

TAREAS DE APRENDIZAJE Y HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN A PARTIR DEL CÁLCULO DE VOLÚMENES

Catalina Molano Carranza*

Hildebrando Díaz Soler**

ebenezercata@hotmail.com, hildebrandodiaz@hotmail.com

Institución Educativa Rural Departamental Cacicazgo Colombia*

Institución Educativa Gustavo Romero Hernández, Colombia**

Resumen

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos de una actividad relacionada con la aproximación al concepto de volumen desarrollada por 8 grupos de estudiantes de grado noveno en dos sesiones de trabajo del área de matemáticas en la Institución Educativa Rural Departamental Cacicazgo de Suesca Cundinamarca. El objetivo primordial de esta propuesta se centró en describir algunas habilidades de visualización y el tipo de tareas de aprendizaje del volumen puestas en juego por los estudiantes. Los principales referentes teóricos que se tienen en cuenta en esta investigación están relacionados con la enseñanza del volumen y la visualización que permiten evidenciar el papel que juega el estudiante en la construcción de su propio conocimiento, el rol del docente en crear ambientes de interacción en el aula que propicien y ayuden a la reflexión, discusión y concertación de significados con el fin de potenciar en los estudiantes su aprendizaje.

Palabras clave: *enseñanza, aprendizaje, volumen, habilidades de visualización.*

Introducción

La enseñanza de la geometría en la educación básica, permite diseñar situaciones concretas tomadas del contexto educativo mediante la exploración y la manipulación de objetos. Además, propicia la elaboración de diseños y maquetas, posiciones y transformaciones de figuras en diferentes perspectivas, que contribuyen a la construcción del espacio en su entorno físico, cultural, social e histórico, y a su vez, orientan a los estudiantes a reconocer y hacer uso de propiedades y conceptos geométricos.

El MEN (1998) menciona que la enseñanza de la geometría en la educación básica, sirve como una herramienta para interpretar, entender y apreciar diversas formas de figuras bidimensionales y tridimensionales presentes en el entorno. Dicho de otra manera, la enseñanza y aprendizaje de la geometría (EAG) propicia el desarrollo de habilidades espaciales como el razonamiento, la

comunicación, la percepción, la resolución y la orientación e intuición visual; también EAG, permite mejorar la capacidad para interpretar y manipular mentalmente la información visual que reciben los estudiantes de diferentes objetos físicos en relación a su contexto, entre otras.

También aduce, que el pensamiento espacial es "... el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales" (p. 56).

Esta investigación pretende dar mayor importancia al proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría, especialmente la relacionada con el componente espacial métrico. En este proceso se parte del diseño e implementación de actividades, que involucren la manipulación de sólidos, representaciones mentales de objetos bidimensionales y tridimensionales desde distintas perspectivas. También se propone el trabajo con la visualización, tareas relacionadas con la enseñanza y aprendizaje del concepto de volumen y el uso de algunos materiales educativos, que permitan potenciar habilidades de visualización del pensamiento espacial, y a su vez, aproximar a los estudiantes de grado noveno a la noción del volumen en sus diferentes apreciaciones de enseñanza.

Por tal razón, se hace necesario aplicar y desarrollar actividades que propicien el desarrollo del pensamiento matemático, partiendo de diversas experiencias que se relacionen con el contexto del estudiante y permitan mejorar los resultados de las pruebas externas Saber 9° en matemáticas, en la que se tienen en cuenta las competencias de comunicación, representación y modelación; razonamiento y argumentación; planteamiento y resolución de problemas, enunciando los conocimientos, capacidades y habilidades de los estudiantes, y a su vez, buscan evidenciar las significaciones que el estudiante ha logrado construir y que pone a prueba cuando se enfrenta con diferentes situaciones problema.

Referentes teóricos sobre la visualización matemática

A medida que el ser humano interacciona con su entorno hace uso de sus sentidos, en este caso, el sentido que cobra más relevancia para la construcción y formación de imágenes mentales es el de la vista, cada una de estas imágenes se van estructurando y organizando en la mente del ser humano con su devenir diario, y a su vez, la memoria va realizando asociaciones con imágenes mentales almacenadas con anterioridad.

Torres (2009) menciona que "(...) cualquier esfuerzo que implique comprender, analizar y explicar fenómenos de la vida cotidiana ha estado siempre presente la visualización, asociada fundamentalmente con los procesos de abstracción del ser humano" (p. 162). Por consiguiente, el ser humano establece una relación estrecha entre lo que percibe de su contexto (imágenes externas) y la mente (construcción interna) haciendo uso de sus sentidos; este proceso que realiza es conocido como visualización.

También aduce que:

"la visualización se considera una tarea del proceso comunicativo, por medio del cual se transforman los datos abstractos y los fenómenos complejos de la realidad en mensajes visibles, y que lleva a un proceso de descubrimiento del conocimiento" (p. 164).

De modo accesorio Zazkis, Dubinsky & Dautermann (1996) citado en Suárez y León (2016) presentan la visualización como "el acto que puede consistir en la construcción mental de objetos o procesos que un sujeto asocia con objetos o medio externos como el papel, la pizarra o la pantalla del ordenador o situaciones percibidas" (p.112).

Además, Buttenfield y Mackaness (1991) citado en Torres (2009), consideraron a "la visualización como el proceso de representar la información como una vista general de un todo, con el propósito de reconocer, comunicar e interpretar patrones y estructuras" (p.163)

Lo descrito con antelación ha generado que el hombre busque establecer conexiones entre el mundo real y las diferentes ramas de la matemática, permitiéndole desarrollar diferentes tipos de habilidades como: visuales, de dibujo y construcción, de comunicación, de orientación, de razonamiento y de modelización; a partir del reconocimiento de diferentes posiciones espaciales de su contexto.

Habilidades de visualización

Las habilidades de visualización son utilizadas por los seres humanos en diferentes contextos de su diario vivir. Estas son herramientas que hacen parte de la formación del pensamiento espacial del individuo. Gonzato & et al. (2013) declaran que "(...) el desarrollo de habilidades de orientación espacial y visualización de cuerpos geométricos se considera un objetivo valioso y necesario para cualquier ciudadano" (p.1).

Al mismo tiempo Gonzato & et al. (2013) mencionan que:

(...) la interpretación y la comunicación de la información de manera figural (con descripciones gráficas y modelos de hechos y relaciones espaciales) o verbal (vocabulario específico utilizado en geometría, expresiones y términos deícticos) son importantes habilidades relacionadas con la visualización y la orientación espacial.

La visualización permite al ser humano comunicar la información (a otros, o a si mismo) que observa de su contexto y a su vez interpretarla mediante el uso de representaciones materiales (fotos, esquemas, dibujos, planos, maquetas, entre otros) y mentales (objetos imaginados, pensados, entre otros) aportando a la construcción de su conocimiento y el de otros.

Se considera los aportes realizados por Torres (2009) haciendo referencia a que:

(...) la visualización apoya el sistema cognitivo del usuario, puede potenciar procesos humanos automáticos para el reconocimiento de patrones, apoya los procesos de soporte del aprendizaje y, a partir de representaciones externas, revela estructuras inherentes al conocimiento (de un individuo y de grandes cantidades de información), en función de ayudar a otras personas a adquirir un nuevo conocimiento (p. 163).

Tareas para el desarrollo de habilidades de visualización

Basándome en el trabajo expuesto por Gonzato, Fernández y Godino (2013, pp. 1-19) se resumen a continuación el tipo de tarea, descripción de las actividades, acciones y respuestas que los estudiantes ponen en juego cuando se enfrentan a diferentes tareas de aprendizaje con el fin de abordar la enseñanza de la visualización y el desarrollo de habilidades en el contexto de la geometría espacial.

Tabla 1

Tipo de tarea para el desarrollo de habilidades espaciales

TIPO DE TAREA: INTERPRETACIÓN DE PERSPECTIVAS DE OBJETOS TRIDIMENSIONALES

Descripción de la actividad	Requieren reconocer y cambiar puntos de vista (cambio de perspectivas), interpretar perspectivas de objetos, rotar mentalmente objetos, interpretar diferentes representaciones planas de objetos tridimensional (perspectivas, vistas,...), convertir una representación plana en otra, construir objetos a partir de una o más representaciones planas. Estas tareas construyen técnicas para representar un objeto o un espacio, y al mismo tiempo se aprende a leer diferentes tipos de representaciones planas y los códigos respectivos.
Acciones	<i>De manera general:</i> Reconocer, describir, fabricar o transformar objetos. <i>Componer y descomponer en partes:</i> dadas dos o más piezas componerlas para formar un sólido, o viceversa, dado el sólido descomponerlo en dos o más partes.
Respuestas	<i>Contar elementos:</i> dado un sólido contar los elementos que lo componen (unidades de volumen, caras, aristas, vértices, etc.). <i>Construcción:</i> si se requiere la construcción del objeto tridimensional. <i>Dibujo:</i> si se requiere una representación plana del objeto tridimensional. <i>Identificación:</i> si se requiere identificar la respuesta correcta entre más opciones. <i>Verbal:</i> si se requiere una respuesta verbal /numérica (que no exija ninguno de los anteriores tipos de respuestas).

Elaboración propia, teniendo en cuenta los aportes de (Gonzato & et al., 2013)

Diferentes puntos de vista sobre la enseñanza del concepto de volumen

El volumen puede concebirse de distintas maneras, algunas enfocadas a la representación del volumen como el espacio que ocupa un cuerpo en relación con otros objetos; otras con la comparación de unidades que forman un cuerpo y el volumen visto desde el espacio desplazado al sumergir un objeto en un líquido.

Anwandter-Cuellar (2012) menciona que la actividad geométrica a menudo se reduce al reconocimiento de objetos geométricos, su clasificación y la aplicación de fórmulas para realizar cálculos, sin tener en cuenta el objeto matemático volumen como un objeto independiente en sus dimensiones geométricas y físicas (p. 55).

A continuación, se mencionan diversos tipos de tareas para el volumen a partir de diferentes perspectivas teniendo en cuenta las contribuciones de Anwandter-Cuellar (2012, pp. 58-60), Estas serán utilizadas para el análisis de resultados en esta investigación.

Desde el punto de vista numérico – geométrico

Continuando con la clasificación de Moreira-Baltar (1994-1995) con respecto al área, él también vio el área como una grandeza

Tamaño del volumen

El volumen es una magnitud, es decir, es una característica común a los sólidos que se pueden medir. En este sentido, se asume un conjunto de sólidos y se establece una relación de equivalencia para definir el tamaño del volumen. La acción requerida en este aspecto se puede realizar teniendo en cuenta la estructura de orden, suma, resta y división sin recurrir a medidas.

Otras indicaciones para la enseñanza del objeto matemático volumen

En esta sección se menciona otro tipo de tareas para la enseñanza del volumen partiendo de lo expuesto por Olmo, Moreno & Gil (1993, pp. 115-139), clasificaciones que se tendrán en cuenta para el análisis de resultados. Se resumen a continuación en la siguiente tabla.

Tabla 2

Tareas de aprendizaje en la adquisición del concepto matemático volumen.

INDICACIONES PARA LA ENSEÑANZA DEL VOLUMEN

TAREAS DE APRENDIZAJE	Descripción	Tipo de actividades
	Comparación Fijar la atención en dos o más cosas para reconocer sus diferencias y semejanzas y para descubrir sus relaciones.	<ul style="list-style-type: none"> • Comparar capacidades • Comparar volúmenes (inmersión, recuento) • Comparar volúmenes con capacidades
	Medida Se orienta a un número que muestra el tamaño o cantidad de algo.	<ul style="list-style-type: none"> • Elección de un patrón de medida • Sistemas de medida • Instrumentos de medida
	Aritmetización Trata sobre la obtención del volumen de unos cuerpos en función de otros llamados unidades. Es el modo de calcular las áreas y volúmenes de forma práctica mediante el uso de fórmulas	<ul style="list-style-type: none"> • Cálculo de volúmenes de cuerpos (empaquetado, llenado, rellenado, transformaciones de romper y rehacer)

Tabla elaborada con información tomada de Olmo, Moreno & Gil (1993, pp. 115-139)

Metodología de la Investigación

El desarrollo de esta investigación se centró bajo la perspectiva del enfoque fenomenológico interpretativo, el cual es un enfoque de la investigación cualitativa que permite explorar, describir, analizar y comprender las experiencias obtenidas por los estudiantes de manera individual y grupal en la actividad desarrollada.

A continuación, se destaca lo que proponen Hernández & Mendoza (2018) quienes manifiestan que los (...) diseños fenomenológicos interpretativos tienen como propósito principal explorar, describir y comprender las experiencias de las personas respecto a un fenómeno y descubrir los elementos en común de tales vivencias” (p.548).

Vale la pena decir, que este enfoque propone analizar y comprender las descripciones que los estudiantes hacen de manera individual y colectiva desde su experiencia en el aula, partiendo de

una serie de actividades en las que se obtienen resultados, acciones y respuestas de transformación de un tema o área de conocimiento, con la finalidad de mejorar la enseñanza y generar en los estudiantes interacciones con el aprendizaje, entre sus pares y el docente.

El desarrollo de la actividad

Esta actividad se desarrolló en el aula de clase de matemáticas de la IERD Cacicazgo, se contó con la participación de 24 estudiantes que trabajaron en grupos de 3 integrantes en una sesión de clase de matemáticas de dos horas para el **R1**. Los grupos están abreviados por la letra G y su respectivo número al que corresponde. (G1, G2, G3, G4, G5, G6, G7 y G8)

Actividad 1. Aproximación al concepto de volumen

Reto 1. Comparando Construcciones parte I

1. Construyan torres diferentes utilizando todas las galletas rectangulares o circulares asignadas. ¿De todas las torres construidas, cuál ocupa mayor y menor espacio? ¿Por qué?
2. Ahora, elijan una de sus torres y con las demás torres reacomoden las galletas, de forma que sean semejantes a la torre que eligieron. ¿Qué pueden decir acerca del espacio ocupado?
3. Tome 2 barajas de cartas de póker y póngalas una sobre la otra en su pupitre, ubique las barajas en las diferentes posiciones como se muestra en las figuras, respondan las preguntas y justifiquen sus respuestas.

Fig. 1



Fig. 2



Fig. 3



Fig. 4



- a) El volumen de la Fig. 1., y la Fig. 4. ¿es igual o diferente? ¿Por qué?
- b) ¿Cómo es el espacio ocupado por las barajas de póker en cada uno de los casos?
4. El sólido A se ha formado a partir de galletas iguales. Su volumen es $148,003 \text{ cm}^3$, su área lateral es $107,16 \text{ cm}^2$ y su área total es $170,14 \text{ cm}^2$ ¿Qué se puede decir del volumen, del área lateral y del área total de los sólidos B y C construidos a partir de A?
5. He comprado cuatro tacos de galletas Saltín, un taco contiene 17 galletas que colocadas una encima de la otra forman una altura de $8,5 \text{ cm}$. Una galleta mide $9,5 \text{ cm}$ de largo y 6 cm de ancho.
 - a) ¿Necesito saber cuánto espacio ocuparan los 4 tacos de galletas en el mueble de mi cocina? ¿Expliqué como hago para calcular este espacio?
 - b) ¿Cómo debería acomodar las galletas de tal manera que el espacio ocupado sea menor?



6. Coloca 12 galletas circulares una encima de la otra como harían para calcular el espacio ocupado por estas galletas. Justifique su respuesta.

A continuación, se muestra una descripción general sobre el tipo de tareas de aprendizaje volumen, habilidades de visualización, acciones y respuestas puestas en juego por los estudiantes en esta actividad.

Tareas de aprendizaje y habilidades de visualización A1-R1

Este reto se enmarca en las tareas de aprendizaje desde el punto de vista de comparación, medida y geométrica- numérica; de *comparación* (volúmenes) porque busca reconocer diferencias y semejanzas para deducir relaciones entre sí. De *medida* enfocada a la relación con el número, tamaño o cantidad de algo y desde la perspectiva *geométrica-numérica*, en este sentido se tiene en cuenta al volumen como un tamaño, Anwandter-Cuellar (2013) cita a Moreira-Baltar (1994-1995) resaltando que el área se puede comparar desde el punto del tamaño y esto aplica para el volumen por ser una magnitud que permite encontrar relaciones de equivalencia entre sólidos definiendo estructuras de orden, suma, resta y división sin recurrir a medidas.

El propósito de estas tareas consistió en acercar a los estudiantes hacia la construcción del objeto matemático volumen mediante diferentes actividades prácticas. También que ellos adquirieran la noción de volumen a través de la composición y descomposición de cuerpos con la manipulación de objetos concretos de diferentes formas, tamaños y texturas.

Tareas de aprendizaje de volumen R1

Para **P1 y P2.**, desde la perspectiva *geométrica-numérica*, cinco grupos hacen una relación de equivalencia de orden utilizando la acción del conteo de galletas, sin importar la posición en que se ubiquen las galletas si en cada torre elaborada hay igual cantidad de galletas el volumen es el mismo luego el espacio ocupado también. Tres grupos consideran que el volumen es diferente cuando se colocan todas las galletas cubriendo un plano aquí el espacio ocupado es mayor que cuando está en forma de torre.

En **P3a y P3b**, la relación de equivalencia la realizan por el número de barajas utilizadas, cuatro grupos dudaron en decir que el volumen era igual por la posición de las cartas en la fig. 4., cabe resaltar que la tarea desde el punto de vista es de tipo geométrico ya que se debe identificar si existe variación del volumen cuando se realiza una transformación geométrica. La concepción del tamaño del volumen en este caso está relacionada con la siguiente propiedad relacionada con la medición: "El volumen es invariable por isometría, en otras palabras, si aplicamos una isometría a un sólido, su volumen se conserva". Aquí interviene la docente haciendo preguntas a los grupos utilizando ejemplos de su contexto y al final ellos deducen que pasa lo mismo con las galletas sin importar la forma en que estén posicionados se mantiene el mismo volumen.

P4 y P5, Aquí cinco grupos de estudiantes siguen utilizando relaciones de equivalencia teniendo en cuenta el patrón de medida elegido y hacen uso de la aritmética, a pesar de que se habían

realizado experiencias relacionadas en los puntos anteriores en la **P5b** un grupo concluye que los 4 tacos de galletas se deben ubicar uno detrás del otro para que ocupen menos espacio.

En cuanto a la tarea de *medida* hacen la elección de un patrón de medida en este caso la galleta es el patrón elegido por todos los grupos y determinar el volumen de las torres por el número total de galletas, número de barajas, número de tacos.

En la tarea de *comparación* todos los grupos la asumen a través del conteo de las galletas y de las barajas de póker. Por otro lado, el G6 y el G1 también hacen uso de la tarea de *aritméticación* haciendo uso de la fórmula, teniendo en cuenta las dimensiones de las galletas, taco de galletas, y de las barajas de póker y realizando el producto entre sus dimensiones cuando eran rectangulares.

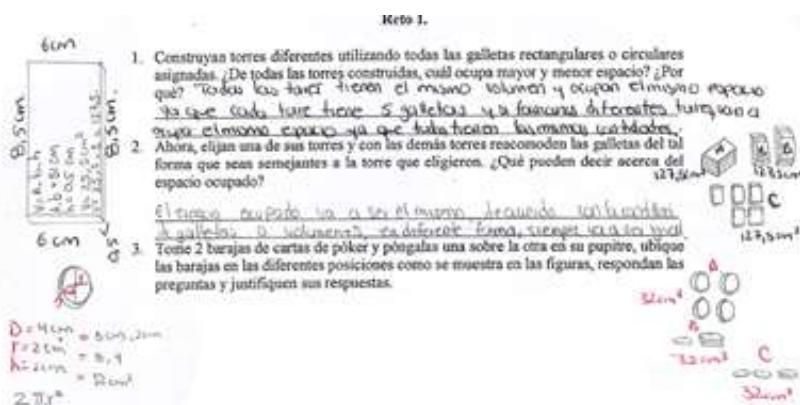


Imagen 1. A1-R1- P (1-2) Tareas de aprendizaje volumen involucradas

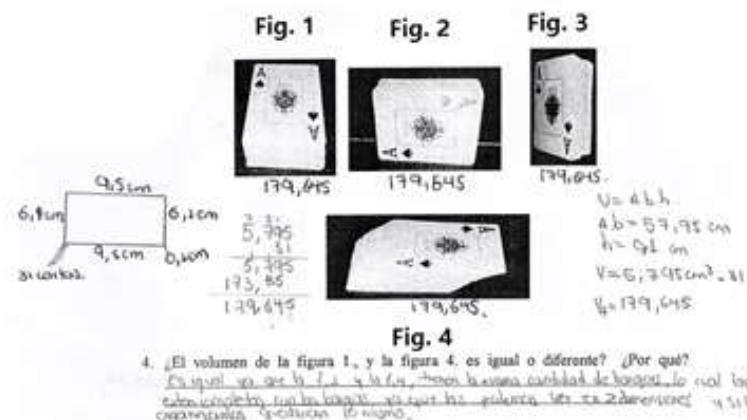


Imagen 2. A1-R1- P (3-4) Tareas de aprendizaje volumen involucradas

5. ¿Cómo es el espacio ocupado por las barajas de póker en cada uno de los casos?
 El espacio ocupado en las barajas es igual, ya que todos tienen el mismo volumen, el impacto en cada el mismo. Sin importar la orientación de los cartas.

6. El sólido A se ha formado a partir de galletas iguales. Su volumen es $148,003 \text{ cm}^3$, su área lateral es $107,16 \text{ cm}^2$ y su área total es $170,14 \text{ cm}^2$. ¿Qué se puede decir del volumen, del área lateral y del área total de los sólidos B y C construidos a partir de A?

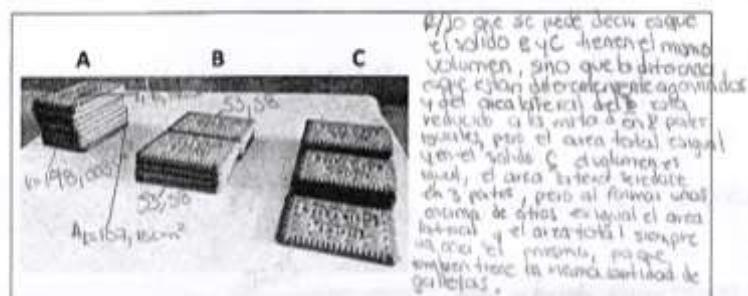
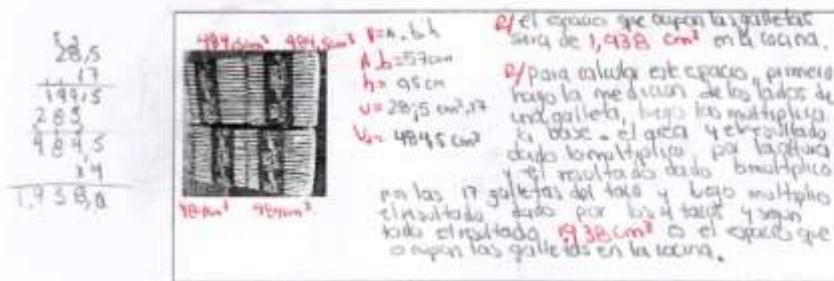


Imagen 3. A1-R1- P (4) Tareas de aprendizaje volumen involucradas

7. He comprado cuatro tacos de galletas Saltín, un taco contiene 17 galletas que colocadas una encima de la otra forman una altura de 8,5 cm. Una galleta mide 9,5 cm de largo y 6 cm de ancho.

a) ¿Necesito saber cuánto espacio ocupan los 4 tacos de galletas en el mueble de mi cocina? ¿Explique como calcula este espacio?



b) ¿Cómo debería acomodar las galletas de tal manera que el espacio ocupado sea menor?

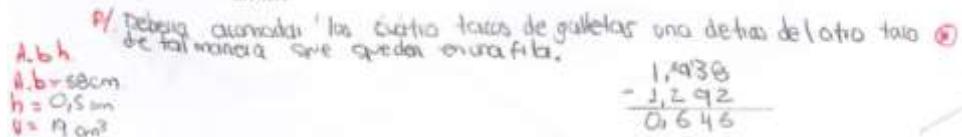


Imagen 4. A1-R1- P (5) Tareas de aprendizaje volumen involucradas

P6. Esta pregunta demostró dificultades y errores de tipo cognitivo seis grupos coinciden de una u otra forma que para determinar el espacio ocupado por las galletas de forma circular es necesario calcular el ancho largo de una galleta y luego se multiplica por la cantidad de galletas que conforman la torre. Es decir, asocian fórmulas del cálculo de áreas de algunas figuras planas para determinar el volumen.

Habilidades de visualización puestas en juego por los estudiantes de grado noveno A1.

En esta sección se muestran las habilidades de visualización, acciones y respuestas que los estudiantes utilizan en los diferentes retos.

Cabe resaltar que la A1 se enmarcan en el tipo de tarea para el desarrollo de habilidades espaciales propuesto por Gonzato & et al. (2013) clasificada en la interpretación de perspectivas de objetos tridimensionales. Es decir que este tipo de tarea permite al estudiante convertir un sólido en otro por medio de la composición y descomposición de sus partes, construir sólidos partiendo de unidades de patrón elegidas (conteo de elementos).

Habilidades de Comunicación. Esta habilidad requiere identificar relaciones entre distintas unidades de medida, unidades de la misma magnitud y determinar su pertenencia.

Las acciones que los estudiantes usaron para resolver la A1 en esta habilidad fueron a manera general:

- La mayoría de los grupos identificaron el cálculo de volúmenes utilizando la unidad de medida apropiada (uso de galletas, tacos y cubos) relacionándola en las situaciones planteadas en los retos
- Reconocieron que pueden utilizar diferentes unidades de medidas es decir tomando un patrón de medida como referencia y a partir de allí obtener el volumen de un sólido
- Por otro lado cuatro grupos solo reconocen esa magnitud como única unidad de medida y un grupo no reconoce la unidad de medida para la experiencia realizada, expresa solo cantidades numéricas.
- Algunos grupos presentaron dificultades en decir que los volúmenes no son los mismos, a sí se utilicen la misma cantidad de galletas, ellos perciben que si se cubre por pavimentación (usando galletas) una región esta ocupa mayor volumen y espacio que si se hacen torres de galletas
- El tipo de respuesta utilizado por los grupos de trabajo son de tipo verbal/ numérica y de construcción.

Habilidades de Razonamiento. Esta habilidad está relacionada con generalizar procedimientos de cálculo para encontrar el volumen de algunos sólidos esta habilidad se evidencia en las:

Acciones que los estudiantes usaron para resolver la A1 fue:

- G1, G6, G5, G3 y G7 justificaron la validez de sus procedimientos realizando representaciones, dibujos y construcciones con los sólidos, también de forma verbal, la obtención del volumen sus sólidos, aunque en algunos ítems tenían dudas en el transcurso de la sesión se fueron aclarando por el docente o por compañeros de otros grupos, en el momento de realizar la justificación de las respuestas de cada grupo (estilo tertulia) muchos de ellos lograron aclarar sus inquietudes.

Habilidades de Resolución. Esta habilidad concierne a establecer y utilizar diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de volumen. Además, involucra tareas de medición utilizando de manera pertinente unidades de medidas.

Las acciones puestas en juego por los estudiantes para resolver la A1 fueron:

- Algunos grupos hacen uso de propiedades geométricas de manera implícita en el desarrollo de sus retos
- Reconocen que no existe un único patrón en unidades de medición, en este caso para el volumen
- Usaron de manera pertinente los materiales utilizados en estos retos para determinar el volumen de los sólidos creados por ellos.
- Usaron varias estrategias para determinar el volumen de los sólidos, por medio de contar elementos, a través de las fórmulas es decir utilizan la aritmética para obtener sus respuestas, componen y descomponen en partes los sólidos, entre otras.

Consideraciones finales

Se observa que a lo largo de la actividad se presentaron las habilidades de visualización la conversión entre registros semióticos de representación, así como el tratamiento al interior de algunos de ellos, pero todo el tiempo se evidenció la relación entre los registros, es decir, los estudiantes reconocieron que todos hacían referencia a la misma situación, proceso que resulta fundamental para comprender un objeto matemático, en consecuencia para enseñarlo y aprenderlo, ya que si no se relacionan todas sus representaciones se puede llegar a considerar que cada una se refiere a un objeto matemático distinto (Duval, 2006)

Referencias

Anwandter-Cuellar, N. (2013). Conceptions d'élèves de collège sur la notion de volume. *Petit x*(93), 53-75.

Beltrán, L. & Suárez, W. (2014). Proceso de visualización en geometría, perspectiva de género. Comunicación presentada en Encuentro Distrital de Educación Matemática. EDEME1 (pp. 198-217). Bogotá, Colombia: Prácticas y propuestas innovadoras en el aula de matemáticas: realidades y desafíos. MEMORIAS.

Fernández, T. (2013, Septiembre 5,6 y 7). La investigación en visualización y razonamiento espacial. Pasado, presente y futuro. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM), 19-42.

Fernández, T. (2014). Atendiendo habilidades de visualización en la enseñanza de la geometría. Memorias IX Festival Internacional de Matemática, 21-33.

Gonzato, Margherita., Godino, Juan D., Contreras, Ángel y Fernández, Teresa. (2013, Septiembre 5, 6 y 7). Conocimiento especializado de futuros maestros de primaria sobre la visualización de objetos tridimensionales. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. (SEIEM) , 311- 318.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). Metodología de la investigación. México: McGRAW-HILL.

MEN. (1998, Junio 7). Serie lineamientos curriculares Matemáticas. Lineamientos curriculares- Ministerio de Educación de Colombia. Santa Fe de Bogotá, D.C., Bogotá, Colombia: Magisterio. Retrieved Junio 27, 2018, from https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

MEN, Matriz de Referencia Matemáticas. Siempre día E. (2016). Retrieved from <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/88958>: http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf

Olmo, M.A. del , Moreno, M.F. & Gil, F. (1993). Superficie y volumen. ¿Algo mas qué el trabajo con fórmulas? Madrid: Síntesis, S.A.

Suarez Moya, W. A., León Corredor, O. L. (2016, Julio- diciembre). El aprendizaje de la visualización espacial en niños y en niñas. Revista Horizontes Pedagógicos, 18(2), 110-119.

Torres Ponjuán, D. (2009,, Diciembre). Aproximaciones a la visualización como disciplina científica. ACIMED, 20(6), 161-174. Retrieved 02 28, 2019, from http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1024-94352009001200005&lng=es&tlng=es.