

APRENDIENDO A ENTENDER LA NOCIÓN DE LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

Judith Catherine Chávez Salinas

d.jchavez@upla.edu.pe

Universidad Peruana Los Andes, Perú

Resumen

La siguiente experiencia educativa está relacionada con el eje de resolución y creación de problemas, se realizó con estudiantes del segundo ciclo de la escuela profesional de Administración, quienes en su aprendizaje tienen dificultades al momento de comprender la noción de límite de una función real, es por ello que nuestro objetivo fue contribuir a mejorar la comprensión y el aprendizaje de este objeto matemático haciendo uso una secuencia didáctica diseñado en base a la Teoría de Situaciones Didácticas, ya que en ella se encuentra desarrollada situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización, que los alumnos lograron desarrollar en su mayoría. Los resultados obtenidos son satisfactorios, pues los alumnos en su mayoría logran entender la noción de límite y les resulta más fácil luego entender la definición formal de límite.

Palabras clave:

Situación didáctica, límite, función.

Introducción

Los estudiantes de las carreras de letras en la universidad a menudo tienen dificultades con el aprendizaje de las matemáticas en los diferentes cursos generales o de especialidad, y por consiguiente el rendimiento académico se ve afectado y en muchos casos tienen que repetir las materias, por experiencia propia en la enseñanza del curso de Matemática Superior, que en sus contenidos está inserto el objeto matemático límite de una función, es necesario que los estudiantes empiecen comprendiendo lo que es un límite de forma intuitiva y práctica, que contribuye a que los alumnos entiendan e interioricen el concepto de límite de una función real de una manera intuitiva haciendo uso de situaciones y contenidos muy familiares para ellos para luego introducirlos en la definición formal, pues de esta manera comprender inicialmente mejor el significado de este objeto para luego introducirlo en el lenguaje más formal.

Finalidad, diseño e implementación de la propuesta

Finalidad de la propuesta:

Mejorar la comprensión y entendimiento de la noción de límite de una función, en los estudiantes de Administración, jóvenes que de manera general no les gusta la matemática, pero sin embargo

tienen que llevar estos objetos matemáticos que les son indispensables en el desarrollo de otros temas y tópicos de especialidad.

Diseño de la propuesta:

Esta propuesta se ha trabajado con 28 estudiantes de la EP de Administración de la Universidad Peruana Los Andes del segundo ciclo de estudios.

Para el diseño de la secuencia de actividades se ha tenido en cuenta la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau.

El tema de límite de una función forma parte del curso de Matemática Superior del segundo ciclo y para la aplicación del diseño se han formado 8 grupos de 3 estudiantes y un grupo de 4 para que puedan discutir entre ellos sobre sus resultados y poder emitir sus conclusiones respecto a las situaciones presentadas.

Previo al trabajo de la aplicación de la propuesta se les recuerda nociones de números reales y funciones, contenidos aprendidos en primer ciclo.

SECUENCIA DE SITUACIONES PROPUESTAS PARA ENTENDER LA NOCIÓN DE LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

Situación 1:

Dada la función $f(x) = \frac{2}{x}$ completa la siguiente tabla y responde:

- 1.1. Determina el dominio de la función
- 1.2. En el siguiente cuadro se va a observar el comportamiento de las imágenes de la función $f(x)$ propuesta. Para ello se dan valores a la variable x , como se muestra a continuación:

| x | $f(x)$ |
|-------------|--------|
| 1 | |
| 2 | |
| 10 | |
| 100 | |
| 1000 | |
| 10000 | |
| 100000 | |
| 1000000 | |
| 10000000 | |
| 100000000 | |
| 1000000000 | |
| 10000000000 | |

- a) ¿Qué observas con respecto a los valores propuestos de la variable x ?
- b) Con respecto a la pregunta anterior, siguiendo esta tendencia, ¿a qué número se aproximan los valores de la variable x , según indica la flecha?
- c) Halla las imágenes de la función y completa el cuadro. ¿Qué sucede con los valores de la variable $f(x)$? ¿A qué valor se aproximan?
- d) Teniendo en cuenta la situación en c), en algún momento o bajo cierta circunstancia, este valor podrá ser cero.
- e) Construye un gráfico con los resultados obtenidos en a, b y c.
- f) Expresa con tus propias palabras lo obtenido en el gráfico construido en d).
- g) ¿Qué sucedería si en lugar de dar valores positivos grandes se le da valores negativos grandes? Elabora un cuadro como al inicio y anota el comportamiento de las imágenes.
- h) Analiza el cuadro que has obtenido y escribe con tus propias palabras una conclusión al respecto.
- i) Con los datos obtenidos hasta el momento construye un gráfico adherido al realizado en el paso e).
- j) Observa el gráfico obtenido y analiza, este podrá cortar al eje Y, explica tu respuesta.
- k) ¿Cómo analizarías el comportamiento de la función teniendo en cuenta la respuesta obtenida en j) ?
- l) Elabora un cuadro como al inicio para poder realizar el análisis respectivo. Ten en cuenta que vas a trabajar valores que se encuentran muy próximos al número cero tanto por su lado derecho como por el izquierdo.
- m) Observa y expresa con tus propias palabras la conclusión del análisis que has realizado con respecto a los datos de lo obtenido en el paso anterior.
- n) Construye un gráfico adherido al construido en el paso i)

Situación 2:

Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 36}{x - 6}$

2.1 Determina el dominio de la función.

2.2 Teniendo en cuenta el dominio de esta función:

- a) A partir de los valores que se tiene como dominio de la función, ¿qué sucede con las imágenes de la función, si los valores de la variable x se aproximan a seis? Construye un cuadro para esto. Ten en cuenta que los valores se pueden aproximar por su lado derecho o por el izquierdo.

| x | $f(x)$ |
|-----|--------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

- b) Grafica la función y observa su comportamiento para los valores cercanos a $x=6$.
- c) Se puede considerar en el análisis valores para x como por ejemplo el 1, 2, 3, 8, 9, 10. ¿qué sucede si considero estos valores?
- d) Expresa con tus propias palabras lo obtenido en el análisis realizado en a) y b).

Situación 3:

En la siguiente función $f(x) = \frac{x-1}{2}$

3.1 Determinar el dominio de la función

3.2 ¿Qué sucede con los valores de la función, a qué valor se acercan, si los valores de la variable x se aproximan al número 1? Construye una tabla para anotar tus observaciones

| x | $f(x)$ |
|-----|--------|
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

- a) Grafica la función y observa su comportamiento alrededor del valor $x=1$
- b) Expresar en palabras lo obtenido en conclusión del análisis realizado.

Situación 4:

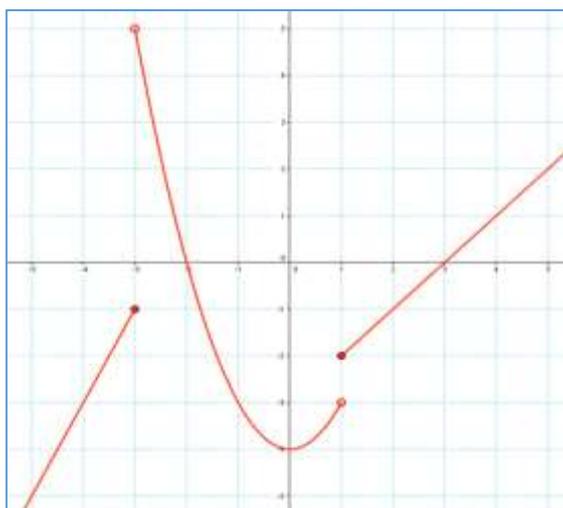
A partir de la tabla, responde:

| x | $f(x)$ |
|--------|------------|
| 1,90 | 8,90 |
| 1,93 | 8,9201 |
| 1,96 | 8,99201 |
| 1,99 | 8,999201 |
| 1,999 | 8,9999201 |
| 1,9999 | 8,99999201 |
| A | B |
| 2,0001 | 9,00008 |
| 2,001 | 9,0008 |
| 2,01 | 9,008 |
| 2,1 | 9,08 |

- Si los valores de la variable x se aproximan por la derecha de A, ¿Qué valor tiene A? y si se aproximan por la izquierda, ¿Qué valor tiene A?
- ¿A qué número se acerca los valores de la función $f(x)$, qué valor tendría B?
- Escriba una conclusión sobre el comportamiento de la función cuando x se aproxima a A.

Situación 5:

A continuación, se muestra la gráfica de una función por tramos, en la que vamos a analizar el comportamiento de las imágenes de la función teniendo en cuenta lo siguiente:



- a) Si los valores de x se aproximan al número -3 , sus imágenes ¿a qué valor se aproximan? (Ten en cuenta el lado por el que se aproximan los valores de la variable x para que puedas dar una respuesta.)
- b) Si los valores de la variable x se aproximan al número 1 , sus imágenes ¿a qué valor se aproximan? (Ten en cuenta el lado por el que se aproximan los valores de la variable x para que puedas dar una respuesta.)

Resultados obtenidos

Se mejora la comprensión del objeto matemático límite de una función, dado que son estudiantes del área de letras que tienen dificultad en el aprendizaje de las matemáticas, pues al mostrarles esta secuencia de actividades logran entender de manera intuitiva el significado de límite de una función para luego para a la definición formal en el que se utilizará términos como épsilon y delta.

Consideraciones finales

- A partir de las respuestas obtenidas luego de la aplicación de la secuencia de situaciones didácticas se hizo mención a los límites que habían hallado de manera práctica, por ejemplo en el caso de la situación 1 se mencionó que hallaron $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} = 0$, y así se mencionó en las demás situaciones.
- Esta propuesta puede variar teniendo en cuenta el nivel de dominio del aprendizaje de los estudiantes en relación a los temas de números reales y funciones, pues para poder realizar los análisis respectivos es menester tener conocimientos previos.

Referencias

- Álvarez Manilla, J. M., Valdés Krieg, E. & Curiel de Valdés, A. B. (2006). Inteligencia emocional y desempeño escolar. *Revista Panamericana de Pedagogía*, 9, 9-33.
- Blásquez, S & Ortega T. & Gatica S. & Benegas J. (2006). Una conceptualización de límite para el aprendizaje inicial del análisis matemático en la universidad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 189-209.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. (1ª ed) Buenos Aires, Argentina.
- Leithold, L. (1998). *El Cálculo*. (7ma edición). Oxford University Press México, S.A. de C.V.
- Vidal R., *La didáctica de las matemáticas y la teoría de situaciones*. Recuperado el 20 de octubre de <https://educra.cl/wp-content/uploads/2016/01/DOC-La-Didactica.pdf>