

UNA REFLEXIÓN SOBRE EL USO DE LA GEOMETRÍA DINÁMICA EN EL CONTEXTO ESCOLAR

Guadalupe Morales Ramírez*

Norma Rubio Goycochea**

gmorales28@alumnos.uaq.mx, nrubio@pucp.edu.pe

Universidad Autónoma de Querétaro, México*

Instituto de Investigación sobre Enseñanza de la Matemáticas, IREM-PUCP, Perú**

Resumen

Este taller tiene como objetivo que los profesores de matemáticas de secundaria o nivel medio superior (formación y profesionales) se familiaricen y reflexionen con el uso del software de geometría dinámica, mediante el desarrollo de actividades en el contexto de los teselados. Dichas actividades están orientadas a promover la construcción de teselados regulares aplicando ciertas herramientas del GeoGebra y considerando la conceptualización de las transformaciones isométricas (traslación, rotación y reflexión o simetría axial). Se espera que los profesores reflexionen sobre su práctica, objetos y procesos matemáticos; es decir, sobre aquellos conocimientos didáctico-matemáticos que ponen en juego cuando utilizan herramientas de geometría dinámica en el aula, ya que el uso del software puede favorecer u obstaculizar el proceso de aprendizaje de las matemáticas de sus alumnos.

Palabras clave: Geometría dinámica, Teselados, GeoGebra, Conocimiento Didáctico-Matemático

Introducción

La evolución tecnológica ha venido a transformar prácticas educativas, sobre todo, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Araya, 2007). En este sentido, la tecnología puede ser una gran herramienta para promover el razonamiento crítico y analítico en los estudiantes. De acuerdo con Ursini (2006) el uso de la tecnología como apoyo para el aprendizaje de las matemáticas, proporciona retroalimentación inmediata, lo que permite al alumno descubrir sus errores, analizarlos y corregirlos. Sin embargo, es necesario que los profesores sean conscientes de los objetos matemáticos que intervienen de manera explícita e implícita cuando incorporan el uso de tecnología digital, ya que son ellos quienes fungen el papel de mediadores entre el alumno y el uso de esta tecnología.

Actualmente las instituciones educativas de los diferentes niveles demandan competitividad a los docentes en el desarrollo de sus prácticas matemáticas, pues se espera que incorporen recursos tecnológicos que faciliten el aprendizaje del alumno, ya que además de dominar

competencias disciplinares también se requiere que amplíen sus conocimientos en la integración de recursos didácticos que fomenten y generen conocimiento en el alumno. De acuerdo con Godino (2009, p.14) "el conocimiento disciplinar no es suficiente para asegurar competencia profesional, siendo necesarios otros conocimientos de índole psicológica (cómo aprenden los estudiantes, conocer los afectos, dificultades y errores característicos). Los profesores deberían ser capaces también de organizar la enseñanza, diseñar tareas de aprendizaje, usar los recursos adecuados, y comprender los factores que condicionan la enseñanza y el aprendizaje". En el estudio propuesto por Font, V. et al. (2011), plantea una postura sobre las competencias genéricas y específicas que debiera desarrollar el profesor de secundaria de matemáticas, analizadas desde tres niveles de desarrollo. Una de las competencias genéricas que plantean está relacionada con "utilizar la tecnología digital en los ámbitos profesional y social como herramienta para un desempeño profesional adecuado y un desarrollo permanente". Esta competencia analiza el proceso de incorporación e implementación de la tecnología digital para el desarrollo de materiales didácticos o de referencia en la preparación de las clases de matemáticas del profesor, así como el uso que le da en el aula mediante el desarrollo de actividades y su interacción con los alumnos.

Considerando lo anterior, uno de los recursos digitales que favorece la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es la geometría dinámica, la cual permite la exploración y manipulación de objetos matemáticos a través de su herramienta de arrastre, permitiendo validar y explorar construcciones para producir y validar conjeturas (Arzarello, F., C. Micheletti, F. Olivero y O. Robutti, 1998; Olivero, 2003). En este sentido, el profesor debe reflexionar sobre su propia práctica matemática cuando integra la geometría dinámica, ya que va más allá de solo realizar construcciones o representaciones geométricas, pues los procesos matemáticos están implicados de forma longitudinal al utilizar este recurso tecnológico. Por tanto, la geometría dinámica viene a ser un medio semiótico que permite movilizar conocimientos con el fin de provocar la interiorización de objetos matemáticos.

En este taller centramos nuestra atención en el software de geometría dinámica GeoGebra, el cual fue implementado poco antes del año 2001 y está constituido principalmente por un "procesador geométrico" y un "procesador algebraico", capaz de combinar representaciones gráficas, simbólicas y algebraicas. Este software interactivo concentra la geometría con herramientas del álgebra y cálculo generando un ambiente de geometría dinámica; además, puede ser empleado para el estudio de la física, así como otras disciplinas.

El software GeoGebra es útil como herramienta tecnológica digital en los procesos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas, ya que permiten la construcción geométrica de algún objeto matemático que el alumno ha interiorizado o que debe de aprender mediante la manipulación y exploración de sus componentes.

El software GeoGebra se caracteriza por lo siguiente:

- Es un software matemático interactivo libre para la educación.
- Se encuentra disponible para múltiples plataformas, en distintas versiones de Windows, Linux, iOS, Android, etc.

- Ofrece hojas de cálculo y vistas que permiten alternar el uso de la aritmética, las representaciones algebraicas y gráficas, así como el cálculo estadístico.

El presente taller pretende crear un ambiente donde los profesores asistentes se familiaricen y reflexionen sobre las implicaciones existentes al momento de incorporar en sus clases el uso de la tecnología digital, en este caso la geometría dinámica (Geogebra). Principalmente, relacionados con aquellos objetos matemáticos previos, intervinientes y emergentes en la construcción de teselados regulares. Para el logro de este propósito se resolverán situaciones, donde se promueve la construcción de teselados regulares utilizando herramientas de transformaciones isométricas (traslación, rotación y reflexión) del Geogebra. Además, se pretende generar un ambiente reflexivo sobre las construcciones que se desarrollen, los objetos matemáticos emergentes e intervinientes en el desarrollo de su práctica matemática y las dificultades que pueden manifestar los alumnos cuando se aplican en el aula de clases.

Consideraciones teóricas

Las instituciones educativas están en continua búsqueda de que sus integrantes sean más competentes en diversas áreas de estudio, principalmente en el campo de las matemáticas, donde el principal actor sea el alumno, quien debe resolver problemas matemáticos que involucren procedimientos e interpretación de datos que los lleve a generar argumentaciones analíticas; es decir, competencias específicas y transversales correspondientes al saber matemático. Actualmente existe un acuerdo generalizado sobre el nivel de competencias que debe tener el profesor de matemáticas, estas competencias deben ser necesarias y suficientes para generar ambientes de aprendizajes enriquecidos por situaciones problemas y recursos didácticos que promuevan un aprendizaje significativo. Para ello, es conveniente describir las prácticas matemáticas como aquellas acciones operativas y discursivas descritas por el individuo o por la institución. Para el caso del profesor, diremos que son prácticas matemáticas personales, pues involucra todo lo que pueda hacer y decir referente al objeto matemático; es decir, el tipo de lenguaje, los procedimientos, las argumentaciones o proposiciones. Mientras que para las prácticas matemáticas institucionales se refiere al sistema de prácticas promovidas al resolver un campo de problemas, que a su vez son compartidas por una comunidad (Godino, Batanero y Font, 2007).

El Conocimiento didáctico matemático del profesor

Para que el profesor reflexione sobre sus propias prácticas matemáticas es necesario que sea consciente de sus conocimientos y de sus habilidades, en este caso, las que pone en juego cuando incorpora herramientas tecnológicas en el desarrollo de sus prácticas matemáticas. Para ello, hemos considerado el modelo del Conocimiento Didáctico Matemático (CDM) del profesor propuesto por Godino (2009) dentro del marco teórico del Enfoque Ontosemiótico (EOS). Dicho modelo constituye seis facetas (epistémica, cognitiva, mediacional, interaccional, afectiva y ecológica) o dimensiones que involucran el proceso de enseñanza y aprendizaje con relación a tópicos específicos de matemáticas. De esta forma asumimos este modelo como:

“la trama de relaciones que se establecen entre los distintos objetos matemáticos primarios (y los procesos de significación), que se ponen en juego en las prácticas operativas y discursivas del profesor, realizadas con el fin de resolver un determinado campo de situaciones

problemáticas para implementar procesos de instrucción eficaces (idóneos) que faciliten el aprendizaje de los estudiantes” (Pino-Fan, Godino y Font, 2011, p. 144).

La faceta epistémica corresponde a distribución a lo largo del tiempo de enseñanza y aprendizaje en relación con el significado institucional implementado (problemas, lenguajes, procedimientos, definiciones, propiedades, argumentos). La dimensión cognitiva corresponde al desarrollo de los significados personales (aprendizajes). Mientras que la faceta afectiva tiene que ver con la distribución de los estados afectivos (actitudes, emociones, afectos, motivaciones) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido. La interaccional se centra en las interacciones entre el profesor y los estudiantes orientadas a la fijación y negociación de significados. La faceta mediacional se relaciona con la distribución de los recursos tecnológicos utilizados y asignación del tiempo a las distintas acciones y procesos. Finalmente, la faceta ecológica corresponde al sistema de relaciones con el entorno social, político, económico, etc. que soporta y condiciona el proceso de estudio.

Nuestro interés está centrado en la faceta mediacional sin dejar de lado las otras facetas, ya que son los conocimientos que debe poner en juego el profesor para potenciar las herramientas tecnológicas durante su práctica matemática. En este sentido, debe generar una configuración didáctica que involucre el papel del alumno en relación con el contenido o la tarea a realizar, así como el modo de interacción que se da entre alumno- alumno, alumno-recursos o materiales que se requieren en la resolución de la tarea matemática y el tiempo asignado.

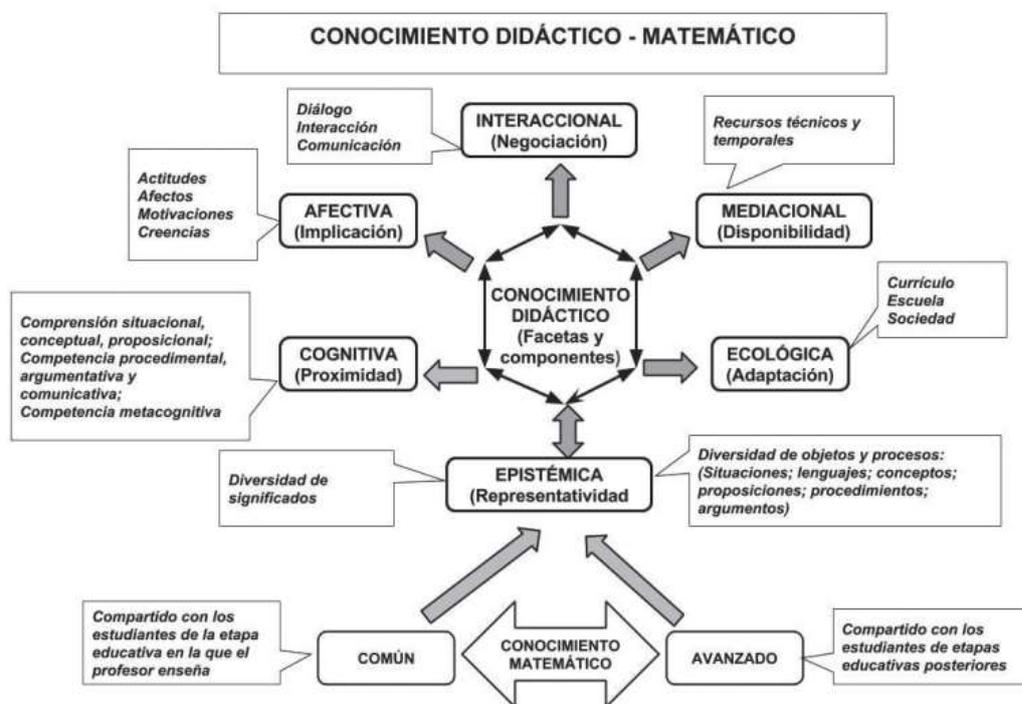


Figura 1: Facetas y componentes del Conocimiento Didáctico Matemático

Fuente: Godino, Batanero, Font y Giacomone (2016, p. 292)

Cabe mencionar que estas facetas se relacionan entre sí y todas forman parte de un conocimiento eficaz del profesor, pues es quien debe movilizar los significados matemáticos a

través de ciertas herramientas sin perder de vista el contenido matemático que involucra el incorporar cualquier recurso tecnológico.

Diseño e implementación del taller

Las actividades a desarrollar por los profesores asistentes al taller, está compuesto por una serie de situaciones que involucra la aplicación de transformaciones isométricas, para la construcción de teselados utilizando polígonos regulares, usando ciertas herramientas del software Geogebra. El taller se ha diseñado para ser desarrollado en dos sesiones de 90 minutos cada una, mismas que serán guiadas por un moderador. En la primera sesión se abordará el desarrollo de actividades por parte de los profesores asistentes con el fin de que ellos se familiaricen con las herramientas necesarias para la construcción de teselados, así como la conceptualización de estas. Mientras que la segunda sesión se centrará en la reflexión de la práctica matemática.

Sesión 1: El desarrollo de tareas sobre la construcción de teselados

Esta primera sesión del taller corresponde a la práctica operativa del profesor mediante la resolución de tareas que involucran el uso del software Geogebra. La primera sesión se divide en dos partes:

- La primera indaga sobre la construcción de teselados regulares utilizando triángulo equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares mediante traslación, reflexión o simetría axial y rotación respectivamente. Dichas construcciones se espera que las realicen de manera individual mediante la exploración y manipulación del software, con el fin de que se familiaricen con ciertas herramientas requeridas para la construcción y conceptualicen las transformaciones isométricas.
- La segunda parte de esta primera sesión corresponde al trabajo colaborativo entre profesores, pues se les solicitará que se reúnan en equipos de tres personas para que procedan a realizar la construcción de un teselado semirregular utilizando la combinación de los tres polígonos regulares utilizados en la primera parte (triángulo equilátero, cuadrado, hexágono regular), así como la aplicación de herramientas de transformaciones isométricas correspondientes a comandos del software Geogebra.

Sesión 2: La reflexión de la práctica matemática

La segunda sesión corresponde a la reflexión de la práctica matemática de los profesores asistentes, considerando su respectiva práctica realizada en la resolución de tareas asignados en la sesión anterior y el uso de herramientas del software Geogebra. Para ello, se abordan los siguientes aspectos:

- Se presentará la resolución de cada tarea por parte del moderador relacionando aquellos objetos emergentes e intervinientes en la práctica de construcción, con el fin de que los profesores analicen sobre si estos fueron tomados en cuenta en su práctica matemática.
- Se analizarán los posibles casos de solución sobre la construcción del teselado regular donde se involucraron tres polígonos regulares (triángulo equilátero, cuadrado y hexágono regular) evidenciando los posibles conflictos cognitivos o semióticos, así como aquellas herramientas que fueron necesarias para la construcción del teselado semirregular.

Resultados esperados

Durante el desarrollo del taller, los profesores deberán reflexionar sobre la práctica matemática, así como de los objetos y procesos matemáticos que estuvieron presentes en el desarrollo de las actividades y aquellos que deben tomarse en cuenta cuando se incorpora el uso de la geometría dinámica. Se espera que los participantes reflexionen sobre:

- Valorar la pertinencia y la importancia de integrar geometría dinámica en la resolución de problemas, esto a su vez vinculado con el significado de referencia y pretendido de sus estudiantes.
- Identificar objetos y procesos matemáticos, como el de argumentación e interiorización que se ven favorecidos al incluir el uso de estas herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas.
- Identificar ciertos conflictos epistémicos y semióticos que pudieran tener los alumnos cuando resuelven problemas que involucre la tecnología digital.
- Reflexionar sobre cómo incorporar la herramienta de geometría dinámica (Geogebra), de tal manera que se logren aprendizajes significativos, sin que este sea un obstáculo en la práctica de sus estudiantes.

Reflexiones finales

Este taller puede ser provechoso para los profesores en formación como los que se encuentran en servicio, ya que les permitirá analizar sus propias prácticas y al mismo tiempo valorar sobre qué situaciones incorporar en sus clases de matemáticas utilizando la geometría dinámica. Así como también familiarizarse con las bondades que ofrece el software Geogebra para desarrollar situaciones en el contexto geométrico. Por otro lado, les permitirá tener un camino por el cual sus alumnos logren aprendizajes significativos y a su vez el recurso didáctico aporte creatividad y motivación para que el desarrollo de sus clases. Sin embargo, para ello se requiere que el profesor esté dispuesto a modificar sus prácticas matemáticas y comprometerse con el desarrollo de competencias docentes.

Referencias

- Araya, R. G. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*.
- Arzarello, F., C. Micheletti, F. Olivero y O. Robutti (1998), "Dragging in Cabri and modalities of transition from conjectures to proofs in geometry", *pme*, vol. 22, núm. 2, pp. 32-39.
- Font, V. et al. (2011). Competencias profesionales de los futuros profesores de matemáticas de secundaria. In *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los Grupos de Investigación de la SEIEM. XIV Simposio de la SEIEM* (pp. 333-342).
- Godino, J., Batanero, C. Font, V. (2007). *Un enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), pp. 127-135

- Godino, J. D., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 285-294). Málaga: SEIEM.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. Unión. *Revista Iberoamericana de la educación matemática*, 20, 13- 31.
- Olivero, F. (2003), *The Proving Process within a Dynamic Geometry Environment*, tesis de doctorado, University of Bristol.
- Pino-Fan, L., Díaz Godino, J., & Font Moll, V. (2011). Faceta Epistémica del conocimiento didáctico matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 13(1). Recuperado de <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/4423/4025>
- Ursini, S., (2006). Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT), en T. Rojano. Dirección General de Materiales de la Subsecretaría de Educación Básica, de la SEP. *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología: Modelos de transformación de las prácticas y de la interacción social en el aula* (25-42) México: SEP.