

ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS E FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANÁLISE DAS EXPECTATIVAS INSTITUCIONAIS

Anderson Alves

Marlene Alves Dias

Karina de Oliveira Castro

Mariana Silva Nogueira Ribeiro

alves150@hotmail.com, maralvesdias@gmail.com,

karinadeoliveiracastro@gmail.com, mariana.snogueira@kroton.com.br

Universidade Anhanguera de São Paulo, Brasilno Processo de Ensino e Aprendizagem no Brasil

Resumen

Esse extrato sobre as expectativas institucionais indicadas nas novas orientações brasileiras, para o eixo Álgebra e Funções, teve como objetivo identificar nos documentos oficiais para o ensino e aprendizagem de Álgebra no ensino fundamental anos iniciais e finais, quais as praxeologias privilegiadas para estabelecer a passagem da aritmética para a álgebra, tentando verificar a existência de relação entre a expectativa institucional e o aumento das dificuldades dos estudantes apresentadas nas macroavaliações. O quadro teórico é constituído pela Teoria Antropológica do Didático, as noções de quadro e nível de conceituação e níveis de conhecimento esperados dos estudantes. Trata-se de pesquisa qualitativa, cujo método é a pesquisa documental. As análises foram realizadas em documentos oficiais, livros didáticos e na macroavaliação SARESP, por meio de uma grade por nós construída. Podemos considerar que as dificuldades dos estudantes estão associadas à falta desenvolvimento explícito do pensamento algébrico e da passagem da Aritmética para Álgebra.

Palabras clave: *Pensamento Algébrico, Praxeologias, Ostensivos e Não-Ostensivos.*

Introdução

Nos últimos anos, os alunos da Educação Básica vêm sendo avaliados em nível internacional pelo Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA); no âmbito nacional pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e, para o estado de São Paulo, em nível estadual, pelo Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP).

Essas avaliações têm mostrado o baixo desempenho dos alunos nas disciplinas de Matemática e Português de todas as etapas da Educação Básica, que se acentua à medida que os alunos progredem em seus estudos.

Interessamo-nos pelos resultados divulgados pelo SAEB, cuja avaliação tem por objetivo diagnosticar a qualidade da educação básica brasileira e identificar alguns fatores que podem

dificultar o desenvolvimento do aluno, sendo aplicada para estudantes que cursam o final das etapas escolares: Ensino Fundamental - anos iniciais (5º ano), Ensino Fundamental - anos finais (9º ano) e Ensino Médio (3º ano), sendo que as duas primeiras etapas correspondem ao grupo destacado para nosso estudo.

Os resultados das avaliações dos alunos que participaram da prova em 2017 foram coletados no site G1 a partir do relatório do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e apresentados na figura 1 abaixo:

Fonte: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2018/08/30/7>.

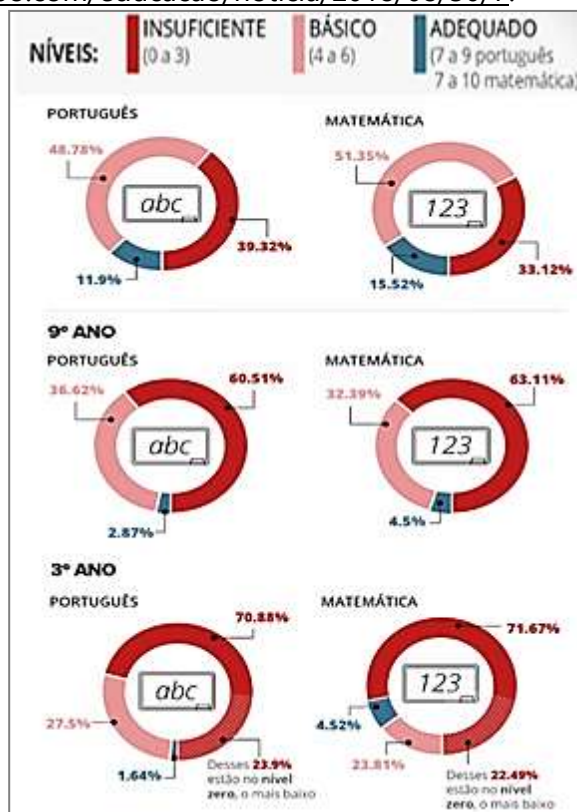


Figura 1. Resultados do SAEB 2017

Por meio dessa imagem, podemos comparar os resultados de Português e Matemática, que se mostram bastante próximos e indicam que, nas duas disciplinas, a porcentagem de alunos não nível insuficiente aumentou de forma considerável. Ressaltamos ainda que os resultados da macroavaliação SARESP são próximos aos apresentados em nível nacional, o que nos conduziu à problemática de nossa pesquisa, a saber.

Constatadas as dificuldades dos estudantes em Matemática, consideramos que a álgebra simbólica, quando introduzida prematuramente, pode ser uma das causas do aumento dessas dificuldades. Observando o relatório pedagógico do SARESP e, mais particularmente, algumas das questões e habilidades encontradas a partir do 7º ano, podemos ponderar que o baixo desempenho dos alunos verificado pode estar relacionado ao fato de ser nesse mesmo ano que se introduz a Álgebra utilizando apenas seu simbolismo com poucas referências ao seu desenvolvimento histórico e ao pensamento algébrico, compreendido aqui como uma forma de

pensamento matemático que, segundo Kaput (1998), corresponde a estabelecer generalizações sobre dados e relações matemáticas, por meio de conjecturas e argumentos que se expressam pela linguagem cada vez mais formal.

A partir da problemática mencionada, colocamo-nos a questão de pesquisa: *Seria a álgebra simbólica a causa do aumento das dificuldades matemáticas dos estudantes a partir do 7º ano?*

Na tentativa de responder a essa questão, o objetivo da pesquisa foi: *Identificar nos documentos oficiais para o ensino e aprendizagem de Álgebra no ensino fundamental anos iniciais e finais, quais as praxeologias privilegiadas para estabelecer a passagem da aritmética para a álgebra, tentando verificar a existência de relação entre a expectativa institucional e o aumento das dificuldades dos estudantes apresentadas nas macroavaliações.*

Procedimentos metodológicos

Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de acordo com Godoy (1995), que segue o método da pesquisa documental, conforme Lüdke; André (2013), pois, de um lado, não mensuramos os eventos estudados, mas a partir da nossa questão de pesquisa e de suas derivadas, escolhemos os documentos a serem analisados e para os quais descrevemos os processos, procurando compreender os fenômenos em consonância com um estudo indireto dos participantes, pois não podemos nos esquecer de que existem os elaboradores das propostas esperadas e existentes, os elaboradores das macroavaliações e os estudantes que as respondem, ou seja, analisamos documentos retrospectivos e contemporâneos que indicam caminhos para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem para a Educação Básica brasileira e uma forma de avaliação desses estudantes como meio de compreender suas dificuldades. Ressaltamos ainda que os documentos são institucionalizados, podendo assim serem considerados como cientificamente autênticos.

Os documentos analisados foram:

- 1) Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997; Brasil, 1998);
- 2) Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018);
- 3) Livros didáticos para o Ensino Fundamental - anos iniciais de: Bigode; Gimenez (2017) e Dante (2018). Livro didático para o Ensino Fundamental - anos finais de: Bigode (2014) e Dante (2019);
- 4) A macroavaliação SARESP – São Paulo (2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017).

Para a análise desses documentos, construímos uma grade de análise segundo o modelo de Dias (1998). A grade de análise é composta das seguintes variáveis: tipo de tarefa, técnica(s), tecnologia(s), teoria, quadro em que a tarefa é enunciada, ostensivos utilizados na tarefa, não ostensivos associados e nível de conhecimento esperado dos estudantes.

Ressaltamos aqui que, na grade de análise, utilizamos as noções didáticas de praxeologia segundo Chevallard (1997), ostensivos e não ostensivos conforme Chevallard (1994), quadro conforme definição de Douady (1984) e níveis de conhecimento esperado dos estudantes de acordo com definição de Robert (1997, 1998), que apresentamos brevemente na sequência.

Referencial teórico da pesquisa.

Como anunciado acima, o referencial teórico central da pesquisa é a TAD, mais particularmente as noções de praxeologia, ostensivos e não ostensivos.

Iniciamos ressaltando que Chevallard (1994, 1997) indica que a noção de praxeologia corresponde a uma das premissas básicas da TAD, pois segundo o autor, toda atividade regular humana pode ser entendida por meio deste modelo único. Ainda conforme o autor, as atividades humanas podem ser decompostas em certo número de tarefas, mais concretamente em tarefas de um determinado tipo. Esses *tipos de tarefas* necessitam de uma *técnica* para serem desenvolvidas; sendo assim, essas técnicas, para se tornarem viáveis, precisam ser compreensíveis e justificáveis. Essa dupla função de possibilitar resolver a tarefa e justificá-la é amparada por um discurso denominado *tecnologia* de uma técnica. Da mesma forma, a tecnologia de uma técnica deve ser compreensível e justificável, dando origem ao que o autor denomina *teoria*, que corresponde à tecnologia da tecnologia. Assim, a hierarquia técnica - tecnologia e teoria - está relacionada ao tipo de tarefa considerado.

Após considerar a noção de praxeologia e apresentar alguns exemplos, Chevallard (1994) elabora as seguintes questões: Do que é feita uma determinada técnica? Quais os “ingredientes” que a compõem? Em que consiste a implementação de uma técnica? Para responder a estas questões, o autor distingue dois objetos: os objetos ostensivos, que têm para nós uma forma material, sensível e os objetos não ostensivos, que correspondem às noções, conceitos e ideias etc. O pesquisador observa ainda que os ostensivos nos permitem manipular os não ostensivos aos quais estão associados e que são evocados durante essa manipulação. Ainda consoante Chevallard, toda técnica supõe a ativação de um complexo de ostensivos e não ostensivos, sendo a manipulação dos ostensivos regrada pelos não ostensivos que são evocados com a ajuda dos ostensivos, o que conduz a uma dialética necessária entre ostensivos e não ostensivos. Como exemplo, o pesquisador considera: os objetos materiais que possibilitam uma manipulação no sentido estrito (lápiz, compasso,...) e os ostensivos: gestuais, discursivos, gráficos e escriturais além da voz, olhar etc.

Lembrando que, conforme Chevallard (1997), a primeira noção fundamental da TAD é a de *objeto*, que corresponde a toda entidade, material ou imaterial, que existe para pelo menos um indivíduo. Assim, a noção de objeto é a mais geral, pois tudo é objeto, inclusive as pessoas. Assim, para o autor, toda obra *O* é um objeto, sendo a obra considerada como qualquer parte de um complexo de praxeologias.

Consideramos ainda a noção de quadro e mudança de quadros de Douady (1984, 1992), que a partir da análise epistemológica sobre o trabalho do matemático profissional, coloca em evidência a dualidade dos conceitos matemáticos, os quais, em geral, funcionam como ferramentas implícitas e, em seguida, explícitas da atividade matemática antes de adquirirem o status de objeto e de serem trabalhados como tal e o papel desempenhado pelas *mudanças de quadros* nas atividades e na produção matemática.

Segundo Douady (1984, 1992), uma *ferramenta implícita* corresponde a um conceito em elaboração, enquanto uma *ferramenta explícita* está associada a um conceito ou a uma noção utilizada intencionalmente para resolver um problema, e um *objeto* é definido como um

componente cultural que ocupa um lugar bem determinado no complexo edifício do saber matemático, sendo reconhecido socialmente.

O objeto matemático, tal como definido por Douady (1984, 1992), é parte de um edifício mais amplo que é o saber matemático, constituindo assim o que ela denomina *quadro*, que corresponde a um ramo da Matemática, das relações entre os objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que lhes são associadas. As imagens mentais são essenciais, pois funcionam como ferramentas dos objetos do quadro. Dois quadros podem conter os mesmos objetos, mas diferirem pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas.

Douady define as *mudanças de quadros* como meios para se obterem formulações diferentes de um problema, que podem ou não ser equivalentes, mas que possibilitam um novo acesso às dificuldades encontradas e permitem utilizar novas ferramentas e técnicas que não eram adequadas para a formulação inicial. As traduções de um quadro em outro terminam sempre em resultados desconhecidos, em novas técnicas, favorecendo assim a criação de novos objetos matemáticos, enriquecendo, tanto o quadro original, como os quadros auxiliares de trabalho.

Utilizamos ainda a noção de níveis de conhecimento esperados dos estudantes definidos por Robert (1997, 1998) que, após definir níveis de conceituação como os marcos que podemos identificar ao longo do ensino das noções de determinado campo conceitual e indicar que esses níveis são relativos, pois dependem das escolhas em função do nível de conceituação que desejamos abordar, apresenta os três níveis de conhecimento esperados dos estudantes, a saber:

O *nível técnico* corresponde a um trabalho isolado, local e concreto. Está relacionado principalmente às ferramentas e definições utilizadas em uma determinada tarefa. Exemplo: Determinar o valor de x para a igualdade $x + 5 = 15$.

O *nível mobilizável* equivale a um início de justaposição de saberes de um determinado domínio, podendo até corresponder a uma organização. Vários métodos podem ser mobilizados. O caráter ferramenta e objeto do conceito está em jogo, mas o que se questiona é explicitamente pedido. Se um saber é identificado, ele é considerado mobilizado se ele é acessível, isto é, se o estudante o utiliza corretamente. Exemplo: O triplo de um número é 153. Qual é esse número?

O *nível disponível* está atrelado a saber responder corretamente o que é proposto sem indicações, de poder, por exemplo, dar contraexemplos (encontrar ou criar), mudar de quadro (fazer relações), aplicar métodos não previstos. Esse nível de conhecimento está associado à familiaridade, ao conhecimento de situações de referência variadas que o estudante sabe que conhece (servem de terreno de experimentação), ao fato de dispor de referências, de questionamentos, de uma organização. Pode funcionar para um único problema ou possibilitando fazer resumos. Exemplo: O perímetro de um retângulo é igual a 228 cm e a diferença entre as medidas do comprimento e da largura é 10 cm. Determine a área desse retângulo.

Descrição e Análise de uma Atividade

Tipo de tarefa T: Determinar um valor desconhecido, em situação representada por meio de uma balança. (EF_{ai} , EF_{af}). Exemplo: Determine o valor desconhecido.

Fonte: Bigode e Gimenez, Matemática no Cotidiano, 4º ano (2017, p.185).

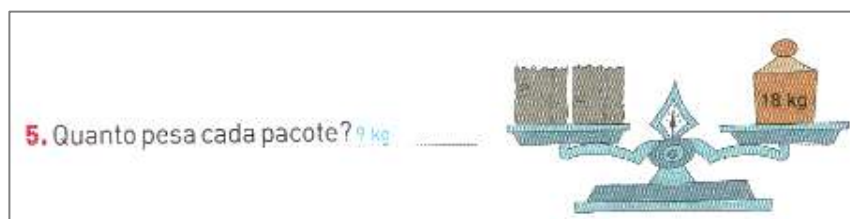


Figura 2. Exemplo de uma tarefa de tipo T.

Técnica τ : Encontrar o valor atribuído aos pacotes, envolve o domínio básico do quadro aritmético, nota-se que a balança está em equilíbrio, como os pacotes são iguais, divide-se 18kg por dois, encontrando 9kg para cada pacote. Mas para isso, deve-se dispor da noção de igualdade enquanto equivalência, indicada pela balança de braços iguais. Observa-se ainda que a operação em jogo é a divisão. Os autores deste livro didático introduzem exemplos com balança desde o 1º ano do ensino fundamental anos iniciais (1º ao 5º ano, alunos de 6 a 10 anos).

Tecnologia θ associada à tarefa: operação de divisão de números naturais e a propriedade de equivalência da igualdade.

Teoria θ associadas à tecnologia: conjuntos dos naturais, suas operações e propriedades e noção de equivalência da igualdade.

Quadro(s) em que a tarefa é enunciada: quadro aritmético.

Quadro(s) de solução da tarefa: quadro aritmético-algébrico.

Ostensivos utilizados: ostensivo equivalência, ostensivo numérico, ostensivo figural (balança de braços iguais com pacotes e um peso).

Não ostensivos associados: equivalência da igualdade, princípio da desigualdade, operações e propriedades dos números naturais.

Nível de conhecimento esperado dos estudantes: mobilizável para equivalência da igualdade, disponível para as operações e propriedades dos números naturais.

Esta tarefa exige a passagem do quadro da aritmética para o quadro aritmético-algébrico, uma vez que na tarefa existe característica algébrica associada à propriedade de equivalência da igualdade.

Resultado da discussão

Observamos que a proposta de ensino de Matemática para o Ensino Fundamental - anos iniciais, PCN – (BRASIL, 1997), não contemplava especificamente o desenvolvimento de Álgebra, nem orientava sobre os possíveis conteúdos a serem trabalhados nessa etapa escolar, mas se esclarecia que a Matemática precisava ser tratada como uma linguagem, o que corresponde a identificar ostensivos e associá-los a não ostensivos, mesmo não utilizando essa nomenclatura. Logo, as representações de noções e conceitos matemáticos deveriam possibilitar a leitura e a interpretação de situações e problemas por meio de ostensivos gráficos, tabelas e números.

Em relação aos conteúdos a serem trabalhados no Ensino Fundamental - anos finais, o PCN (BRASIL, 1998) indica o estudo dos números e operações por meio da articulação entre Aritmética e Álgebra, ou seja, é nessa etapa escolar que se indica explicitamente o estudo da Álgebra articulado com Aritmética, Geometria, Probabilidade e Combinatória e outros campos do conhecimento.

Verificamos que a Álgebra está, mais particularmente, associada às grandezas e medidas e a introdução da Álgebra simbólica por meio da passagem da Aritmética para a Álgebra. Mesmo se não é explicitada, essa passagem pode ser entendida na indicação de articulação entre Aritmética e Álgebra, quando do estudo dos números e operações.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) divide-se em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, que devem ser trabalhadas de forma articulada no desenvolvimento dos objetos de conhecimento e das habilidades a serem abordadas no Ensino Fundamental.

Os objetos de conhecimento e as habilidades associadas estão apresentados para os diferentes anos do Ensino Fundamental, segundo a unidade temática. Por exemplo, para a unidade temática Álgebra, no 7º ano do Ensino Fundamental - anos finais para o objeto de conhecimento: Linguagem algébrica: variável e incógnita, são destacadas as seguintes habilidades:

1) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.

2) Classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na Matemática, mas também nas artes e na literatura.

3) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.

A análise dos livros didáticos anteriormente indicados mostra que ainda é preciso repensar a organização dos saberes matemáticos a serem distribuídos segundo as unidades temáticas de forma a associar objeto de conhecimento e habilidades. Mesmo considerando que existe um embrião dessa organização nos livros analisados, algumas tarefas parecem avançadas para os alunos do ano considerado.

Em relação à macroavaliação SARESP, observamos que, em geral, os tipos de tarefas propostas aos alunos do 3º e 5º anos do Ensino Fundamental - anos iniciais e 7º e 9º anos do Ensino Fundamental - anos finais estão em consonância com as propostas indicadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais e são representativas dos tipos de tarefas encontradas nas quatro obras analisadas.

Considerações finais

A análise das expectativas institucionais proposta pela pesquisa indica que os livros didáticos analisados cumpriram seu papel, uma vez que existe uma coerência entre o que era proposto e o que os alunos poderiam encontrar nessas fontes para estudo. O que parece mostrar que as dificuldades dos alunos podem estar realmente associadas às escolhas de organização e tratamento da Álgebra, que não era explicitamente associada ao desenvolvimento do

pensamento algébrico, sendo, em geral, introduzida por meio de seu simbolismo sem que houvesse preocupação com a passagem gradativa da Aritmética para a Álgebra.

Com o novo documento, esperamos que sejam feitas as adaptações necessárias das propostas curriculares, o que o estado de São Paulo vem desenvolvendo por meio de guias de transição.

Acreditamos ainda que os materiais didáticos serão melhor adaptados às indicações da BNCC, sendo assim, ainda é prematuro analisar qualquer dado relacionado a essa nova organização do ensino.

Referências

Bigode, A. J. L.; Gimenez, J. (2017). *Matemática do cotidiano*. São Paulo: Scipione.

Bigode, A. J. L. (2014). *Matemática*. São Paulo: Scipione.

Brasil. (2018). Secretaria de Educação Fundamental. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC/SEF, 600p.

Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 152p.

Brasil. (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

Chevallard, Y. (1994). *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Disponível em: <http://yves.chevallard.free.fr/>. Acesso em: 11 out. 2019.

Chevallard, Y. (1997). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des Mathématiques: L'approche Anthropologique*, Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=27. Acesso em: 18 out 2019.

Dante, L. R. (2018). *Projeto Ápis*. Matemática. São Paulo: Ática.

Dante, L. R. (2019). *Projeto Teláris*. Matemática. São Paulo: Ática.

Dias, M. A. (1998). *Problèmes d'articulation entre points de vue "cartésien" et "paramétrique" dans l'enseignement de l'algèbre linéaire*. 510 p. Doutorado (Didática da Matemática) – Universidade Paris Diderot, Paris, 1998.

Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM* 6, 132-158.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadre et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques*. 340f. Doutorado (Didática da Matemática) – Universidade Paris Diderot, Paris, 1984.

Godoy, A. S. (1995). *Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades*. RAE - Revista de Administração de Empresas, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63.

Kaput, J. J. (1998). *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the K-12 curriculum*. In S. Fennel (Ed.), *The nature and role of algebra in the K-14 curriculum: Proceedings of a national symposium* (pp. 25-26). Washington, DC: National Research Council, National Academy Press.

- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 18, n. 2, p.139-190.
- Robert, A. (1997). Niveaux de conceptualisation et enseignement secondaire. En J.L. Dorier, G. Harel, J. Hillel, M. Rogalski, J. Robinet, A. Robert, A. Sierpiska et al. (Eds), *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question* (pp. 149-157), Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions.
- São Paulo. (2019). Secretaria da Educação do Estado de São Paulo – SEE/SP. *SARESP: Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017*. Disponível em: <<https://www.educacao.sp.gov.br/consulta-saresp.html>>. Acesso em: 15 out de 2019.