

# CREACIÓN DE PROBLEMAS SOBRE COMPOSICIÓN DE FUNCIONES USANDO APPLETS

**Elton Barrantes**

**Maritza Luna**

**Marco Solorzano**

ejbarran@pucp.edu.pe, luna.m@pucp.edu.pe, marco.solorzano@pucp.edu.pe

Instituto de Investigación sobre Enseñanza de la Matemáticas, IREM-PUCP, Perú

## Resumen

*El presente taller tiene como objetivo principal la creación de problemas usando las TIC. Para esto se crearán applets utilizando el software GeoGebra. Particularmente se trabajará con problemas sobre composición de funciones. Para lograr ese propósito se aplicará la estrategia de creación de problemas por elaboración dada una situación (intramatemática o extramatemática), que comprende de una secuencia de actividades donde se incluye una situación, problema, reflexión didáctica, problema pre o pos (SPRP). Finalmente, los participantes socializarán sobre su experiencia en el taller.*

**Palabras clave:** Creación de problemas, función compuesta, applets, GeoGebra

## Introducción

La creación de problemas en los últimos años atrae la atención de diversos investigadores como Singer, Ellerton y Cai (2015), Felmer, Pehkonen y Kilpatrick (2016), entre otros debido a que motiva promover el aprendizaje, el desarrollo del pensamiento matemático y el estímulo de la creatividad en profesores y estudiantes (Malaspina, 2013). Además, el uso de la tecnología puede llegar a ser una poderosa herramienta para que los estudiantes y docentes logren crear diferentes representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus propias preguntas o problemas, lo que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas (Barrera & Santos, 2001). Por lo cual, el conocimiento de algunos procesos o applets podrán contribuir como mediador en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones y en particular de la composición de funciones.

La función compuesta es estudiada en el último año de la secundaria y luego en los primeros ciclos de nivel universitario, para luego utilizar en el cálculo diferencial e integral, donde surgen dificultades por la no identificación de la composición de funciones.

## Marco teórico

Para el taller utilizamos algunos planteamientos de la estrategia SPRP (Situación, Problema, Reflexión didáctica, Problema pre o pos) de creación de problemas para fortalecer la articulación entre competencias y conocimientos del profesor de matemáticas propuesta por Malaspina (2017) para la creación de problemas por elaboración dada una situación concreta (Malaspina, Mallar y Font, 2015). La estrategia SPRP que consideramos comprende las siguientes etapas: (1) presentar a los participantes una situación para crear problemas, (2) pedir a los participantes del taller, en parejas, crear y resolver un problema a partir de la situación dada (denominaremos a este problema como PG), (3) pedir que en parejas elaboren una configuración cognitiva de la solución del problema creado, (4) socializar y discutir los problemas creados y sus configuraciones asociadas, (5) solicitar a cada pareja de participantes que cree un nuevo problema relacionado con su PG. (se le denominará NPG). Puede ser – por decisión de la pareja – un Problema-pre, en el sentido de contribuir a comprender mejor y a resolver correctamente PG; o un Problema-pos, en el sentido de ser más retador que PG, que requiera mayor demanda cognitiva que PG. Cada pareja debe explicitar si creó un problema-pre o un problema-pos respecto a su PG. (6) Redactar una solución del problema creado (NPG). (7) Puesta en común del problema creado.

Se utilizarán constructos del EOS para describir algunos objetos matemáticos que intervienen en la creación de problemas como producto de una actividad matemática. Asimismo, considerando la propuesta de Torres (2016) y Malaspina (2017) se consideran los cuatro elementos básicos de un problema matemático: información, requerimiento, contexto (intramatemático o extramatemático) y entorno matemático.

## Metodología y diseño de actividades

Este taller se divide en dos momentos, con una duración de 40 minutos cada uno. En primer lugar, se presentan actividades para explorar e instrumentar la creación de applets. En segundo lugar, se propone la creación de problemas por elaboración a partir de una situación dada.

Para las actividades propuestas consideraremos la definición de composición de funciones dada a continuación:

La composición de  $f$  con  $g$ , denotada por  $f \circ g$ , es la función cuyo dominio consiste en los elementos  $x \in \text{Dom}(g)$  tales que  $g(x) \in \text{Dom}(f)$  y cuya regla de correspondencia es  $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ .

Si  $f$  y  $g$  son funciones reales de variable real, entonces la gráfica de  $f \circ g$  puede construirse partiendo de las gráficas de  $f$  y  $g$  como se muestra en la siguiente figura, siguiendo las instrucciones siguientes:

- Tome un número cualquiera  $x \in \text{Dom}(g)$ .
- Trace la recta vertical que pasa por  $(x, 0)$ . Esta recta intersecta a la gráfica de  $g$  en el punto  $(x, g(x))$ .
- La recta horizontal que pasa por  $(x, g(x))$  intersecta a la recta  $L: y = x$  en el punto  $(g(x), g(x))$ .

Si  $x \in \text{Dom}(f \circ g)$  entonces  $g(x) \in \text{Dom}(f)$  y la recta vertical que pasa por  $(g(x), g(x))$  **intersecará** a la gráfica de  $f$  en el punto  $(g(x), f(g(x)))$ . El punto  $(x, f(g(x)))$  se obtiene como el punto de intersección de la recta horizontal que pasa por  $(g(x), f(g(x)))$  y la recta que pasa por  $(x, 0)$ .

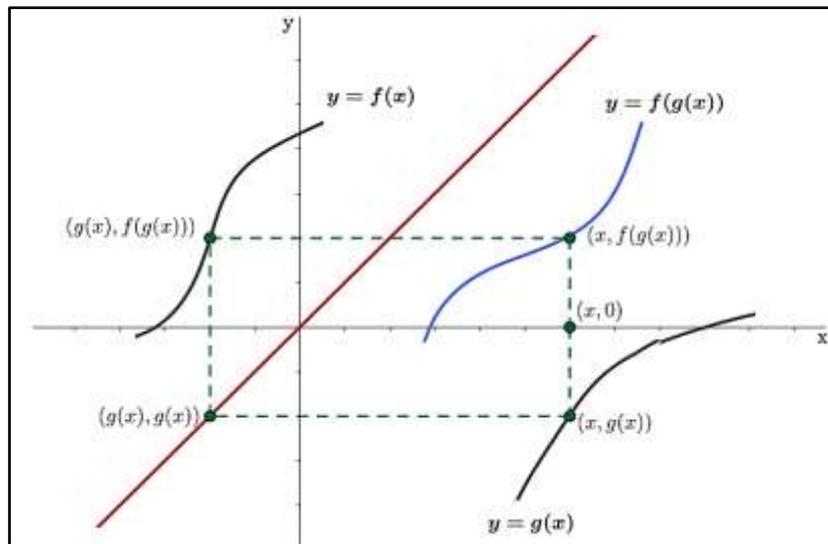


Figura 1. Grafica de una función compuesta

## Actividades para explorar la creación de applet

### Actividad 1

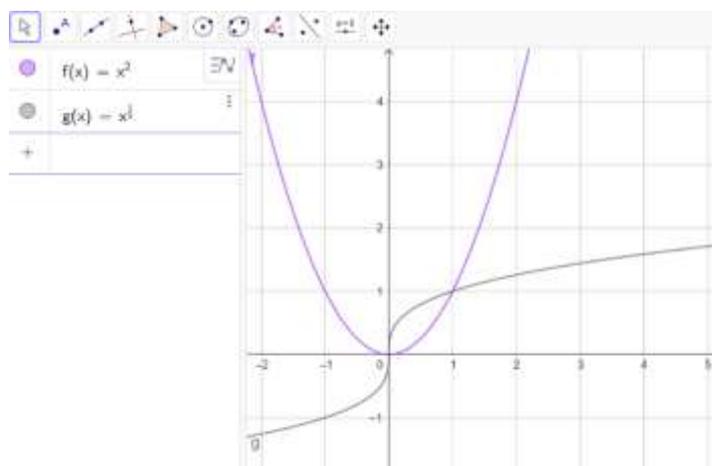
1. Ingrese en la barra de entradas las funciones  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = x^{1/3}$



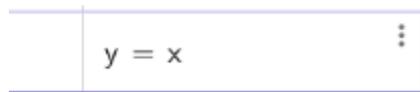
2. Digite las funciones



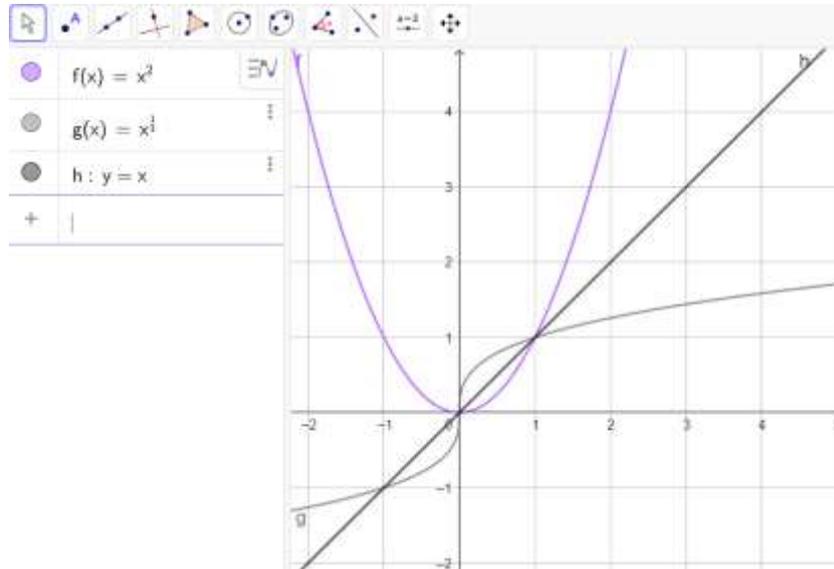
El resultado hasta el momento es



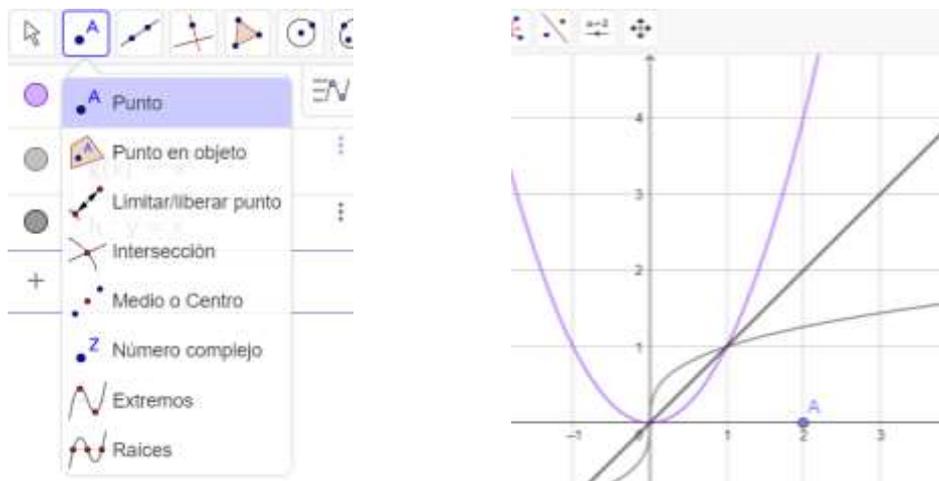
3. Ingrese en la barra de entrada la ecuación  $y = x$ .



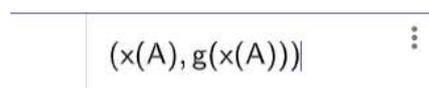
El resultado en este momento es



4. Inserte un punto A sobre el eje X, para ello seleccione punto en la barra de herramientas tal como se muestra en la figura.



5. Traslade verticalmente el punto A hacia la gráfica de  $g$ , para ello digite en la barra de entrada



6. Traslade horizontalmente el punto B hacia la recta  $y = x$ . Para ello digite en la barra de entrada

$(y(B), y(B))$

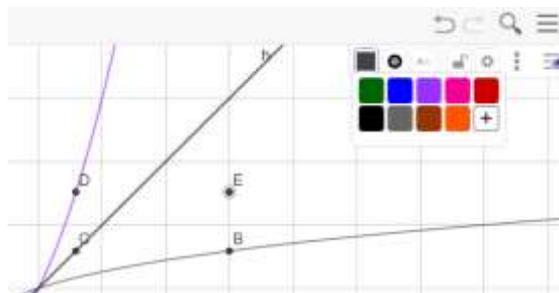
7. Traslade verticalmente el punto C hacia la gráfica de la función  $f$ . Para ello digite en la barra de entrada

$(x(C), f(x(C)))$

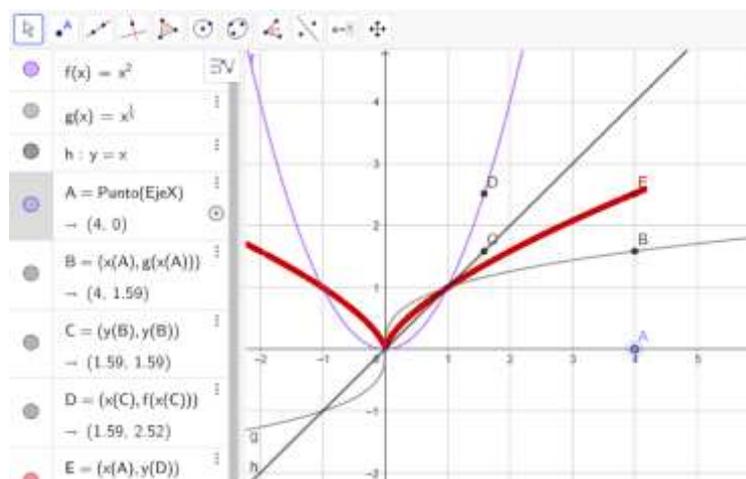
8. Tome un punto con la primera coordenada de A y la segunda coordenada de D.

$(x(A), y(D))$

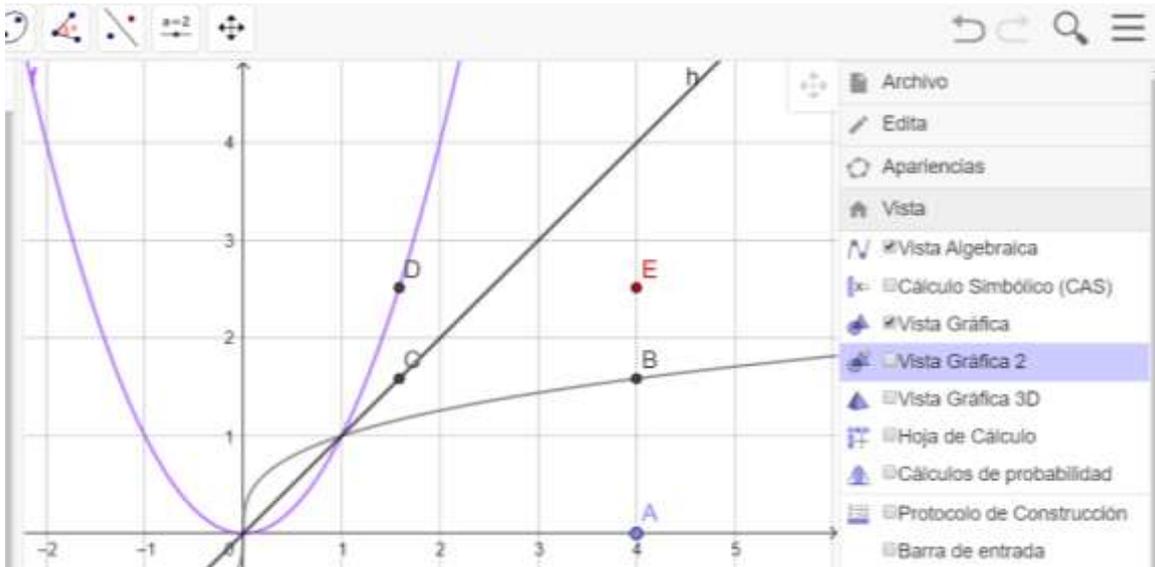
9. El punto E es un punto de la gráfica de la composición de funciones. Cambie de color para identificarlo de los otros puntos.



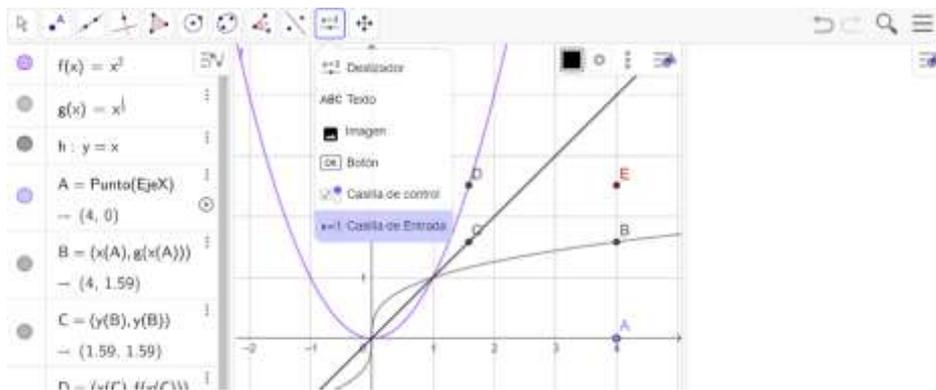
10. Arrastre el punto A y comente lo que sucede.
11. Seleccione el punto E, haga clic derecho y seleccione la opción rastro. Luego, arrastre el punto A. ¿Qué representa la gráfica obtenida con el rastro?



12. Si desea cambiar las funciones por otras, pero conservar el trabajo de los puntos, haga lo siguiente:
- En la barra de menú, seleccione la Vista Gráfica 2.



- Oculte los ejes coordenados de la Vista gráfica 2. Luego, en la barra de herramientas seleccione Casilla de Entrada, como se muestra en la figura.



- Coloque el puntero del mouse en un lugar de la Vista Gráfica 2, donde desea ubicar la entrada de las funciones. Luego, aparecerá el siguiente cuadro de diálogo.

Casilla de Entrada

Rótulo:

Objeto vinculado:

OK Cancela

- En Rótulo de la Casilla de Entrada, digite  $f(x) =$

Casilla de Entrada

Rótulo:

Objeto vinculado:

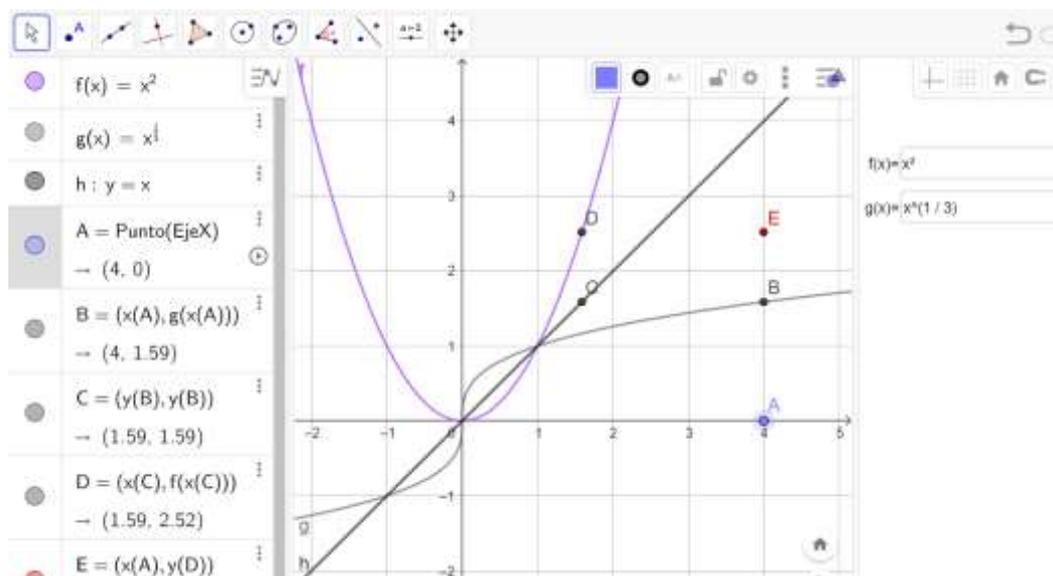
OK Cancela

- Desplace las opciones Objeto vinculado y seleccione  $f(x) = x^2$



- Repita el proceso para la función  $g$ .

El resultado final será



## Actividad 2

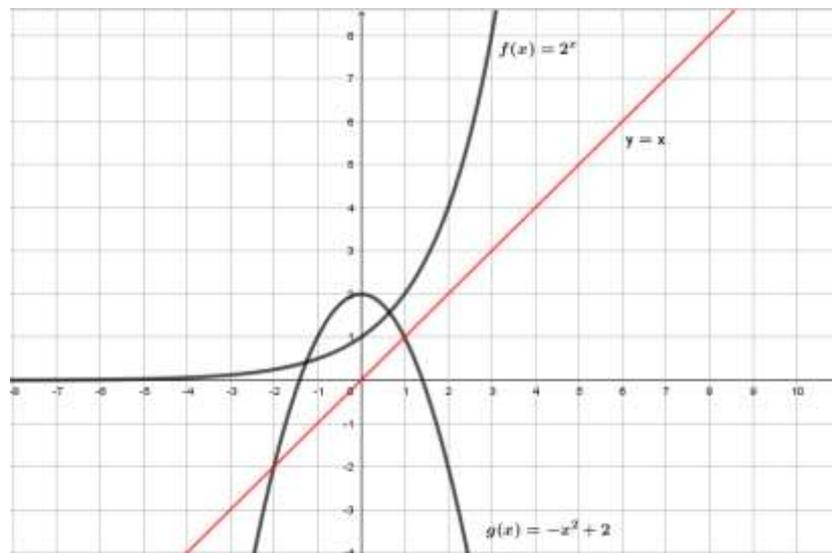
Grafique la función  $f \circ g$ , siendo  $f(x) = \frac{2}{x+1}$  y  $g(x) = x^2$ . Para ello repita el proceso indicado en la actividad 1.

## Creación de problemas por elaboración

Para la creación de problemas seguiremos las siguientes etapas: (1) presentar a los docentes participantes una situación para crear problemas, (2) pedir a los participantes del taller, en parejas, crear y resolver un problema a partir de la situación dada (denominaremos a este problema como PG), (3) pedir que en parejas elaboren una solución para el problema creado, (4) socializar y discutir los problemas creados y sus respectivas soluciones, (5) solicitar a cada pareja de participantes que cree un nuevo problema relacionado con su PG.

### Situación dada

Grafique la función  $f \circ g$ , siendo  $f(x) = 2^x$  y  $g(x) = -x^2 + 2$ . Considere los pasos descritos en la actividad 1.



Finalizar esta parte con la socialización de los problemas nuevos creados por las parejas participantes.

### Resultados esperados

Esperamos que los participantes se familiaricen con la creación de applets y logren crear nuevos problemas incorporando las TIC, como es el caso del GeoGebra ya que este ofrece herramientas potenciales para el desarrollo de la creatividad, el razonamiento lógico y la validación de conjeturas.

### Consideraciones finales

Consideramos relevante la creación de problemas por parte de los docentes pues a través de esta propuesta desarrolla habilidades matemáticas tales como la exploración, el descubrimiento, la elaboración, refutación y validación de conjeturas.

### Referencias

- Barrera, F. & Santos, M. (2001). Students' use and understanding of different mathematical representations of tasks in problem solving instruction. Proceedings of the Twenty Three Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 1, pp. 459-466. ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Felmer, P., Pehkonen, E. & Kilpatrick, J. (Eds.) (2016). *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives*. New York, NY: Springer
- Hasser, N., La Salle, J. P. y Sullivan, J. A. (1976) Análisis Matemático. Curso de Introducción Vol

## 1. Editorial Trillas

- Malaspina, U. (2017). La creación de problemas como medio para potenciar la articulación de competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. En J. M. Contreras, P. Arteaga, G. R. Cañadas, M. M. Gea, B. Giacomone y M. M. López-Martín (Eds.), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. Disponible en, [enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html](http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html)
- Malaspina, U., Mallart, A. & Font, V. (2015). Development of teachers' mathematical and didactic competencies by means of problem posing. En Krainer, K., & Vondrová, N. (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 9)*, (pp. 2861-2866). Prague, Czech Republic: ERME.
- Stewart, J. (2008). *Calculus: Early transcendentals*. Thomson Brooks/Cole Sixth edition.
- Singer, F., Ellerton, N. & Cai, J. (Eds). (2015) *Mathematical Problem posing. From research to effective practice*. New York: Springer