# EXPERIENCIA DE LA COMPETENCIA, “RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN” EN EL ÚLTIMO PUENTE INCA DE QUESWACHAKA

**Franklin Taipe Florez,**
**Julio Cesar Condori Huillca**
**Doris Castro Huamani**
**Willi Taipe Florez**
panqui77@hotmail.com, cesar-ch@hotmail.com, dofranris@hotmail.com, willitaipeflorez@gmail.com

Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, Perú

**Resumen**

*Se presenta una experiencia de aprendizaje con profesores de matemática en el marco del Currículo Nacional de Educación Básica para lograr la competencia "Resuelve problemas de forma, movimiento y localizacion", el objetivo fue de desarrollar las capacidades y lograr la competencia en los docentes con una experiencia de aprendizaje situado. Esta se desarrolló en el último puente inca de Queswachaka en Cusco y consistió en realizar, observaciones y mediciones convencionales y no convencionales. Esta información fue trabajada por grupos para las capacidades de Modela objetos con formas geométrica, Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, Usa estrategias y procedimientos para medir, Argumenta afirmaciones sobre las relaciones geométricas. Obteniendo: los modelos* $(x+0.98)^2 = 4(30.12)(y+0.001)$ $i$ $f(x) = 0.01x^2 - 0.31x + 22.32$.*, siendo comunicádas a través del Excel y Geogebra, se afirma la validez del modelo bajo las condiciones del lugar geográfico, lográndose la mencionada competencia en comparación a bibliografía especializada.*

**Palabras clave:** *Modelamiento, puente inca, competencia, capacidades matemáticas.*

## Introducción.

En el presente año se viene implementando el CNEB Currículo Nacional de Educación Básica en las Instituciones Educativas del nivel secundario, este currículo mantiene, direcciona y fortalece el enfoque por competencias, capacidades y los estándares de aprendizaje nacionales. En el área de matemática su desarrollo se da a través del enfoque Centrado en la Resolución de Problemas que promueve y facilita que los estudiantes desarrollen entre otras la competencia: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización, donde se desarrolla en conjunto sus cuatro capacidades que son, Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones, Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio, Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

Para el logro de competencias en los estudiantes, es necesario que los profesores logren desarrollar y trabajar en competencias a partir de situaciones reales concretas, aprovechando recursos propios de su zona y en uso del aprendizaje situado.

El aprendizaje situado trata de incentivar el trabajo en equipo y cooperativo a través de proyectos orientados a problemas que precisen de la aplicación de métodos analíticos que tengan en cuenta todo tipo de relaciones y vinculaciones. Esto necesariamente implica la *participación activa* y consciente del alumno, de ahí que este aprendizaje examine ideas que rodean más el "saber" que el "conocer" (Cook & Brown, 1999)

El puente colgante de cuerda Queswachaka une dos pendientes de un desfiladero del río Apurímac en el distrito Cusqueño de Quehue, en la sierra sur del Perú. La existencia de este puente data desde la época incaica y su mantenimiento y renovación se realiza mediante un rito ejecutado por las comunidades de Winchiri, Chaupibanda, Ccollana Quehue y Perccaro.

El 5 de agosto de 2009 el *Instituto Nacional de Cultura del Perú* declaró como Patrimonio cultural de la nación al «ritual de renovación del puente Queswachaca, así como los conocimientos asociados a su historia y construcción», también es considerado Patrimonio Cultural Inmaterial de la Unesco, tiene una peculiar forma de un objeto geométrico matemático similar a la de una parábola muy abierta, constituyendo en un objeto de estudio para una experiencia de lograr competencias en el área de matemática específicamente en el modelamiento matemático, gracias a sus elementos históricos relevantes lo accidentado del lugar geográfico y su significatividad e interés dado por los profesores.

**Finalidad, Implementación y Metodología.**

Finalidad de la Experiencia.

El objetivo de esta experiencia es lograr que los docentes puedan desarrollar la competencia matemática de, Resuelve problemas de forma, movimiento y localización, combinando las capacidades de Modelar objetos con formas geométricas, Comunicar su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, Usar estrategias y procedimientos para medir y Argumentar afirmaciones sobre las relaciones geométricas. Y así puedan transmitir a sus estudiantes, las actividades, las sensaciones, las dificultades y satisfacciones que produce el aprendizaje basado en competencias y que estos puedan desarrollarlos en su formación escolar secundaria.

Implementación de la Propuesta.

Mediante grupos se resolvió la situación problemática de modelar, comunicar, argumentar afirmaciones de la forma geométrica del puente de Queswachaka, haciendo uso de las orientaciones para el proceso enseñanza aprendizaje del CNEB. Ambos grupos deben realizar la actividad siguiendo dichas orientaciones: Partir de Situaciones significativas, Generar el conflicto cognitivo, Generar interés y disposición como condición para el aprendizaje, Promover el trabajo cooperativo, Aprender haciendo, Partir de saberes previos, Construir el nuevo conocimiento, Aprender del error o el error constructivos, Mediar el progreso de un nivel a otro, Promover el pensamiento complejo.

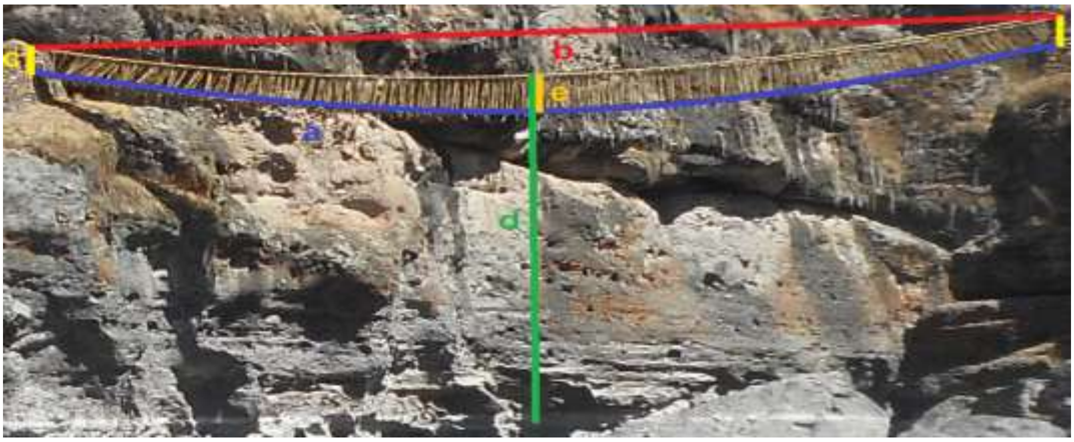


Figura 1. Medidas convencionales del puente Inca de Queswachaka.

Metodología General.

Se formaron dos grupos de profesores A y B cada grupo con 9 docentes entre varones y mujeres, en el lugar del puente de Queswachaka, realizan 5 medidas oficiales (a,b,c,d,e) de la Figura 1,con instrumento, haciéndose tres veces para tomar un promedio, y todas las medidas no convencionales que les pudiera ser útiles para la resolución de la tarea.

Metodología del grupo A.

Se tomaron las medidas no convencionales d1, d2, d3, d4, d5, d6 a1, a2, a3, a4, e1 y e2 tomando el eje de las abscisas (x), paralelo al nivel del rio, como indica la Figura 2.


Figura 2. Medidas no convencionales del puente Inca de Queswachaka.

Se asume el origen de las coordenadas XY, como el vértice de la parábola, los resultados de las medidas se introdujeron al programa Excel, en el cual se determinara la ecuación de la parábola con la función insertar función de dispersión XY, a partir de la ecuación general de la parábola $(x-h)^2 = 4p(y-k)$, se encontrara los elementos de la parábola.

Metodología del grupo B.

Estrategia 01: Se insertará la imagen al Geogebra, para tener datos y también comprobar algunas expresiones geométricas de modo que el lado inicial por la izquierda, coincida con el eje "y" y que el ras del rio Apurímac coincida con el eje "x"; por lo tanto, se ubicó puntos en el trayecto de la curva inferior, para encontrar un modelo que reproduzca los elementos de puente de Queswachaka, Figura 4.

Estrategia 02: Para modelar una función cuadrática necesitamos mínimamente 3 puntos como el punto B que se ubica en el eje "y" y el punto K que cierra la curvatura de nuestro puente y algún punto que se ubique por la mitad de la curva como el punto G. Figura 4.

Estrategia 03: Se evaluará de resultados como una actividad transversal en nuestro proyecto, por lo que se verificara nuestra función modelada en el Geogebra, también realizaremos un desplazamiento de la función f(x) en q = 0,97m. f(x)+0.97 que es la altura de los accesos.

Estrategia 04: Encontrar la altura aproximada del puente hacia el ras el rio Apurímac, para lo cual encontraremos las coordenadas del vértice V(h,k) que será el punto más cercano hacia el ras del río.

Estrategia 05: Hallaremos la longitud de la cuerda inferior aplicaremos el cálculo que nos permite encontrar dicha longitud involucrando la derivada y la integral definida.

**Resultados Obtenidos.**

Mediciones Instrumentales Generales.

Las mediciones iníciales y válidas para la tarea se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1

*Medidas instrumentales del puente inca de Queswachaka.*

| ***N°*** | ***Símbolo*** | ***Elemento*** | ***Promedio de 3 medidas de ensayo.*** |
|---|---|---|---|
| ***1*** | *a* | *Longitud de la curva* | *29.12 m* |
| ***2*** | *b* | *Distancia entre los soportes* | *28.55 m* |
| ***3*** | *c* | *Altura de los accesos* | *0.97 m* |
| ***4*** | *d* | *Tiempo de caída de un objeto* | *2.02 s* |
| ***5*** | *e* | *Distancia máxima entre las cuerdas.* | *1.48 m* |

Fuente: Elaboración propia en base a medidas experimentales hechas por los profesores.

Orientaciones para el proceso enseñanza-aprendizaje.

Las apreciaciones de los grupos, son:

Partir de Situaciones Significativas. - La construcción del puente inca, cada segunda semana de junio, es altamente significativo porque involucra a las IIEE de las Comunidades participantes y las oportunidades de aprendizaje son variadas para todas las áreas del currículo.

Generar el Conflicto Cognitivo. - Plantear la tarea de modelamiento matemático del objeto geométrico del puente, involucra el interés, generando un desequilibrio que motiva la búsqueda de una respuesta, lo que abrió paso a un nuevo aprendizaje.

Generar interés y disposición como condición para el aprendizaje. - El interés estuvo presente desde el inicio hasta el final, puesto que una actividad fuera del aula en un ambiente natural histórico, genero la disposición hacia el aprendizaje.

Promover el trabajo colaborativo. - En los grupos se organizaron en roles como de coordinador general, responsables de mediciones, de secretaria, y otros. Al sentirse miembros del grupo asumieron el conflicto como un reto grupal colaborando con todas sus habilidades y destrezas.

Aprender haciendo. - Las actividades de medición, observación, estimación, la declaración de conjeturas, argumentar afirmaciones, en el lugar del puente y el gabinete en aula, fueron actividades que lograron un aprender desde la misma práctica.

Partir de saberes previos. – Muchos saberes previos fueron utilizados, sistemas y técnicas de medición, plano cartesiano, función parabólica, excel, geogebra, números reales y otros.

Construir el nuevo conocimiento. - Resulto un éxito tener el nuevo conocimiento teórico del modelo matemático del puente de Queswachaka.

Aprender del error o el error constructivo. - Consideraciones técnicas del peso de la cuerda que influye en la curvatura, la exactitud de los puntos considerados para generar el modelo, no considerar como un modelo complejo a la totalidad del puente, reconsiderar afirmaciones.

Mediar el nivel de progreso a otro superior. - Los propios profesores acompañan a sus colegas hacia un nivel inmediatamente superior de posibilidades (zona de desarrollo próximo) con respecto a su nivel actual (zona real de aprendizaje).

Promover el pensamiento complejo. - En el grupo A, intuyeron el uso de la catenaria como curva influenciada por la gravedad, en el grupo B, usaron el cálculo integral para evaluar sus resultados.

Desarrollo de capacidades grupo A.

Para modelar objetos con formas geométricas y comunica la comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, se efectuaron las medidas de la Figura 2.

Tabla 2

*Medidas no convencionales, del puente inca de Queswachaka (metros)*

| ***Símbolo*** | ***Medida*** | ***Símbolo*** | ***Medida*** |
|---|---|---|---|
| ***d1*** | *1.17* | *a1* | *-13.05* |
| ***d2*** | *0.61* | *a2* | *-9.5* |
| ***d5*** | *0.16* | *e1* | *-4.5* |
| ***d6*** | *0.31* | *e2* | *5.5* |
| ***d3*** | *1.14* | *a3* | *11.0* |
| ***d4*** | *1.92* | *a4* | *14.07* |

Fuente: Elaboración propia en base a medidas no experimentales hechas por los profesores.

Ingresados los datos al Excel, tenemos que la primera afirmación de considerar al vértice en el punto (0,0), fue reconsiderada con la información de la figura 3.

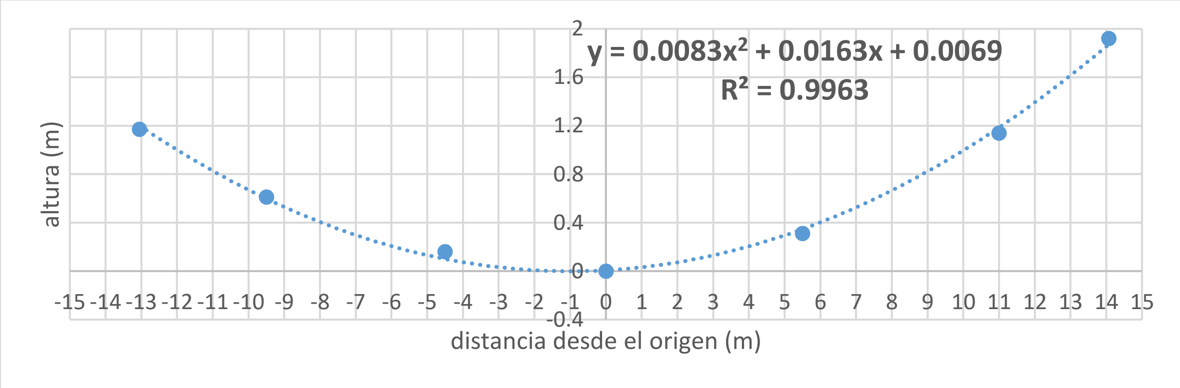


Figura 3. Modelo de la curva parabólica.

A partir de $y = 0.0083x^2 + 0.0163x + 0.0069$, tenemos la ecuación

$(x-h)^2 = 4p(y-k) \rightarrow (x+0.98)^2 = 4(30.12)(y+0.001)$ , con elementos de la Tabla 3:

Tabla 3

*Elementos del objeto matemático modelizado.*

| ***Elemento*** | ***Formula*** | ***Valor*** |
|---|---|---|
| ***p*** | *p* | *30.12* |
| ***vértice*** | *(h ; k)* | *(-0.98 ; -0.001)* |
| ***foco*** | *(h ; k+p)* | *(0.98 ; 30.121)* |
| ***directriz*** | *y=k - p* | *y=-30.119* |
| ***lado recto*** | *4p* | *120.48* |

Fuente: Elaboración propia en base a medidas no experimentales hechas por los profesores

Usa estrategias y procedimientos para medir, orientarse en el espacio y Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

El grupo A, utilizo las mediciones de pasos para las medidas (1paso= 0.64 m), realizando tres repeticiones y tomados un promedio simple, la medida de los puntos en el plano cartesiano imaginario fueron realizadas con ayuda de escalas en dibujos, fotografías y esquemas.

Para la orientación espacial de la figura parabólica se consideró al vértice como un punto situado como en la Figura 2, y no como un punto simétrico de la curva, el eje de las abscisas es paralela al nivel del rio.

Se planteó las afirmaciones, la distancia de los pedestales (b) es la misma con respecto a la curva inferior; El vértice se encuentra a 15.05 m desde la derecha y 14.07 m desde la izquierda con respecto a la Figura 2; la afirmación inicial que el vértice coincidirá con el origen de las coordenadas imaginarias y desde esa afirmación se tomaran seis puntos para construir la ecuación que modele el problema, fue reconsiderada afirmándose que el origen imaginario debe ser cual indica el modelo y valor de la tabla 3.

Desarrollo de capacidades, grupo B.

Para la estrategia 01, los puntos se muestran en la figura 4-5 y tabla 4.


Figura 4. Vista del puente Queswachaka en el Geogebra y puntos en su contorno

Tabla 4

Coordenadas de puntos en el contorno inferior del puente de Queswachaka.

| **Puntos** | **B** | **C** | **D** | **E** | **F** |
|---|---|---|---|---|---|
| **Coordenadas** | (0;21.14) | (2,81;21.11) | (6,04;19,17) | (0;21.14) | (9,99;18,54) |
| **Puntos** | G | H | I | J | K |
| **Coordenadas** | (17,15;18,49) | (20,01;17,70) | (23,22;19,45) | (25,74;20,19) | (28,57;21.41) |

Fuente: Elaboracion propia.

**Resultados de la Estrategia 02.**

Punto B(0;21,14) Punto G(17,15;18,49) Punto K(28,57;21,41)

- Teniendo la función general de una parábola:

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c, \quad \text{dónde:} \quad a \neq 0.$$

Para el punto G(17,15;18,49):

Dónde: x = 17,15 ; y = f(x) = 18,49 y c = 21,14; la ecuación sería:

Para el punto K(28,57;21,41):

Dónde: x = 28,57 ; y = f(x) = 21,41 y c = 21,14; la ecuación sería:

- Resolviendo el sistema tenemos: ***a = 0,014*** ***b = -0,40*** ***y*** ***c = 21,14***

- Teniendo los coeficientes, La función cuadrática quedaría de la siguiente Manera.

$$y = f(x) = 0{,}01x^2 - 0{,}40x + 21{,}14$$

**Resultados de la Estrategia 03.**

Se asume que bajo esta transformación geométrica donde la función f(x) se desplaza 0,97 unidades verticalmente hacia arriba, se debe modelar también la cuerda superior, para lo cual comprobaremos dicha transformación en Geogebra:

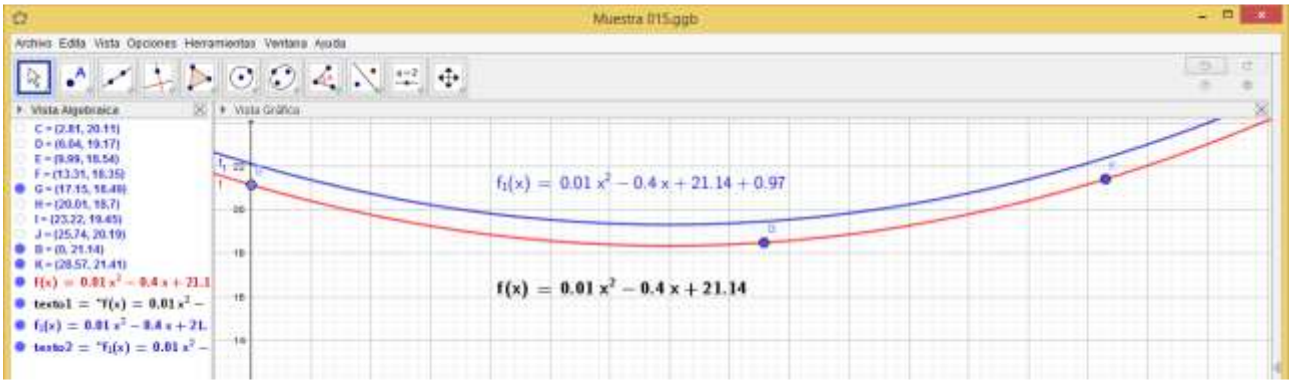


*Figura 5.* Comprobación de la transformación de la función f(x) a f1(x) en Geogebra.

**Resultados de la estrategia 04**

- El punto más bajo sería el vértice de nuestra parábola, para lo cual aplicaremos la siguiente definición:

  Sea el vértice: V(h,k) donde: $h = -\frac{b}{2a}$, además, $k = f(h)$

  Sabiendo que:

  ***a = 0,01436 b = -0,40076 y c = 21,14***

  Entonces: $h = -\frac{-0{,}40076}{2(0{,}01436)}$ $\quad \mathrm{h} = 13{,}954 \quad \mathrm{h} = 14{,}00$

  Sabiendo que nuestra función modelada es: y= f(x) = 0,01x2 - 0,40x + 21,14

  Hallando k = f(14,00) k = *(0,01436)(14)*$^2$ - (0,40)*(14)* + *21,14 = 18,3545*

  K = 18,35 (Teórica)

  *Por consiguiente, el vértice de la parábola es: V (14,00;18.35)*

Finalmente concluimos que la altura aproximada de la soga inferior al ras del río es 18,35m.

- Es necesario reafirmar este resultado, aprovechando el tiempo de caída de un objeto desde el puente de Queswachaka, veamos:

Si t = 2,02 s $h = \frac{g*t^2}{2}$ ; $h = \frac{9,8*2,02^2}{2}$ ; $h = 19,99m$ (Experimental)

La altura aproximada desde el puente hacia el ras de río es aproximadamente 19,99m.

Hallando el error experimental porcentual con la medida teórica, se tiene:

$E = \frac{|Longitud\ Teórica - Longitud\ Experimental|}{Longitud\ Teórica} * 100\%$ $E = 8,94\%$

**Resultados de la Estrategia 05.**

Recordemos que para encontrar la longitud de una curva aplicaremos el cálculo tal es así que:

$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx$ L= Es la longitud de una función desde a hasta b.

a y b : Es el intervalo en el que queremos hallar la longitud de la función f(x), f'(x)= Es la derivada de la función respecto a la variable "x".

Si *y= f(x)* = $0,01x^2$ - 0,40x + *21,14* *entonces* *f '(x)* = $0,02x$ - 0,40. *Aplicando la fórmula:*

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx = \int_0^{28,57} \sqrt{1 + [0,02x - 0.40]^2} dx = 29.13$$

Hallando el error experimental porcentual con la medida teórica, se tiene:

$E = \frac{|Longitud\ Teórica - Longitud\ Experimental|}{Longitud\ Teórica} * 100\%$ $E = 0,034\%$

Por consiguiente, el error es irrelevante.

**Consideraciones de desarrollo de la competencia.**

Si referenciamos nuestros resultados de ambos grupos, con las ideas de (Coll, 2007). Concluimos que si se ha dispuesto y dominado en base a las condiciones y circunstancias. La manera de usar los recursos personales, habilidades, actitudes, conocimientos y experiencias, que permitieron resolver de forma adecuada la tarea en el contexto del puente de Queswachaka, por lo tanto, se da como lograda la competencia resuelve problemas de forma , movimiento y localización, por haber combinado eficazmente las capacidades de, Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones, Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio, Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas, en ambos grupos.

**Referencias**

Coll, C. (2007). Las competencias en la educación escolar, algo más que una moda y mucho menos que un remedio. *Aula de Innovación Educativa, 161, 34-39.*

Cook, S.D.N., and J.S. Brown. 1999. Bridging epistemologies: The generative dance between organizational knowledge and organizational knowing. *Organization Science 10: 381–400*.

Currículo Nacional de Educación Básica CNEB (2016) *Ministerio de Educación del Perú*.

Lehmann Charles, H. (1989). Geometria Analitica. *Edit. Limusa. ISBN 968-18-1176-3.*

Taipe Florez, F.,Condori Huillca, J.C., Taipe Florez, Z. (2019). Resolución de las pruebas de nombramiento docente, ascenso de escala y especialistas, área matemática EBR y EBA*. ISBN 976-612-00-4505-3.*