

# OBJETO VIRTUAL DE APRENDIZAJE: UNA ESTRATEGIA PARA DESARROLLAR PENSAMIENTO ALGEBRAICO

Juddy Amparo Valderrama Moreno\*

Solange Roa Fuentes \*\*

juddyamparo2@gmail.com, roafuentes@gmail.com

Universidad Metropolitana de Educación, Ciencia y Tecnología "UMECIT", Panamá\*

Universidad Industrial de Santander UIS, Colombia\*\*

## Resumen

*En el ámbito internacional y nacional, desde la Educación Matemática se buscan proyectos que propendan en el desarrollo del pensamiento matemático desde un enfoque didáctico. Particularmente en esta investigación se busca el desarrollo del Pensamiento Algebraico (PA), en una propuesta innovadora de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), sustentado en la Teoría de las Situaciones Didácticas, para tal fin se realiza el diseño de talleres con la herramienta del software dinámico llamado GeoGebra, en cada actividad se pueda experimentar, visualizar y razonar en un contexto matemático mediante la interacción con el OVA, donde a menor intervención directa del profesor el estudiante de secundaria del grado octavo pueda avanzar en los niveles de comprensión de objetos matemáticos del PA. Metodológicamente se trabaja un enfoque mixto, bajo un abordaje empírico inductivo, para determinar patrones y validar los elementos que componen el OVA.*

**Palabras clave:** *Palabras clave: Pensamiento Algebraico, OVA, Teoría de las Situaciones Didácticas.*

## Introducción

El propósito de la enseñanza de la matemática ha sido que los estudiantes las comprendan y sepan utilizar en contextos cotidianos y especializados, para ello se requieren determinar abordajes que no solo le sean llamativos a los estudiantes, sino que logre desarrollar competencias matemáticas. Por otro lado, el uso de tecnologías y sus aparatos está inmerso en la cotidianidad de los nativos digitales (estudiantes actuales). Ellos nacieron en la época del video juego, la inmediatez, no hablan de entrar a internet, porque ellos viven en el internet. Se hace necesario hacer un abordaje donde el uso de la tecnología sea un medio para enseñar la matemática no solo como elemento llamativo sino le permita desarrollar y alcanzar la rigurosidad que se requiere. En consecuencia, se aborda como socio cognitivo el software de GeoGebra, al parafrasear a (Moreno, 2014), los artefactos tecnológicos permiten a profesores y estudiantes interpretar de mejor forma las propiedades y conceptos matemáticos en la medida que se utilizan y se apropian sus bondades, es así que al hacer un uso didáctico de GeoGebra

en el diseño de actividades no solo le va a permitir experimentar y visualizar procesos matemáticos, sino ahondar en razonamientos que conlleven a la institucionalización del saber, mediante validaciones de acciones y retroacciones a la luz de la metodología propia de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD).

### **De las TIC a las TAC en el Educación Matemática.**

En el ámbito internacional como el nacional se unen esfuerzos para que el uso de la tecnología en la didáctica sea paulatino y consistente. La tecnología es un componente esencial del entorno; los alumnos trabajan, con confianza, en tareas matemáticas complejas cuidadosamente elegidas por el profesorado (Thales, 2003, p. 3). Por otro lado, en los dos ámbitos el propósito es contribuir a la enseñanza de la matemática en un contexto de resolución de problemas y se expone elementos puntuales de acuerdo a las tendencias y gustos de los estudiantes; de tal forma que el aprendizaje sea eficiente, eficaz y alcance los niveles de desarrollo del pensamiento matemático y se pueda vivenciar al desenvolverse con propiedad en el mundo globalizado. Un ejemplo de ello, es lo planteado en el año 2000 en los Principios y Estándares para la Educación Matemática publicados por la National Council of Teacher of Mathematics (NCTM, por su sigla en inglés) y traducidos por la Andaluza de Educación Matemática (Thales, 2003). Allí se plantea la igualdad, el currículo, la enseñanza, el aprendizaje, la evaluación y la tecnología; como los principios de la Educación Matemática y los cuales se ha retomado como línea a seguir en la política pública a nivel nacional. En el año 1998 el Ministerio de Educación Nacional (MEN) planteo la triada para enseñar matemática: procesos, pensamientos y contexto, enfatizando abordar su enseñanza por procesos, donde los contenidos no sean más que un pretexto para enseñarla, en respuesta se enseñe una matemática contextualizada en sí misma y en otras ciencias (MEN, 1998).

En la actualidad circulamos en la era digital y con ello los gustos y necesidades de estar a la vanguardia de un mundo globalizado. En Colombia se promueve el uso de las tecnologías en la educación desde diferentes ministerios: Educación Nacional (MEN), de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (MinTIC) y de Ciencia Tecnología e Innovación, para generar currículos donde se promueva el uso de la tecnología en el aula de clase y así cambiar los procesos de aprendizaje; para alfabetizar comunidades tanto de profesores y comunidad en general, en el uso de tecnología para mejorar procesos de uso y utilidad de la información. Finalmente, en el presente año se dicta los lineamientos de la política pública para la consolidación de la sociedad del conocimiento para impulsar el desarrollo científico, tecnológico y la innovación. Según la (OCDE, 2018) en Colombia en las dos últimas décadas se ha estructurado un camino para sentar las bases de una política digital.

Pero, cuando se refiere al uso de la tecnología, no se trata solo del equipamiento del manejo y uso de innovación por ser tecnológico, se trata de hacer un uso pedagógico donde lo didáctico, lo disciplinar y lo tecnológico se unan para generar acciones pensadas, ejecutadas y reflexionadas que permitan mejorar proceso de enseñanza y optimicen el uso de la tecnología para generar mayor impacto de aprendizaje de los estudiantes. En virtud a lo anterior, no solo se plantea el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), sino se requiere hacer el tránsito de las TIC a las tecnologías del Aprendizaje y el Conocimiento (TAC). Son las TAC quienes hacen posible aprender más y de mejor manera (Lozano, 2011), hacer referencia a

las TAC significa que no solo es acceder al uso de un computador o software por ser vanguardista e innovadores, sino se trata de hacer uso del software en computador, tableta o dispositivo móvil aprovechando sus bondades para generar procesos de razonamiento donde se generen aprendizajes. Es tener en cuenta los gustos y contexto tecnológico de los estudiantes. Según (Prensky, 2010) son nativos digitales, los estudiantes actuales repelen los textos y les agrada los gráficos, no aprovechan la presencialidad para enriquecer sus procesos de comunicación, a ellos les gusta: trabajar en red y por la red, el rendimiento en la inmediatez, los trabajos al azar, los ambientes tecnológicos, repelen las actividades monótonas donde solo se evidencie el contenido, en general son nacidos en un contexto tecnológico y sus gustos son la interacción con la tecnología.

Al retomar lo planteado por la política pública internacional y nacional, los gustos de los estudiantes y las tendencias del mundo globalizado, en este trabajo se busca plantear una propuesta innovadora donde se valide un OVA, el cual fomenta el desarrollo del PA, donde a través del diseño de actividades con GeoGebra como socio cognitivo se aproveche las bondades ofrecidas por la tecnología y se rompa las barreras de tiempo y espacio y el estudiante pueda reforzar en un ambiente digital a la luz de la TSD. En efecto, el OVA sustentado en la TSD, puede potenciar la construcción de los procesos matemáticos, puesto que se enfatiza en la comprensión de los mismos, antes que la mecanización de tareas tediosas de uso de tecnología. Se propone pues una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no sólo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender cómo aprender (MEN, 1998).

### **El diseño de actividades con el uso de las TAC**

El uso del software GeoGebra como socio cognitivo permite fortalecer cada vez más el discurso matemático escolar e ir avanzando en la aleación de las disciplinas, ya que, que se evidencia una interdisciplinariedad entre el uso de las tecnologías, la matemática y el desarrollo de competencias ciudadanas. En la enseñanza del cálculo diferencial a nivel superior un ejemplo clásico de optimización es el determinar el volumen máximo que puede tener una caja de cartón construida a partir de cortar cuadrados a las esquinas de un rectángulo de cartulina. Al contextualizar dicho problema a la localidad y a nivel de grado octavo de desarrollo de pensamiento algebraico se plante lo siguiente:

**Situación problema:** En nuestro municipio Floridablanca “**Municipio dulce de Colombia**” se produce una variedad de delicias para degustar no solo en nuestra ciudad, sino en diferentes países. Para la conservación de estos dulces se requiere hacer una caja sin tapa con un material especial de cartón. Estas cajas se realizan de diferentes tamaños a partir de cortar cuadrados de igual medida (**lado d**) a sus esquinas a un cartón de forma rectangular, como lo muestra la figura.

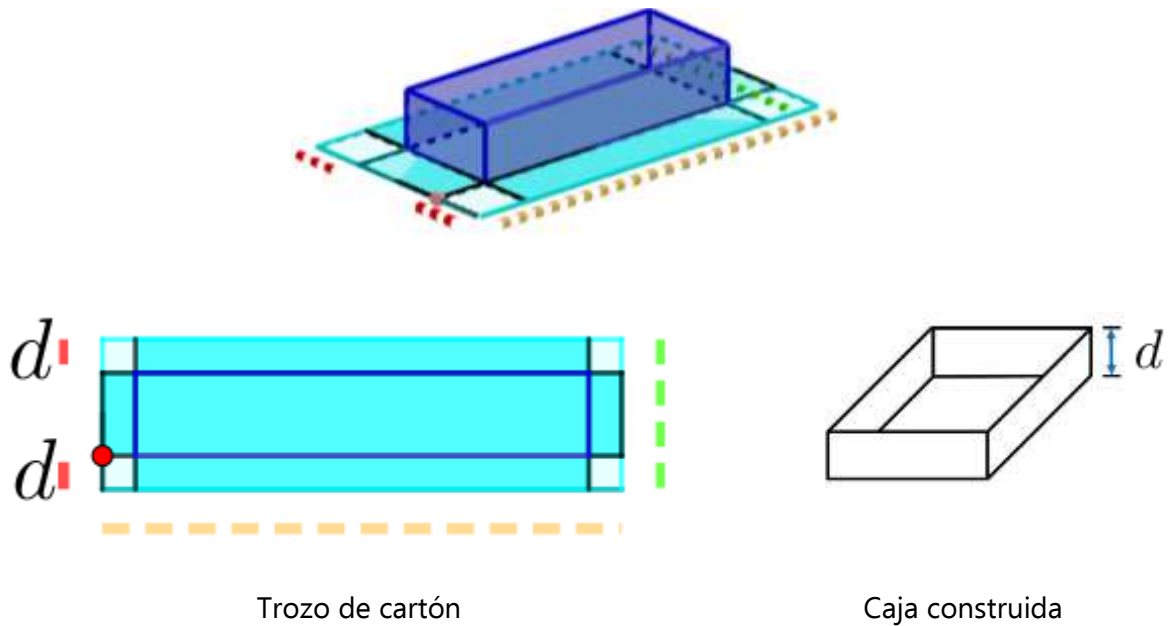


Figura 1. Caja de dulces.

En fabrica “**La familia COLVIA**” desean determinar el volumen de la caja, la cantidad de cartón para su diseño y finalmente la cantidad de cinta para decorar dicha caja realizada. Ayuda a identificar y concluir como de forma generalizada se puede predecir la capacidad de la caja y la cantidad de cartón requerida para su fabricación y la cantidad de cinta para decorar de acuerdo al tamaño que se necesite.

Para abordar el problema se requiere la interacción con unos talleres prediseñados en GeoGebra donde se dan las siguientes orientaciones:

- Abre GeoGebra en la simulación “**la Caja de la familia COLVIA**”. De una sola vez Clic en el botón INICIO.
- Después de escribir la respuesta, oprima Enter, cada vez que finalice.
- De clic en uno de los textos: Bien o inténtalo de nuevo según su respuesta. Si aparece el letrero inténtalo de nuevo, significa que cometió un error, por lo tanto, lo debe volver a hacer.
- Si aparece Bien, de clic sobre Bien y continúe.

Al realizar lo anterior el estudiante inicia la interacción con la actividad prediseñada. La actividad solicita determinar el largo y el ancho, aunque esta respuesta aparentemente sencilla, algunos estudiantes confunden, y al registrar los valores de forma invertida (el largo más corto que el ancho), el medio (GeoGebra) le informa que su acción es incorrecta, por lo tanto, el estudiante debe realizar la retroacción, y para ello le da clic en “Inténtalo de Nuevo”. El estudiante, puede intentarlo cuantas veces requiera hasta que su respuesta sea correcta.

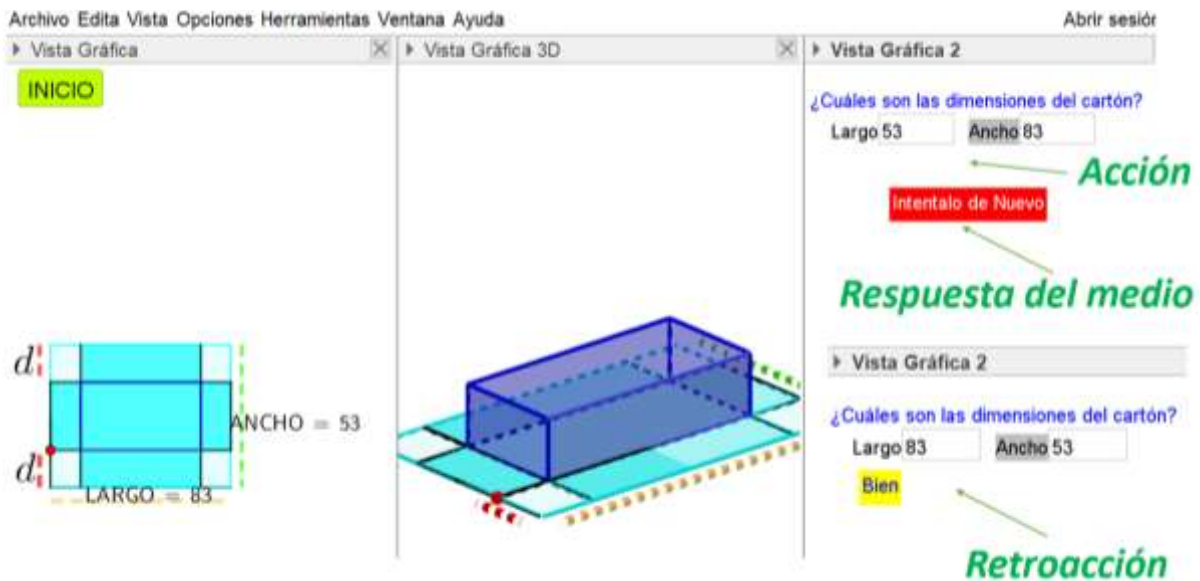


Figura 2. Interacción con el medio

Al obtener la validación, la actividad genera una nueva solicitud “Mueva el punto rojo”, en este momento el estudiante observa que al mover el punto rojo se genera diferentes de diseño de cajas, sin cambiar el largo, ni el ancho del cartón.

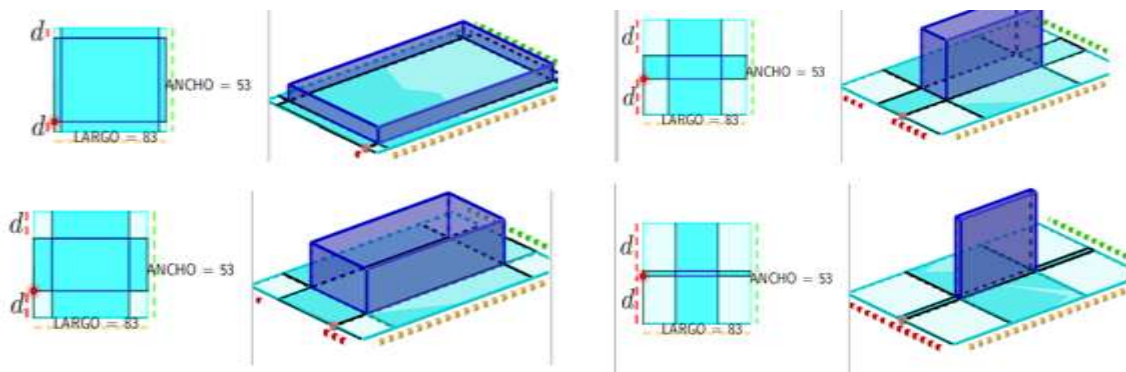


Figura 3. Variación del diseño de la caja de dulces

Seguidamente surge el interrogante ¿Qué representa  $d$ ? y se despliega tres opciones: ¿el largo del cartón? ¿El ancho del cartón? ¿La altura de la caja?, el estudiante debe seleccionar una sola opción. En caso que la opción seleccionada sea incorrecta, lo debe intentar de nuevo y al solicitar la retroacción las opciones cambian al azar la posición; esto hace que el estudiante realice nuevamente el razonamiento y no se genere una actividad de descarte. Posteriormente se requiere determinar la expresión algebraica que representa: la altura de la caja, el largo de la caja y el ancho de la caja, el estudiante las escribe y valida la respuesta. En esta ocasión se deben dar las tres respuestas correctas de lo contrario no se obtiene la validación. Con acciones validadas se determina los valores que puede tomar  $d$ , como se determina el volumen de la caja, la expresión algebraica que representa el volumen de la caja. En un siguiente paso a partir del valor numérico de  $d = 10$  se indaga ¿Cuál es el volumen de la caja? Y se ratifica que haya identificado el procedimiento que se estaba realizando con la pregunta ¿Qué significa la expresión algebraica determinada?; nuevamente al azar se despliega tres opciones: el perímetro

de la caja, el área de la caja o el volumen de la caja. Después de determinar la haber logrado la validación del conocimiento de cómo se una expresión algebraica representa el modelo matemático del volumen de la caja, se continua con la interrogación ¿Cómo se puede determinar el área total de la caja?; el estudiante escoge opción y determina que al multiplicar el área total del cartón dado y quitándole los 4 cuadrados de las esquinas. Una última sesión corresponde a determinar la cantidad de cinta que se requiere para decorar todo el orillo de la caja y para tal fin se plantea el siguiente abordaje: ¿Cómo se puede determinar el perímetro de la caja? ¿Cuál es la expresión algebraica que determina el perímetro de la caja? En el primer interrogante el estudiante de manera de selección determina que se debe sumar el largo el ancho y el alto para validar y posteriormente multiplicar por cuatro, en el segundo escribe la expresión algebraica y valida. De esta forma finaliza con la solución del problema y el software le dice ¡Excelente Trabajo!

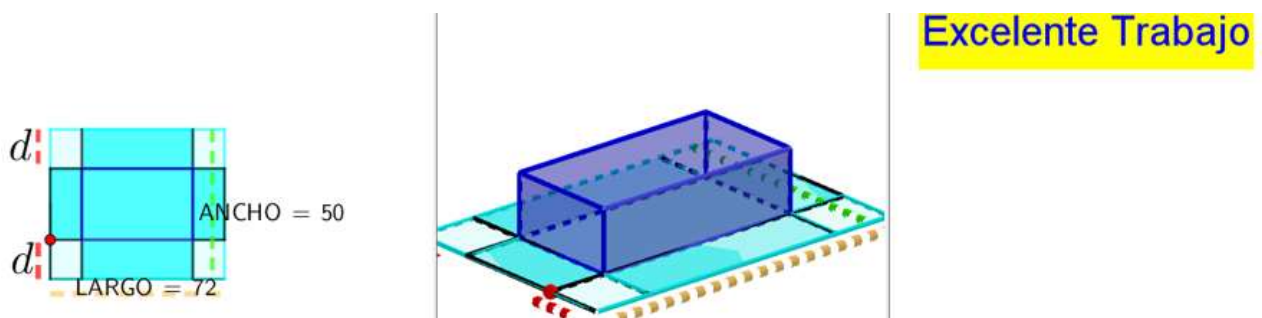


Figura 4. Finalización de la actividad

Ahora se invita a reflexionar sobre los siguientes interrogantes: ¿cuál es el volumen de la caja, si el valor de  $d = 0$ ? ¿Existe caja? ¿Cuál es el volumen de la caja, si el valor de  $d = 25$ ? ¿Existe caja? ¿Cuál es el volumen de la caja, si el valor de  $d = 36$ ? ¿Existe caja? Seguidamente se continúa con la siguiente actividad, donde el estudiante realiza ejercitación: la experimentación, visualiza y razona. En un nuevo archivo, el estudiante da clic en inicio y con el mismo problema el software le solicita con respecto al trozo de cartón dado determine las expresiones algebraicas que representen: el largo, el ancho, la altura, el volumen de la caja, la superficie, el perímetro y finalmente ¿qué valores puede tener la altura de la caja? Finalizada la escritura de las expresiones algebraicas el estudiante valida su trabajo y el software le genera un puntaje que oscila entre 30 y 100 puntos de acuerdo a la efectividad del trabajo realizado, en otra actividad el estudiante en el OVA da clic en siguiente y realiza la ejercitación con 4 problemas más.

Luego de finalizar la solución del quinto problema el software le responde con el promedio de sus valoraciones y determina el desempeño de la actividad en una valoración de acuerdo a la escala de valoración del Sistema Institucional de Evaluación SIE del colegio: de 30 a 64 puntos **Bajo**. De 65 a 79 puntos **Básico**. De 80 a 89 puntos **Alto** y de 90 a 100 **Superior**. Por último, el estudiante da clic en continúe y se despliega la tabla con el resumen de sus aciertos y desaciertos.

## **Método**

El abordaje metodológico, se fundamenta en un enfoque empírico inductivo, puesto que a partir de la experiencia y sus patrones de regularidad se pretende determinar los elementos que componen el OVA por descubrimiento (Padrón, 1998). El análisis de datos se realiza desde lo cuantitativo con análisis de datos mixto. Por otra parte, el abordaje tipo exploratorio implica un diseño experimental longitudinal (Hernández et al., 2014).

La muestra para este trabajo investigativo es tomada del Colegio Técnico Vicente Azuero del municipio de Floridablanca Colombia con estudiantes del grado octavo de la jornada de la mañana, cuyas edades oscilan entre 11 y 16 años con un promedio determinado de 13 años.

## **Consideraciones finales**

El diseño de actividades mediante la programación con el software de GeoGebra permite el trabajo personalizado del estudiante, puesto que, aunque el problema a resolver es el mismo “la caja de la familia COLVIA” al dar clic en inicio se genera la individualización, ya que a cada estudiante el largo y el ancho del cartón dado varia, lo que representa que sus respuestas son particulares y el razonamiento a realizar debe responder a su problema y no al del compañero el cual en la presencialidad se encuentra al lado, pero en la red se encuentra interconectado por las diferentes formas de comunicarse.

Los razonamientos matemáticos cada vez se deben ir refinando en la medida que el estudiante realice ejercitaciones, pero mediante la resolución de problemas y registre sus comunicaciones en un lenguaje propio de la matemática, un ejemplo son las operaciones matemáticas básicas son muy pocas, puesto que son de nivel básico tan solo requiere multiplicar el ancho por el alto, sumar el alto con el ancho y multiplicar por 2 o por 4 según lo que se requiera, pero si el estudiante no es cuidadoso de guardar sus registros y hacer razonamiento a la hora de responder, le va requerir cada vez que surge una pregunta volver a hacer la operación. En consecuencia, no solo se requiere ir respondiendo las preguntas que el software le genera, sino ir diligenciando el taller para poder que sus apuntes estén refinados después de las validaciones.

Al encontrarse en red las actividades le permite al estudiante descargarlas e intentar su solución, cuantas veces requiera para poder tener experticia en el manejo tanto del software como en el desarrollo propio de cada actividad diseñada.

En conclusión, el diseño de actividades con ayuda del medio GeoGebra permite que el estudiante valide el conocimiento e institucionalice el saber con mayor facilidad, con poca intervención directa del profesor, ya que, de acuerdo a su avance, le permite hacer acciones, generar retroacciones que requiera para poder validar el conocimiento y finalizar con la institucionalización del saber. Al tener las actividades en red le va permitir al estudiante romper las barreras de tiempo y espacio.

## Referencias

- OCDE (2018), Revisión del Gobierno Digital en Colombia: Hacia un Sector Público Impulsado por el Ciudadano, Éditions OCDE, París. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264292147-es>
- Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. México, México: McGRAW-HILL / Interamericana Editores, S.A. de C.V, quinta edición.
- Moreno, L. (2014). *Educación Matemática: del signo al píxel*. Universidad Industrial de Santander.
- Padrón, J. (1998). La estructura de los trabajos de investigación. Decanato de Posgrados. Universidad Nacional Abierta. Caracas, Venezuela.
- Prensky, M. (2010). *Nativos e Inmigrantes digitales*. Distribuidora SEK, S.A.
- Lozano, R. (2011). De las TIC a las TAC: tecnologías del aprendizaje y el conocimiento. *Anuario ThinkEPI*, (5) 45-47.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de Matemáticas*. Recuperado [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2000). *Formación de Docentes sobre el uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. Recuperado <https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/article-81040.html>
- Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla, España: editorial: Servicio de Publicaciones de la S.A.E.M. Thales. Moreno, L. (2014). *Educación Matemática: del signo al píxel*. Universidad Industrial de Santander.