



Formación de maestros desde Numerario: una experiencia con fracciones

Gabriela **Builes** Gil¹

Universidad de Antioquia
Colombia

gabriela.builes@gmail.com

Luz Marina **Díaz** Gaviria²

Universidad de Antioquia
Colombia

imdiazgaviria@hotmail.com

Yolanda **Beltrán** de Covalada³

Universidad de Antioquia
Colombia

ybeltrand@gmail.com

Resumen

El propósito de este taller es visibilizar, desde el proyecto “de Numerario”, la importancia de los procesos de formación diseñados para maestros de Educación básica primaria, especialmente, en didáctica de las matemáticas; a través del desarrollo de una experiencia con las fracciones desde su origen en los procesos de medición. Con dicha experiencia se posibilita la reflexión con los maestros sobre metodologías que favorezcan los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, contextualizando el conocimiento en diferentes niveles de complejidad

¹ Integrante del grupo de investigación Matemáticas, Educación y Sociedad – MES – Facultad de Educación. Universidad de Antioquia. Profesora de cátedra en el área de Matemáticas en la Licenciatura en Pedagogía infantil, Facultad de Educación. Universidad de Antioquia. Integrante de equipos de trabajo en proyectos de extensión. Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

² Integrante del grupo de investigación Matemáticas, Educación y Sociedad – MES – Facultad de Educación. Universidad de Antioquia. Integrante de equipos de trabajo en proyectos de extensión. Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

³ Integrante del grupo de investigación Matemáticas, Educación y Sociedad – MES – Facultad de Educación. Universidad de Antioquia. Integrante de equipos de trabajo en proyectos de extensión. Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

desde las prácticas cotidianas.

Palabras claves: escuela, interacción, maestro, procesos, estrategia, aprendizaje, partes de magnitud.

*“Dar por hecho que todo en el mundo ya está creado es negar las posibilidades de asombrarse de lo que podemos descubrir, interpretar, proponer, disfrutar y sobre todo facilitarlo para los niños y las niñas; en el mundo de la vida están las matemáticas, dejemos que nuestros niños la toquen, lo sientan, lo vivan, lo descubran”.*⁴

Introducción

El proyecto de Numerario está inscrito como un programa de formación continuada de maestros de preescolar y básica primaria en la didáctica de la educación matemática. Con el desarrollo de este proyecto se busca transformar las prácticas pedagógicas de los maestros participantes, a partir de la reflexión y el diálogo entre los saberes derivados de la experiencia de los maestros, los saberes propios del campo disciplinar, la propuesta y desarrollo de estrategias para la enseñanza y la interpretación de los procesos de aprendizaje de las matemáticas. En el proyecto participan los maestros de Instituciones Educativas del sector público y es un buen ejemplo de alianza entre el sector público y privado para promover el desarrollo educativo en las comunidades y regiones, además, se implementa desde el año 2009 en diferentes regiones.

Por otra parte, desde el proyecto se promueven diferentes espacios de formación, no solo con los maestros, sino desde la participación de los padres de familia de los estudiantes en algunos talleres y de igual manera, la participación de coordinadores y directivos como veedores y dinamizadores de estos procesos en sus propias instituciones.

De igual forma, desde los ejes misionales, la Universidad logra vincularse y proyectarse en la sociedad. Esto, a través de la investigación y la docencia puestas al servicio de la extensión y de la realización de alianzas que permitan el desarrollo de proyectos, como es el caso del proyecto Numerario, que posibilita la interacción entre la empresa privada, la Universidad y la escuela pública.

Los procesos de formación de maestros que enseñan matemáticas se centran en dos espacios bien diferenciados a saber: formación de maestros en formación, en las licenciaturas de las diferentes universidades y formación continuada de maestros para los maestros en ejercicio, siendo esta última, la formación que se viene realizando desde el proyecto Numerario.

Los encuentros de formación con los maestros tienen como propósito la reflexión sobre estrategias didácticas que posibiliten desarrollar de manera integrada los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales desde la interrelación de los pensamientos matemáticos, en los diferentes grados de la básica primaria, y con base en dicha reflexión alrededor de las prácticas pedagógicas de los maestros, propiciar una transformación de ellas, de forma que posibilite que en el aula circulen otros sentidos y significados de las matemáticas.

Las actividades propuestas para los encuentros de formación se enmarcan en situaciones

⁴ Reflexión hecha por una maestra del corregimiento de Santa Elena en 2013, que si bien refleja una epistemología empírica de las matemáticas, de los maestros de básica primaria, es un momento importante en el proceso de reflexión en los encuentros de formación, en que los maestros reconocen la cotidianidad como punto de partida para darle sentido a las matemáticas en confrontación con las prácticas de comenzar por lo simbólico.

problema que generan la necesidad de poner en acción el saber matemático con sentido y de forma significativa. Esta estrategia favorece un diálogo de confrontación, por una parte, con los saberes propios del campo disciplinar de las matemáticas y por otra parte, con las estrategias metodológicas empleadas en los procesos de enseñanza y las maneras de interpretar los procesos de aprendizaje en los estudiantes.

Referentes teóricos

La formación de maestros

Numerario es un proyecto de formación continuada de maestros que enseñan matemáticas, desde el cual se posibilita espacios de reflexión, con los maestros en ejercicio, sobre sus prácticas pedagógicas, sobre las relaciones que se tejen en el aula de clase entre el maestro, el estudiante y el conocimiento matemático.

Los marcos legales del MEN proponen generar proyectos de formación de maestros que favorezcan la reflexión en torno a sus prácticas pedagógicas, su formación disciplinar y didáctica, teniendo en cuenta los contextos y los sujetos que conforman las comunidades educativas. Al respecto, en los mismos Lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998) se plantea:

“La formación de maestros debe descansar no sólo sobre una base metodológica firme que garantice la obtención de la cobertura y calidad apropiada, sino que ésta debe subyacer sobre una propuesta conceptual que permita a los maestros desplegar la educación que necesita la sociedad colombiana del nuevo milenio” (p.121).

En investigaciones sobre Educación Matemática se viene planteando otra concepción de formación, la formación de un maestro reflexivo, dador de sentidos desde sus creencias, motivos, acciones e historias, que sea capaz de pensarse como un maestro investigador, transformador de su práctica pedagógica, entendida como lo plantea Jaramillo (2003), citando a Larrosa, como un proceso vivido por cada uno, con base en su propio saber de experiencias y en una continua dialéctica entre sí mismo y los otros (los otros maestros, los otros directivos, los otros estudiantes, la institución, la familia y el contexto, entre otros). Favoreciendo de esta forma, que el maestro en formación, se sienta sujeto protagónico y al mismo tiempo, creador de saberes encaminados hacia su profesión.

Son diversas las formas como enseñan matemáticas los maestros de la educación básica primaria. En nuestras Instituciones educativas se ha venido visibilizando, entre otros, dos tipos de maestros: uno, el maestro que transmite a los niños un concepto, simplemente para que sea repetido y memorizado y el otro, que orienta la construcción de conceptos con sentido y significado, utilizando estrategias metodológicas que favorecen la relación entre la didáctica, el saber matemático y el saber matemático escolar, mediado en ocasiones por lo lúdico y lo afectivo. Es entonces, la apuesta desde el proyecto Numerario, formar un maestro crítico, capaz de desarrollar pensamiento matemático en los niños de básica primaria, desde la resolución de problemas de la cotidianidad, con procesos creativos, de representación y argumentación.

Así, cobra importancia la formación de maestros reflexivos, críticos, innovadores e investigadores que provoquen cambios y transformaciones significativos en la comunidad educativa. Al respecto Da Rocha Migueis y Da Graça Acevedo (2007) proponen que:

Debe ser, entonces, considerado como un proceso continuo, que pretende la mejoría de las prácticas docentes, centrado en el educador o en un grupo de educadores en interacción,

incluyendo momentos formales y no formales, de reflexiones no solo de las prácticas sino también de los contextos en que estas ocurren, con la preocupación de propiciar cambios educativos en beneficio de los educadores, los alumnos, las familias y las comunidades (p. 22).

El trabajo colaborativo es un aspecto primordial que se destaca en este proyecto puesto que participan diferentes actores a saber: el equipo de profesores la Universidad, los maestros, los niños, los directivos de las instituciones educativas y los padres de familia. Todos participan e interactúan de una u otra manera desde su lugar como personas y desde su propia experiencia, en procura de movimientos y transformaciones en los procesos que se desarrollan en el aula de clase. Esta idea se complementa con las propuestas de Boavida y Ponte (2002) quienes plantean que:

“La colaboración puede desarrollarse entre pares, por ejemplo entre profesores que trabajan un mismo proyecto; sin embargo, la colaboración puede también tener lugar entre actores con estatus y papeles diferenciados, por ejemplo entre profesores e investigadores, entre profesores y alumnos, entre profesores y encargados de la educación”... (p. 4).

Por otro lado cabe destacar la continuidad que se ha venido dando en el proyecto a partir de su fundamentación y las concepciones que le dan soporte; lo cual ha favorecido que se comiencen a identificar algunos cambios en las aulas de clase de primaria, acordes con las expectativas que tiene del proyecto la comunidad académica involucrada en él; según Boavida y Ponte (2002): “[...] la verdad es que, en muchos casos, la concretización, con éxito, de proyectos realmente ambiciosos e interesantes, solo es posible con la constitución de equipos colaborativos”(p. 6).

El saber disciplinar en la educación matemática

Investigaciones en Educación matemática (Dickson, Brown, & Gibson, 1991; Godino & Batanero, 2002; Llinares, 2006; Obando, 2003) han venido mostrando que los conocimientos relacionados con las fracciones provienen de múltiples situaciones de la cotidianidad. A partir de éstas, los maestros de básica primaria pueden generar estrategias que posibiliten a los estudiantes desarrollar procesos intuitivos iniciales, que favorezcan ir construyendo sentidos y significados del uso de las fracciones en diferentes contextos; para luego, ir avanzando en la conceptualización de los racionales.

En este sentido Godino y Batanero (2002) proponen las siguientes situaciones de uso de fracciones y razones como se muestra en la Tabla 1, donde los ejemplos que se presentan son análogos a los propuestos por el autor pero contextualizados a nuestro medio escolar Colombiano.

Tabla 1

Situaciones de uso de las fracciones

Situaciones de uso de las fracciones	Ejemplo
Partición de un todo	Si repartimos un pastel entre tres personas decimos que cada una de ellas recibe $\frac{1}{3}$. (todo continuo) En una bolsa hay 4 fichas blancas y 3 negras. Decimos que la probabilidad de obtener una

Situaciones de reparto		ficha blanca es $\frac{4}{7}$, porque los casos favorables son 4 de los 7 posibles. (todo discreto)
	Reparto equitativo en las que el número de objetos a repartir no es múltiplo del número de individuos entre los que se efectúa el reparto.	Se desea repartir, de manera equitativa, 3 panes entre 5 niños. Cada pan se divide en cinco porciones iguales y se dan tres de ellas a cada niño. El resultado del reparto se expresa con la escritura, $\frac{3}{5}$.
	Reparto proporcional de una cierta cantidad en partes que guardan una cierta relación.	Este tipo de reparto se usa en el muestreo proporcional. Por ejemplo, si en una población de jóvenes la proporción de deportistas es el 40% del total de jóvenes, al elegir una muestra de 1000 jóvenes se incluirá en la misma 400 deportistas.
Situaciones de medida	Por fraccionamiento de la unidad	Cuando decimos que un vaso de leche tiene $\frac{250}{1000}$ litros, es decir, $\frac{1}{4}$ de litro.
	Por conmensurabilidad	Cuando decimos que en un grupo del grado 5° hay 3 niños por cada 7 niñas. La razón entre el número de niños y niñas es $\frac{3}{7}$. La similitud con la conmensurabilidad se ve teniendo en cuenta que si tomamos 7 grupos de 3 niños obtenemos la misma cantidad de personas que si tomados 3 grupos de 7 niñas. En los dos casos se obtiene 21 personas.
Situaciones de trueque, en las que dos individuos intercambian mercancías de distintos tipos.		Cuando compramos una bolsa de limones de 2 libras por 3000 pesos. En este caso podemos decir que el trueque es 3000: 2 pesos la libra o, alternativamente que el precio unitario de la libra de limones es $\frac{3000}{2}$ de pesos.
Situaciones de transformación		Cuando se dice que el tasa de morbilidad de una población es del 10 por ciento o que el precio de las acciones de una empresa se ha reducido a los $\frac{1}{2}$ de su valor.
Situaciones de división no entera		En el contexto algebraico, la solución de la ecuación $a = bx$, con a y b enteros y cuando b no es un divisor de a y distinto de 0, se expresa mediante la fracción $\frac{a}{b}$, dejando indicado el cociente entre los números a y b (Godino, Cid, & Batanero, 2002).

Al resolver situaciones prácticas, concretas, en educación primaria, como las propuestas en los ejemplos, se va avanzando hacia la expresión del cociente de dos números naturales. Esto conduce a la idea de fracción y a medida que se avanza en los primeros grados de educación secundaria, tras un proceso de abstracción, a la introducción de los números racionales.

Para este taller el saber disciplinar específico está relacionado con “Las fracciones”, propuestas desde tres aspectos fundamentales: su origen en procesos de medición, las fracciones en el aula de clase y la importancia de las equivalencias, como se plantea en Universidad de Antioquia (2012).

Históricamente, los procesos de medición fueron una necesidad del hombre para contar sus rebaños, para delimitar sus tierras y cuantificar cualidades de objetos que hacían parte de su vida

cotidiana. Al contar determinaban un número exacto de objetos (cantidades discretas) tomando uno de dichos objetos como unidad natural, pero, para cuantificar, por ejemplo la tierra, crearon unidades artificiales como rectángulos, así con esta unidad debían saber cuántas veces estaba contenido el rectángulo unidad en el terreno a medir (magnitudes continuas) y generalmente no estaba contenido un número entero de veces. Los egipcios crearon unidades artificiales, relacionadas con partes del cuerpo humano, como el palmo y el cúbito. Otros pueblos crearon unidades diferentes. Los romanos, la milla, que equivalía a mil pasos de un legionario. Los franceses, la brazada, que equivale a la longitud de la punta de una palma a la otra, con los brazos abiertos. Los ingleses, la pulgada, el pie y la yarda.

Sin embargo, en la mayoría de situaciones de la vida cotidiana, en las mediciones de magnitudes continuas, la unidad de medida no suele estar contenida un número entero de veces en la cantidad de magnitud, por lo cual se hace necesario fraccionar la unidad de medida. Al respecto Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. Departamento de Extensión, (2012), citando a Aleksandrov, Kolmogorov y Laurentiev, afirman:

“En el proceso de medida generalmente ocurre que la unidad elegida no está contenida un número entero de veces en la magnitud a medir, por lo que el simple cálculo del número de unidades no es suficiente. Surge entonces la necesidad de fraccionar la unidad de medida para poder expresar la magnitud con mayor exactitud en partes de la unidad; esto es, no mediante números enteros sino por medio de fracciones. Fue así como surgieron realmente las fracciones, hecho que se ha demostrado con el análisis de datos históricos y de otro tipo. Surgieron de la división y comparación de las magnitudes continuas; en otras palabras, de las mediciones” (p. 58).

Para estos matemáticos la interacción entre la aritmética y la geometría condujo a la aparición de la fracción, como extensión de los números enteros a los fraccionarios.

Ahora, la enseñanza de las fracciones en la escuela primaria se ha centrado, tradicionalmente, en el desarrollo de procedimientos de carácter simbólico, gráfico, algorítmico, desprovistos de sentidos y significados. Es por esto que en este taller se propone crear contextos que posibiliten la apropiación y el uso de las fracciones desde procesos de medición.

Un aspecto de suma importancia a la hora de resolver problemas que contengan fracciones es la equivalencia, entendiéndose que dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad de magnitud. Así, la equivalencia de fracciones se convierte en una herramienta significativa cuando se solucionan problemas en los que se realizan operaciones que incluyen números fraccionarios, por ejemplo, para la suma y la resta de fracciones heterogéneas; de igual manera para la división de fracciones.

Es importante mencionar que muchas investigaciones muestran las dificultades que tienen los niños en el aprendizaje de las fracciones equivalentes. En el ámbito escolar se podrían plantear las siguientes preguntas: ¿A qué se refiere cuando se habla de las fracciones equivalentes? ¿equivalentes en qué? ¿en la forma? ¿en la cantidad? ¿en relaciones de tipo cuantitativo? Son preguntas sobre las que los maestros deben reflexionar y propiciar actividades que tengan sentido para los niños en el manejo de las equivalencias de fracciones.

Encuentros de formación de maestros

Los encuentros de formación de maestros en el proyecto Numerario son los espacios que posibilitan interacciones hacia una actitud crítica, reflexiva y transformadora en relación con la

práctica de enseñanza de las matemáticas, haciendo énfasis en las relaciones que se establecen entre los saberes matemáticos y su didáctica específica, a través de situaciones problema como estrategia metodológica que permite dotar de sentido los procesos de enseñanza y los procesos de aprendizaje de las matemáticas en la educación preescolar y básica primaria.

El Gráfico 1 muestra las relaciones que se han venido tejiendo desde los encuentros de formación con los maestros que participan en el proyecto Numerario. Muestra los elementos que componen el proyecto: en primer plano los propósitos que se materializan en un proyecto de formación continuada que implica, repensar los procesos - de enseñanza y de aprendizaje- desde diferentes contextos y que se concretizan y movilizan en cada uno de los talleres desarrollados en los encuentros de formación a través de la participación y la reflexión en las diferentes actividades propuestas.

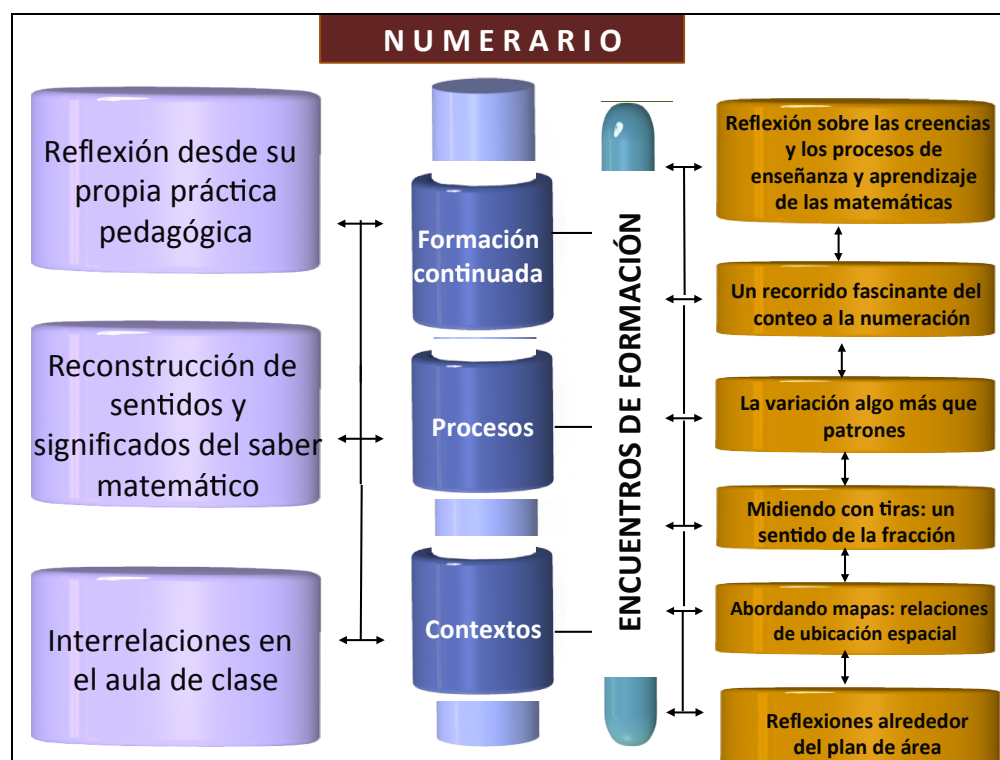


Gráfico 1. Relaciones en los encuentros de formación

Es así como en los encuentros de formación se evidencia el propósito general del proyecto Numerario: Construir con los maestros de preescolar y básica primaria, estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que movilicen el pensamiento matemático, en los niños y niñas, generando diferentes habilidades y actitudes que posibiliten la resolución de problemas en diferentes contextos, a través de la participación y reflexión en encuentros de formación.

Metodología

Las situaciones diseñadas para compartir con los maestros en los encuentros de formación, se proponen con la intencionalidad de visibilizar maneras de integrar los pensamientos matemáticos, de tal manera que se movilicen conocimientos, formas de enseñar, establecimiento de relaciones con la cotidianidad, concepciones de las matemáticas, prácticas de aula y

concepciones de los niños desde sus procesos de aprendizaje.

El desarrollo de los encuentros de formación con los maestros tiene la siguiente estructura como se ilustra en el gráfico 2: Un primer momento es indagar las creencias y saberes previos que tiene el maestro frente a la temática a abordar, tanto desde lo conceptual como desde lo metodológico. En un segundo momento se desarrolla una situación de aprendizaje que de cuenta de los conceptos, las relaciones y las estrategias sobre los que se pretende generar análisis y discusión. Luego, en el tercer momento se hace la lectura de un documento sobre el tema, haciendo énfasis en los conceptos, relaciones y estrategias más relevantes para ponerlos en diálogo con con las creencias planteadas inicialmente por los maestros, y con los aprendizajes alcanzados en el desarrollo de la situación, lo cual facilita la confrontación con las prácticas pedagógicas. Para finalizar, en el cuarto momento se estimula a los asistentes al encuentro a diseñar situaciones, acordes con los diferentes niveles de complejidad, según los distintos grados de la básica primaria, que recojan los elementos conceptuales y metodológicos reflexionados y confrontados (Builes, Díaz, & Beltrán, 2012)

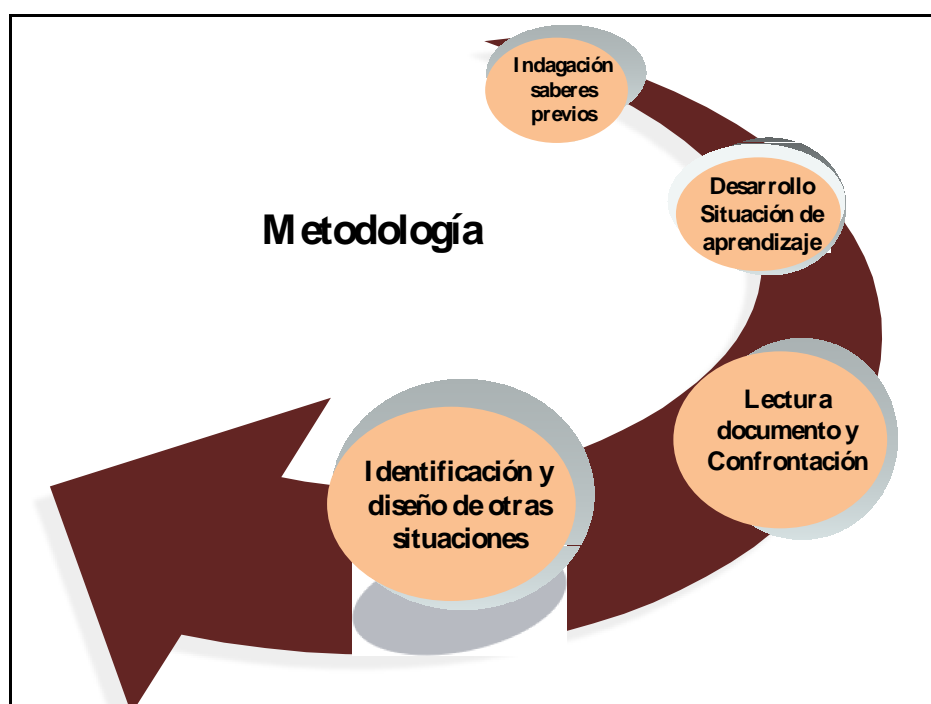


Grafico 2. Metodología en los encuentros de formación en el proyecto Numerario

Es importante a la hora de planear situaciones de aprendizaje para desarrollar en los encuentros de formación, que los maestros diferencien los contenidos conceptuales procedimentales y actitudinales para que sea tenido en cuenta como algo fundamental en el diseño de las mallas curriculares de los planes de área⁵. Con esta intención se propone la Tabla 2: “Tabla de contenidos” para llenar en las diferentes situaciones que se realizan con los maestros en los encuentros de formación.

Tabla 2

⁵ Presupuesto teórico tomado del proyecto de Recontextualización de los Planes de Área. Convenio Secretaría de Educación de Medellín con la Universidad de Antioquia, 2006-2012.

Tabla de contenidos para cada situación desarrollada

Situación:				
Contenidos conceptuales que se pueden abordar desde cada pensamiento matemático. (EL QUÉ)				
Pensamiento numérico.	Pensamiento espacial.	Pensamiento métrico.	Pensamiento variacional.	Pensamiento aleatorio.
Contenidos procedimentales (EL CÓMO)		Contenidos actitudinales (EL PARA QUÉ)		

Metodología del taller

En el taller que estamos proponiendo, en un espacio de dos horas, no pretendemos desarrollar todos los usos de las fracciones presentadas en los referentes teóricos, nos centraremos de manera especial en el sentido de la fracción desde la medida, de tal manera que se movilicen conocimientos, formas de enseñar, especialmente la división de fracciones, establecimiento de relaciones con la cotidianidad, creencias de los maestros frente a la enseñanza de éste y a su vez genere nuevas estrategias para el trabajo con sus estudiantes en el aula.

Compartiremos el componente metodológico del proyecto Numerario en doble vía, primero, se socializará, con una presentación, la fundamentación metodológica del proyecto y segundo, se vivenciará con los participantes cada uno de los momentos de la metodología planteados en el Gráfico 2. Finalmente, la tabla 3 visibiliza cada uno de estos componentes de la temática de las fracciones que se van abordar.

Tabla 3

Tabla de momentos en la metodología del taller

MOMENTOS	ACTIVIDADES
1	Indagación de saberes previos sobre el sentido de las fracciones y las estrategias metodológicas para su enseñanza, a través de un cuestionario escrito.
2	Desarrollo de algunas situaciones de aprendizaje: Midiendo con tiras y acoplamiento.
3	Lectura de los documentos: “El origen de la fracción” y “La división de fracciones: ruptura o dolor de cabeza” reflexión y confrontación con los saberes previos y los aprendizajes en el desarrollo de las situaciones.
4	Diseño de otras situaciones de aprendizaje.

Referencias y bibliografía

- Boavida, A.M., & Ponte, J. P. (2002). *Investigação Colaborativa: Potencialidades e problemas*. In GTI (Org), *Reflectier e investigar sobre prática profesional*. Lisboa: APM.
- Builes, G., Díaz, L. M., & Beltrán Y. (2012). La variación, algo más que patrones: una experiencia desde el proyecto Numerario. En *Memorias del XII Encuentro colombiano de Matemática Educativa*, Asocolme. Medellín.
- Da Rocha, M, M., & Da Graça, A, M. (2007). *Educação Matemática na Infancia. Abordagens y desafios*. Rio de Janeiro. Brasil: Ediciones Gailivro.
- Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991) *El aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Editorial Labor.
- Godino, J.D., Cid, E., & Batanero, C. (2002). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Distribución en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/> Impresión: ReproDigital. Facultad de Ciencias Avda. Fuentenueva s/n. 18071 Granada.
- Jaramillo, D. (2003). *(Re)constituição do ideário de futuros professores de matemática num contexto de investigação sobre a prática pedagógica* (Tesis Doctoral). Brasil
- Linares, S. (2006). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte – todo al razonamiento proporcional. En M Chamorro (Coord.), *Didáctica de las Matemáticas para primaria* (pp. 187 – 220). Madrid: Pearson Educación.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá.
- Obando, G. (2003). *La Enseñanza de los Números Racionales a Partir de la Relación Parte – Todo*. Revista *EMA*, 8(2), 1-27.
- Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. Departamento de Extensión, (2012) Programa para la transformación de la calidad educativa TODOS A APRENDER. Módulo de matemáticas. Medellín.