

ESTUDO DOS QUADRILÁTEROS: UMA REVISÃO DA LITERATURA

Daysi Julissa García-Cuéllar*

Saddo Ag Almouloud**

garcia.daysi@pucp.pe, saddoag@pucsp.br

Instituto de Investigación sobre Enseñanza de la Matemáticas, IREM-PUCP, Perú*
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Brasil**

Resumen

O artigo tem como objetivo apresentar uma revisão de literatura sobre pesquisas que tem foco no ensino e aprendizagem dos quadriláteros. Para a revisão se usou tese, dissertações e artigos em revistas e eventos acadêmicos. A metodologia foi uma pesquisa bibliográfica do tipo estado da arte. Para delimitar a análise estabelecemos as seguintes categorias: (i) Pesquisa que desenvolveram estudos com estudantes; (ii) Pesquisas que desenvolveram estudos na formação docente; (iii) Pesquisas que desenvolveram estudos com livros didáticos (iv) Ensaios teórico. Ante ao exposto nas pesquisas, é possível perceber que as quatro categorias elencadas convergem para um ponto comum, que é que os quadriláteros são estudados como um produto acabado na Educação Básica, sem questionamento de suas diferentes caracterizações.

Palabras clave: : *Quadriláteros, Revisão da literatura, Estudo de bibliografia*

Introdução

O presente artigo forma parte da tese de doutorado da primeira autora que vista no estudo dos quadriláteros como saber a ensinar no sistema educativo peruano. Mostra-se uma revisão da literatura focado no ensino e na aprendizagem de dito objeto matemático. Consideramos que este estudo pode contribuir aos pesquisadores interessados na temática para saber sobre o que já foi feito e fornecer informações para futuros estudos na área.

Metodología

Realizou-se uma pesquisa bibliográfica do tipo estado da arte de teses, dissertações e artigos. De acordo com Fiorentini e Lorenzato (2006), os estudos do estado da arte procuram inventariar, sistematizar e avaliar a produção científica numa determinada área (ou tema) do conhecimento, buscando identificar tendências e descrever o estado do conhecimento de uma área ou de um tema de estudo.

Procuramos teses e dissertações no banco de teses da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) no Brasil e no Peru, no portal do Registro Nacional de Trabalhos de Investigação da SUNEDU (Superintendência Nacional de Ensino Superior Universitário). Além disso, procuramos no Google acadêmico e no banco de teses de outros países. Também, procurou-se artigos em revistas e em anais de congressos nacionais e internacionais.

Categorias da revisão da literatura

Utilizamos quatro categorias para separar às pesquisas, no quadro 1 apresentamos as categorias e as pesquisas que usamos para a revisão de literatura.

Quadro 1

Categorias da revisão de literatura

	Categoria	Pesquisas
I	Desenvolveram estudos com estudantes	Borja (2015), Espinoza (2015) e Forsythe (2015)
II	Desenvolveram estudos na formação inicial docente	Dalcín e Molfino (2012), Escudero e Carrillo (2014) e Ferreira (2016).
	Desenvolveram estudos na formação continuada docente	Maioli (2002) e Goméz (2015)
III	Desenvolveram estudos com livros didáticos	Micelli e Crespo (2012) e Becerra (2015)
IV	Ensaios teóricos	Gascón (2003) e Huerta (1996)

Fonte: Elaboração própria

Primeira categoria

Borja (2015) tinha por foco o estudo de quadrilátero, Trapézio. Objetivou analisar como os estudantes de nível *secundário* encontram a medida da área do trapézio, a partir de sua reconfiguração. A autora utilizou a Teoria de Registros de Representação Semiótica (TRRS), mais especificamente o registro figural e na apreensão operatória de reconfiguração, que consiste no fracionamento da figura que representa o trapézio para obter uma nova figura para logo determinar a medida da área deste objeto matemático. Os sujeitos da pesquisa foram alunos de segundo ano de nível secundário no Peru (12 a 15 anos).

Na parte experimental, Borja (2015) fez uma sequência de três atividades que foram planejadas para que os alunos desenvolverem no trapézio a operação de reconfiguração no registro figural com o uso da malha quadriculada e software GeoGebra. A autora identificou a apreensão perceptiva, discursiva, sequencial e operatória que os estudantes desenvolvem quando dão

solução as atividades da sequência. Além disso, observou que os estudantes mobilizaram seus conhecimentos prévios sobre a medida da área do trapézio quando usam a fórmula para encontrar a medida da área do trapézio.

Uma conclusão importante que autora fez é que os estudantes, apresentam dificuldades em determinar a medida da área do trapézio, porque dão maior importância ao uso da fórmula que não é compreendida por eles e em alguns casos é esquecida, há ausência de outros procedimentos que permitam resolver esta questão como a operação de reconfiguração que é dada no registro figural.

Espinoza (2015), estudou o trapézio, com o foco na base média de esse objeto matemático. O objetivo da pesquisa foi analisar como estudantes de quarto ano de nível secundário no Peru (15 ou 16 anos de idade) conjecturam a propriedade da base média do trapézio quando articulam as apreensões no registro figural em uma sequência didática apoiada no GeoGebra. A pesquisadora usou como quadro teórico alguns aspectos da TRRS e a Engenharia Didática como quadro metodológico.

Na parte experimental, Espinoza (2015) realizou uma sequência de atividades que focam o conceito de trapézio, as propriedades e a conjecturar relacionada à propriedade da base média do trapézio. A pesquisadora conclui que os estudantes mostraram dificuldade em construir o trapézio isósceles, ao contrário, eles construíram o trapézio escaleno. Essa ação revelou que eles conseguiram desenvolver sua apreensão sequencial do trapézio escaleno porque seguiram uma sequência ordenada de passos para construí-lo. Além disso, Espinoza (2015) percebeu que os estudantes mostraram algumas limitações em termos de conhecimento sobre o trapézio, e o uso de uma linguagem matemática adequada para dar a conhecer as suas conjecturas.

Forsythe (2015), em seu artigo, apresenta uma pesquisa com estudantes britânicos de 13 anos de idade, baseado em desenvolvimento de raciocínio Geométrico de Van Hiele e na forma de classificação hierárquica proposta por De Villiers. O objetivo do estudo foi verificar se uma tarefa pedagógica baseada em uma figura dinâmica projetada em um programa de Software de Geometria Dinâmica poderia ser útil no desenvolvimento do raciocínio geométrico dos estudantes. Para isso, a pesquisadora usou a ferramenta arrastre no software *Geometers Sketchpad*, e focou as relações entre formas geradas a partir da figura dinâmica, especialmente, o losango como um caso especial de trapezoide simétrico.

A autora indicou que o desenvolvimento da ideia de inclusão de figuras não foi automático para os estudantes. Observar a animação (Figura1) permitiu que os estudantes assistissem à natureza contínua da mudança de figura e provou ser o catalisador para mover seu raciocínio para perceber relações inclusivas entre o losango e o trapezoide simétrico.

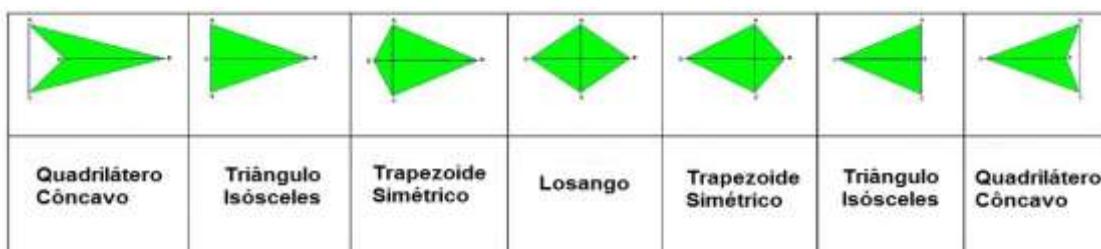


Figura 1. Formas geradas durante a animação. Forsythe (2015, p. 213)

A pesquisadora indica que, quando os estudantes trabalham em um ambiente de DGS, a representação visual é claramente o foco principal de sua atenção. Arrastar uma figura na tela é uma atualização visual que os matemáticos costumam fazer quando animam figuras mentalmente para perceber as variantes e invariantes (Leung, 2008; Sinclair et al., 2009, *em* Forsythe, 2015, p. 217). Daí que reside o poder da geometria dinâmica como sendo mais intuitivo e mais próximo de como as nossas mentes trabalham, e pode ajudar os estudantes que acham tais visualizações mentais difíceis.

Segunda categoria

Nesta categoria, consideramos dois subcategorias, a primeira formada pelas pesquisas que são baseadas na formação inicial e uma segunda subcategoria, por pesquisas de formação continuada de professores.

Subcategoria: formação inicial de professores

Dalcín e Molfino (2012) investigaram as possibilidades de construção e justificação de propriedades dos quadriláteros geradas a partir de classificações não tradicionais deles. A pesquisa foi realizada trabalhando-se em equipes de três ou quatro estudantes em formação para se tornar professores no Uruguai, tanto em lápis e papel quanto em Geogebra, e coletivizando ao final de cada atividade. Os autores usaram os paradigmas do Espaço de Trabalho Geométrico propostos por Houdelement y Kuzniak (1993, *em* Dalcín e Molfino, 2012, p.4) para planejar as atividades propostas em sua pesquisa.

Os pesquisadores, depois da aplicação das atividades, concluíram que os estudantes fizeram classificações dos quadriláteros tomando como critérios exclusivamente a igualdade de seus lados ou a igualdade de seus ângulos. Essas classificações nunca foram feitas antes pelos estudantes e nem aparecem nos livros didáticos do Uruguai, mas que no início, eles só conseguiram fazer a classificação pelo paralelismo de seus lados (paralelogramos, trapézios e trapezoides).

Além disso, os estudantes em formação para se tornar professores, foram capazes de conceber e construir famílias de quadriláteros que nunca haviam considerado antes, como quadriláteros com apenas três lados iguais (ou ângulos). Dalcín e Molfino (2012), indicam que a construção em GeoGebra de algumas famílias de quadriláteros, embora muitas vezes significasse um grande

desafio, permitiu apreciar a amplitude da família considerada e ir além dos quadriláteros conhecidos pelos estudantes.

No mesmo sentido, os pesquisadores observam que os estudantes poderiam também estabelecer, no campo da Geometria I e / ou no campo da Geometria II, a equivalência ou não de diferentes definições, e apreciar que essas definições, e, portanto, a equivalência, depende se a classificação considerada é hierárquica ou por partição.

Escudero e Carrillo (2014), em seu artigo, fizeram uma análise sobre o conhecimento que os professores em formação inicial têm sobre os quadriláteros. Para isso, basearam-se no modelo teórico de Conhecimento Especializado do Professor de Matemática (MTSK). Os sujeitos foram 51 estudantes do segundo ano de Licenciatura em Educação Primária da Universidade de Sevilla. A coleta de informações sobre o conhecimento matemático foi realizada por meio da aplicação de um questionário e uma entrevista que só foi aplicada a 12 participantes. A análise dos achados mostra que os estudantes comparam características comuns e não comuns de figuras, e depois classificá-las.

O resultado das atividades desta pesquisa permitiu que os pesquisadores conhecessem a imagem conceitual dos professores em formação inicial, dos diferentes quadriláteros, incluindo o trapézio. Os autores, com base nos resultados obtidos, mostram, também, que alguns estudantes tiveram dificuldades em reconhecer quadriláteros e, dentro deles, o trapézio. A posição não convencional em que as figuras foram apresentadas parece ter sido uma das origens das dificuldades enfrentadas pelos alunos. Eles também observaram que muitos dos estudantes em formação inicial docente têm sérias dificuldades em representar um quadrilátero convexo. Finalmente, os pesquisadores afirmam que as principais deficiências estão na falta de compreensão das noções geométricas, como as propriedades comuns aos quadriláteros, porque a forma da figura e o que é percebido por intermédio da sua representação superam seus conhecimentos geométricos, mais especificamente os relacionados aos quadriláteros. Além disso, os autores mencionam que a imagem prototípica das figuras incentiva os estudantes a indicar propriedades incorretas das figuras.

Ferreira (2016) fez um estudo sobre uma proposta didática cujas tarefas articulam provas e demonstrações como estratégia metodológica de ensino para minimizar as dificuldades relacionadas ao tópico ‘quadriláteros’ em um curso de licenciatura em matemática.

A pesquisadora utilizou como marco teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD) para a análise de livros didáticos e modelar as situações de ensino, a TRRS, dando ênfases às diferentes apreensões de uma figura, a Teoria de Situações Didáticas para a elaboração e experimentação da sequência e na análise didática da situação de ensino, e as concepções de prova e demonstração de Balacheff (2000, em Ferreira, 2016). Além disso, usou como marco metodológico a Engenharia Didática. Os sujeitos da pesquisa foram 12 estudantes da licenciatura de matemática na Universidade do Estado da Bahia no Brasil.

Nos resultados desta pesquisa, a autora indica que apesar da verificação que os estudantes praticaram provas formais, eles mostraram fragilidade no desenvolvimento de uma demonstração e apresentaram deficiências em articular propriedades e conceitos geométricos.

No estudo dos livros didáticos, Ferreira (2016) indica que os livros abordam quadriláteros de maneira direta, no sentido da formalização para a resolução de problemas. A organização didática do tópico quadrilátero não parece ter potencial para permitir ao estudante participar da construção da teoria, mas apenas compreender o que foi feito por outro. A pesquisadora evidenciou dificuldades conceituais relativas à caracterização de quadriláteros notáveis e às relações entre eles. Algumas dessas dificuldades estão relacionadas com o foco dado à apreensão perceptiva quanto às justificativas propostas pelos estudantes.

Subcategoria: formação continuada de professores

Maioli (2002) tinha por objetivo como professores de matemática de ensino médio no Brasil desenvolvam conhecimento sobre o objeto matemático quadriláteros e também conheceram teorias na área de educação matemática, como a Teoria de Situações Didáticas e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a fim de promover uma reflexão de suas práticas na sala de aula. Participaram dessa pesquisa dez professores do ensino médio.

Para analisar a participação e o processos de formação dos professores, a autora estabeleceu seis categorias, as quatro primeiras correspondem às dificuldades que apresentam em relação à geometria, sobre aspectos conceituais e visuais, situações e livros didáticos; as duas últimas categorias estão relacionadas à visão de pesquisa e registros de representação. As atividades foram projetadas levando em consideração as quatro fases de ação, formulação, validação e institucionalização propostas por Brousseau (1986, em Maioli, 2002), e a maioria das atividades foram trabalhadas em diferentes registros (enunciados verbais, representação figural e discurso matemático).

O objeto matemático foi analisado em vários tópicos: aspectos visuais, definição, propriedades, construções geométricas, conjecturas, demonstrações, contraexemplos, teorema recíproco e discussão entre o grupo de professores. A metodologia adotada permitiu que os professores participantes experimentassem dois momentos: no primeiro, propõe-se que os professores se coloquem no lugar de seus alunos para resolver situações problemáticas e, no segundo momento, os professores conduzirem uma reflexão sobre pesquisas em que usa a teoria da situação e a teoria dos registros de representação semiótica para relacioná-los na sua prática de ensino.

Com relação ao desenvolvimento da sequência de atividades, foi possível observar, a partir da TRRS, o seguinte: dificuldade em verbalizar conceitos, como: "ponto médio da reta AB", "reta tangente a uma curva em um ponto". A autor afirma que não é uma consequência de falhas conceituais, mas que os professores afirmam que não estavam acostumados a verbalizar uma construção. O que significa que eles dão mais importância ao aspecto visual do que conceitual, porque é mais fácil para eles.

Em relação às dificuldades na área da geometria, a autora observou o uso de termos impróprios, confusão entre propriedades e definições, a diagonal de um polígono é sempre interna, a ideia de "base" no contexto da geometria é confundida com a ideia de base no sentido comum.

Gómez (2015) analisou como um estudo de quadriláteros que envolve o processo de visualização mediado pela GeoGebra pode contribuir na formação continuada de professores de nível *secundário* no Peru. Fundamentou sua pesquisa na TRRS com ênfases na visualização e na articulação nas apreensões sequenciais, perceptivas, operativas e discursivas desse registro e como quadro metodológico usou à Engenharia Didática.

A pesquisadora elaborou e implementou uma oficina com quinze professores que atuam no nível *secundário* no Peru que já tinham conhecimento do uso do GeoGebra. A oficina estava composta por quatro atividades que tinham como foco o estudo do paralelogramo, a configuração, a reconfiguração e o arraste. A pesquisadora assevera que os professores mobilizaram seus conhecimentos anterior relevante para o estudo de quadriláteros, uma vez que conseguiram realizar tratamentos no registro figural ao utilizar ferramentas específicas do GeoGebra. No entanto, a autora percebeu que os professores tinham problemas para coordenar este registro com seu discurso. Eles conseguiram articular as apreensões: perceptivo-operatória, perceptivo-discursiva e perceptivo-operatória-discursiva. O que dá indícios de que os professores, participantes da pesquisa, desenvolveram processos de visualização do objeto matemático quadrilátero. Além disso, a pesquisadora indica que se os professores desenvolvem suas apreensões eles serão capazes de criar situações do objeto matemático que propiciem em seus estudantes o desenvolvimento dessa habilidade.

Terceira categoria

De modo similar, Micelli e Crespo (2012) apresentam um estudo em que analisam 16 livros de textos escolares de ensino médio utilizados nos últimos vinte anos na Argentina. Para categorizar o tipo de classificação que é abordado em cada livro didático, as autoras tomaram os tipos de classificação (hierárquica e por partição) de De Villiers (1994, em Micelli e Crespo, 2012).

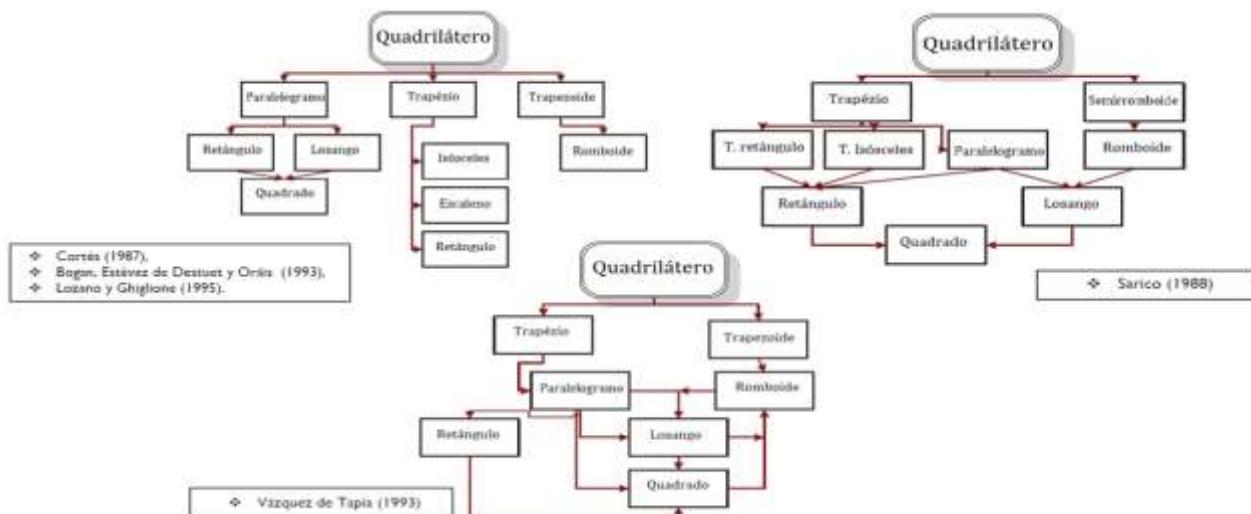


Figura 3. Classificações dos Quadriláteros. Adaptado de Micelli y Crespo (2012)

Na figura 3, visualizam-se algumas das classificações do estudo de Micelli e Crespo (2012). As autoras indicam que é possível ter definições diferentes para o mesmo quadrilátero, o que leva a gerar classificações diferentes, todas igualmente válidas, uma vez que são entendidas como uma convenção. Essa coexistência mostra o consenso que se estabelece no processo de institucionalização dessas definições. Além disso, as pesquisadoras sugerem perguntar-se se os professores estão cientes da existência desses consensos que, no caso dos quadriláteros, resultam na coexistência de diferentes classificações.

Como pode ser observado, as pesquisas de Dalcín (2006) e Micelli e Crespo (2012) tiveram o foco nas definições e classificações dos quadriláteros. Ambas pesquisas usaram os tipos de classificação de De Villiers (1994) (hierárquica e por partição). Evidenciam que há diferentes formas de classificar os quadriláteros e que estas dependem da forma como são definidos. Dessas pesquisas, podemos dizer que as classificações apresentadas têm como critério o paralelismo dos lados dos quadriláteros e se sua definição é inclusiva ou exclusiva.

Outra pesquisa qualitativa de tipo bibliográfica sobre o estudo dos quadriláteros foi feita na pesquisa de mestrado de Becerra (2015). Tem por objetivo descrever e analisar a organização matemática relacionada a quadriláteros, presente na quarta unidade de um livro didático do quinto ano do ensino fundamental, distribuído pelo Ministério da Educação a todas as instituições públicas do Peru.

A pesquisadora usou como quadro teórico à Teoria Antropológica do Didático (TAD) porque lhe deu os elementos necessários para descrever a organização matemática presente no livro didático, mais especificamente, os construtos tipos de tarefas, tarefas, técnicas, tecnologia e teoria. Além disso, a autora utilizou os sete critérios de grau de completude de uma OML (organização matemática local) propostos por Fonseca (2004, *apud* Becerra, 2015, pp. 34-36),

estes indicam as características dos componentes e as relações das Organizações Matemáticas Locais (OML). Os resultados obtidos por Becerra (2015) mostram a presença de 9 tipos de tarefas, 23 tarefas, 6 técnicas, 14 elementos tecnológicos e uma teoria na quarta unidade de um livro didático do quinto ano do ensino fundamental no Peru. Com relação à análise dos indicadores de completude de Fonseca, a pesquisadora observou que os indicadores de OML1 ao OML6 são parcialmente atendidos e o indicador OML7 não é atendido. É por isso que a autora conclui que a organização matemática apresentada no quarto capítulo do livro didático não é completa.

Quarta categoria

Gascón (2003) apresenta um ensaio sobre a classificação dos quadriláteros. O pesquisador indica que esse objeto matemático é trabalhado nas escolas como se fosse acabado e pronto, que já não se pode modificar, nem tecer refletir sobre ele. Ele mostra uma possível razão de ser (o porquê e o para que é ensinado nas escolas) da classificação dos quadriláteros, considerando diferentes critérios como as propriedades de suas diagonais, os tipos de simetria e por seus ângulos.

Gascón (2003) indica que a classificação dos quadriláteros se encontra na temática de polígonos na escala de codeterminação (Disciplina ⇔ Domínio ⇔ Setor ⇔ Tema ⇔ Assunto de estudo) propostas na Teoria Antropológica do Didático. Mas, o pesquisador indica que se considerasse as simetrias das figuras como o critério de sua classificação, estaria no nível temático da simetria e no setor de movimentos no plano. Desta forma, cada uma das classificações propostas pode ser entendida como um estudo de quadriláteros que permitiriam recuperar a razão de ser do estudo desta questão (da classificação) no nível *secundário*. O autor indica que é uma proposta que, se pudesse ser realizada, teria um impacto muito além do nível temático e provocaria uma profunda reestruturação dos diferentes setores e em algumas áreas do currículo em matemática.

Por outro lado, Huerta (1996), em seu artigo, apresenta uma resenha histórica dos quadriláteros no período do século XIX até finais do século XX. Fez uma revisão das definições e tipos de quadriláteros desde as perspectivas de Euclides, Legendre, Pastor e Andam. Além disso, o autor mostra como são apresentados os quadriláteros nos livros-texto de nível fundamental (nível *primário* na Espanha). O autor ressalta que somente os quadriláteros notáveis (paralelogramo, trapézio e trapezoide) são ensinados, e que sua classificação é feita, usando-se o paralelismo de seus lados. Indica, ainda, que essa organização tem sido permanente no período estudado, embora existem outras maneiras de organizar tal classificação, como por exemplo, a classificação hierárquica considerando a concavidade dos quadriláteros (côncavo e convexo) e não somente o paralelismo de seus lados.

Para Huerta (1996), a tradição tem mandado no ensino da geometria e, portanto, no ensino dos quadriláteros, esse objeto matemático é apresentado como um produto acabado do qual nada se pode dizer porque todo está dito. Mas, considera que essa tendência pode ser modificada se outras formas de organização do conhecimento foram almejadas.

Conclusões

Ante ao exposto, é possível perceber que as quatro categorias elencadas convergem para um ponto comum, que é que os quadriláteros são estudados no ensino como um produto acabado na Educação Básica, sem questionamento de suas diferentes classificações.

A primeira categoria evidencia que os estudantes da educação básica não são capazes de estabelecer propriedades mínimas para caracterizar os quadriláteros, e não relacionam os diferentes tipos de quadriláteros. Além disso, revela que os aspectos visuais são preponderantes em suas respostas.

A segunda categoria, tanto na formação inicial, como na formação continuada, evidencia dificuldades conceituais relativas à caracterização de quadriláteros notáveis, sua classificação e na identificação das relações entre eles. Algumas dessas dificuldades estão relacionadas com o foco dado à apreensão perceptiva como sendo quase o único meio as justificativas propostas na resolução de problemas envolvendo quadriláteros.

Quanto à terceira categoria, o estudo de livros didáticos centrou-se no tipo de classificação dos quadriláteros notáveis (paralelogramo, trapézio e trapezoide) e indica que a classificação depende da maneira como são definidos os quadriláteros (inclusiva ou exclusiva). Além disso, as pesquisas que usaram como quadro teórico a TAD, reportam que as organizações matemáticas propostas nos livros didáticos são incompletas e que as técnicas aplicadas se centram essencialmente nos aspectos visuais e no uso das representações geométricas.

Na quarta categoria, os ensaios mostram que a tradição tem mandado no ensino dos quadriláteros, mas apresentam como essa perspectiva pode ser modificada, considerando outras formas de organização do conhecimento.

Agradecimientos

El presente trabajo fue realizado con apoyo de la Coordinación de Aperfeiçoamiento de Pessoal de Nível Superior- Brasil (CAPES)- Código de Financiamiento 001.

Referencias

- Becerra, A. (2015). Análisis de una organización matemática asociada al objeto cuadriláteros**
que se presenta en un libro de texto del quinto grado de educación primaria. Disertación
(Maestría en enseñanza de las matemáticas) – Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- Borja, I. (2015). Reconfiguración del trapecio para determinar la medida del área de dicho objeto matemático con estudiantes del segundo grado de educación secundaria. (Maestría en enseñanza de las matemáticas) – Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, .
- Dalcín, M. (2006). La definición y clasificación de cuadriláteros en los libros de texto de ayer y de hoy. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, p. 472-477.

- Dalcín, M., & Molfino, V. (2012). Clasificación particional de cuadriláteros como fuente de demostraciones y construcciones en la formación inicial de profesores. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*. v. 1, n. 1, p. LXXXI – XCVII.
- Escudero, A., & Carrillo J. (2014). Conocimiento matemático sobre cuadriláteros en estudiantes para maestro. *Revista de Investigación en Educación Matemática* XVIII, pp. 267-276, Salamanca: SEIEM.
- Espinoza, B. (2015). Base media del trapecio y aprehensiones en el registro figural. Una secuencia didáctica con el uso del Geogebra con estudiantes del nivel secundario. (Maestría en enseñanza de las matemáticas) – Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- Ferreira, M. B. C. (2016). *Uma organização didática em quadrilátero que aproxime o aluno de licenciatura das demonstrações geométricas*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Fiorentini, D & Lorenzato, S. (2006). Investigaçāo em Educação Matemática: percursos técnicos e metodológicos. Campinas: Autores Associados.
- Forsythe, S. (2015). Dragging maintaining symmetry: can it generate the concept of inclusivity as well as a family of shapes? *Research in Mathematics Education*, v.17, n. 3, p. 198-219.
- Gascón, J. (2003). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en secundaria II. La clasificación de los cuadriláteros convexos. *Revista SUMA*, 45, p. 41 – 52.
- Gómez, C. (2015). *Proceso de visualización de cuadriláteros: un estudio con profesores de nivel secundario*. Disertación (Maestría en enseñanza de las matemáticas) – Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- Huerta, M.P. (1996). Los cuadriláteros a comienzos del siglo XIX, a comienzos del siglo XX y a finales del siglo XX, ¿Qué ha cambiado? *Revista SUMA*, 21, p. 55 – 62.
- Maioli, M. (2002). *Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Micelli, M., & Crespo, C. (2012). ¿Existe más de una clasificación de cuadriláteros? ¿por qué? *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, p. 845-853.