente, o domínio e a imagem real não negativa para a função $g(x) = \sqrt{x}$. Desses, apenas 10 (34%) alunos também delimitaram um domínio real não negativo para que f(x) seja inversa de g(x). Salienta-se que, dos 10 estudantes os quais fizeram o domínio e imagem de g(x), 08 (27%) os ilustraram por meio dos registros: gráfico (05) e tabela (03). As figuras 6 e 7 mostram essas conversões através das soluções de dois acadêmicos:

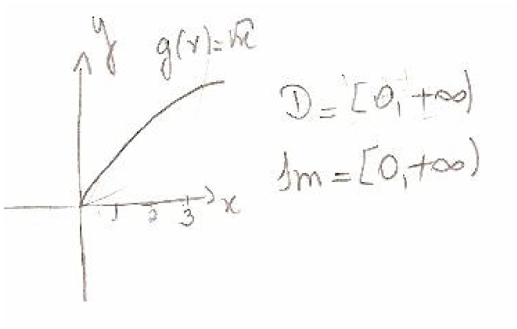


Figura 6. Produção do acadêmico D2

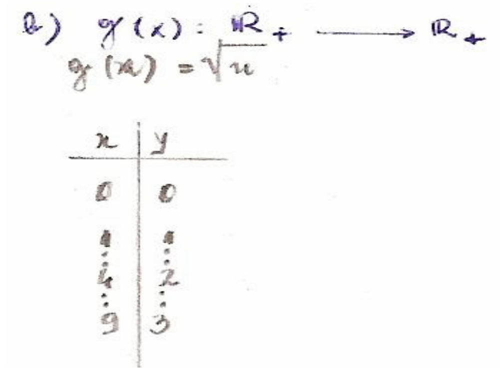
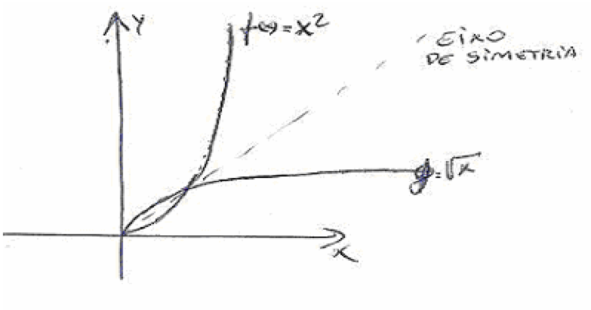


Figura 7. Produção do acadêmico E2

Houve 05 discentes os quais não responderam a esse item e 07 o efetuaram de forma incorreta. Desses, 05 estudantes apontaram, como domínio e imagem da g(x), somente os números naturais e 02 discentes estabeleceram o intervalo aberto de zero a infinito para a imagem da função g(x).

O item c, que trata de uma atividade de conversão do registro simbólico-algébrico para o registro gráfico, foi respondido corretamente por 11(38%) acadêmicos, que fizeram o esboço de um gráfico contendo a função $f(x) = x^2$ e sua inversa $g(x) = \sqrt{x}$, ou seja, fizeram a restrição no domínio para que f (x) seja inversível. Desses, 02 estudantes, realizaram outra conversão para o registro em língua natural, explicando geometricamente a situação proposta. A figura 8 mostra essa conversão.



Explicação geométrica :

"geometricamente pode haver uma reflexão a partir do eixo de simetria ou algebricamente seja $f(x) = x^2$ *é igual a* $y = x^2$, $x = \pm\sqrt{y}$ *para ser inversa* $y = \pm\sqrt{x}$ *, mas será um gráfico que não será função, portanto* $y = \sqrt{x}$ *ou* $y = -\sqrt{x}$ *de acordo com o domínio da* $f(x) = x^2$ *que for tomado".*

Figura 8. Produção do acadêmico F2

Um grupo de 08 estudantes não responderam a esse item e os outros 10, que fizeram essa atividade de conversão, consideraram todo o domínio real para a função f (x), logo não delimitaram em que parte do domínio a mesma possui inversa.

Diante do exposto acima, apresenta-se a totalização, em termos numéricos, das transformações realizadas pelos alunos das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, conforme a tabela 1. Salienta-se que são apontadas as soluções elaboradas corretamente pelos estudantes, conforme o que foi solicitado em cada item. Ainda, apresentam-se (destacado em itálico e negrito na tabela), conversões que foram realizadas pelos acadêmicos sem que tivessem sido solicitadas ou, necessariamente, devessem ser realizadas para a solução da atividade proposta.

Tabela 1

Distribuição do número de transformações realizadas pelos discentes na questão

Disciplinas/ Transformações / **Itens**	**Aplicada I (n=24)**		**Avançada I (n=29)**	
	Tratamento	Conversão	Tratamento	Conversão
a	14 (58%)	***09 (37%)***	18 (62%)	***08 (27%)***
b	08 (33%)	***05 (21%)***	10 (34%)	***08 (27%)***
c	———	09 (37%)	———	11 (38%)

Os dados da tabela 1 revelam que os acadêmicos das duas disciplinas apresentam desempenhos bem próximos, embora fosse esperado um melhor resultado da turma de Matemática Avançada I, pois esses estão em um semestre mais adiantado e já trabalharam mais com essas noções sobre funções ao longo do Curso.

Embora não fosse objetivo da investigação identificar e analisar os erros cometidos pelos alunos, isso se tornou necessário para realizar a análise desejada. Com relação à atividade, considera-se que o desempenho dos alunos foi fraco, visto que se tratava de uma questão que envolvia noções básicas sobre funções, por isso a expectativa era de um desempenho melhor.

Assim, pode-se inferir, de acordo com Duval (2004), que as representações são parciais em relação ao que representam e que um registro não contempla todos os aspectos de um determinado conhecimento. Por isso, novamente, enfatiza-se a necessidade de se trabalhar, pedagogicamente, com diversos registros de representação, principalmente, acerca do objeto matemático função.

Dessa forma, apesar da diversidade de registros elaborados pelos acadêmicos das duas disciplinas, com inclusão de algumas conversões espontâneas, fazendo uso dos registros diversificados, percebeu-se que muitos desses estudantes utilizam-se do conjunto dos números inteiros e/ou naturais para definirem o domínio de funções reais. Eles, também não levam em consideração o fato de que, geometricamente, se obtém o gráfico de funções inversas a partir da reflexão em torno da reta $f(x) = x$ e fazem uso equivocado de notações, expressando símbolos de forma incorreta.

Ainda, segundo Duval (2004), os tratamentos podem ser utilizados de forma mais econômica, a fim de minimizar procedimentos, efetuando-os de maneira mais simples. Com isso, percebe-se que muitos estudantes, embora realizassem corretamente os tratamentos nos itens a e b, os fizeram através de diagramas e tabelas, ou seja, não optaram por realizar essa economia. Isso possibilita inferir que os mesmos não são orientados a organizarem-se cognitivamente de forma mais rápida e simples. Para o autor, essa economia está relacionada à aproximação com a língua natural e a forma mais simples de resolver um determinado problema.

Conclusão

A partir das transformações realizadas e das variedades de registros de representação semiótica apresentados na resolução da atividade aplicada nos acadêmicos pertencentes às disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática Avançada I, pode-se inferir que as representações semióticas mais utilizadas foram algébrica, gráfica e língua natural. Cada uma dessas possui características e funções distintas que, em conjunto, visam enriquecer o processo de construção do conhecimento.

Assim, percebe-se que as dificuldades apresentadas pelo total de 17 acadêmicos envolvendo as duas disciplinas relacionam-se aos conjuntos numéricos, sua representação e suas propriedades, tais como ordem, continuidade. Além disso, muitos destes estudantes possuem a visão de que uma atividade matemática necessita ser algoritmizada, pois embora tenham construído tabelas ou uma outra representação para os conjuntos domínio e imagem das funções, não interpretaram o resultado obtido.

Dessa forma, pode-se mencionar que os acadêmicos das duas disciplinas realizam transformações semióticas na resolução de suas atividades, mas o fazem, em sua maioria, de maneira intuitiva. Assim, há evidências de que os mesmos conhecem, isoladamente, os diferentes tipos de registros, mas não fazem uso da articulação entre os mesmos para representação do pensamento matemático, pois quando solicitados a representar de diferentes formas a mesma ideia, a maioria não o fez corretamente.

Assim, a partir desta teoria e do estudo realizado, cojectura-se que, grande parte das dificuldades dos estudantes em Matemática, ao longo da Educação Básica e no Ensino Superior, se assenta sobre o fato de que os mesmos não conseguem coordenar sobre um determinado conhecimento matemático os diversos registros de representação. Possuem o domínio isolado de uma determinada representação e o tratamento específico que a mesma requer, mas tornam-se incapazes de articular estas representações para estabelecer uma apreensão do objeto matemático que está sendo trabalhado.

Esta afirmação entra em consonância com os aspectos levantados pelo trabalho desenvolvido por Barufi e Lauro (2001) sobre funções, onde as autoras relatam que os entraves epistemológicos desse tema estão associados à existência de variável, dependência de variáveis e, que, perpassa a condição de estudante, estendendo-se a de professor.

Segundo Flores (2006), a utilização das representações semióticas está vinculada ao embasamento teórico de professores e alunos com relação ao ato de aprender e ensinar, suas experiências pedagógicas e, principalmente, ao engajamento em modificar e ampliar o processo de ensino e aprendizagem acerca dos conhecimentos matemáticos.

Assim, considerando o grau de complexidade do tema função, entende-se que, deve-se organizar um trabalho que além de desenvolver suas noções básicas, permita ao discente transitar entre essas concepções. Ainda, considera-se que, a teoria dos registros de representação semiótica constitui um aporte teórico relevante para a organização de uma ação pedagógica voltada ao processo de ensino e aprendizagem desse objeto matemático.

Bibliografia e referências

Barufi, M. C. B., & Lauro, M. M. (2001). *Funções elementares, equações e inequações*: uma abordagem utilizando microcomputador. São Paulo: CAEM – IME/USP.

Buriasco, R., Cyrino, M. C., & Soares, M. T. (2003). A avaliação em Educação Matemática: estudo da produção de alunos em Matemática. *Anais do II Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Santos, São Paulo.

D'Amore, B. (2005). *Epistemologia e Didática da Matemática.* São Paulo: Escrituras.

Damm, R. F. (2002). Registros de Representação. In S. D. A. Machado *et al*. (Org.). *Educação Matemática: uma introdução.* (2a ed., pp. 135 – 153). São Paulo: Educ.

Duval, R. (2004*). Semiosis y Pensamiento Humano: Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales.* Universidad del Valle: PeterLang S. A.

______. (2003). Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In S. D. A. Machado. (Org.). *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.* (pp. 11-33). Campinas: Papirus.

Flores, C. R. (2006). Registros de Representação Semiótica em Matemática: história, epistemologia, aprendizagem. *Bolema,*19(26), 78-102.

Kaiber, C. T. (2002). A prática de resolução de problemas no estudo das funções reais. *Anais do IV Simpósio de Educación Matemática*, Chivilcoy, Argentina.

Mariani, R. de C. P. (2004). O estudo de funções: uma análise através dos registros de representação semiótica*. Educação Matemática em Revista*, 6(06), 49-58.