

A GEOMETRIA QUE EXISTE ALÉM DO OLHAR: LEVANDO A GEOMETRIA DA NATUREZA PARA DENTRO DA ESCOLA

Geometry beyond the View: Taking Nature Geometry into the School

Karin Ritter Jelinek
Adriana Justin Cerveira Kampff

Resumo

Este artigo relata a experiência de um grupo de professores com o desenvolvimento do projeto interdisciplinar *Além do Olhar: por um mundo melhor*. O projeto foi realizado com alunos de sétima série do ensino fundamental, buscando fomentar nos alunos a construção de um novo olhar sobre o cotidiano e o mundo que os cerca. A disciplina de Matemática utilizou-se da Geometria Fractal para enriquecer as discussões e apresentar visões sobre o mundo em que estamos inseridos e que, muitas vezes, não percebemos. Diferentes conceitos da Matemática foram explorados, como o de variável, simetria, proporcionalidade, semelhança, entre outros. A associação da disciplina de Matemática com as novas tecnologias deu-se pela inegável contribuição que essa área apresenta para o estudo da Geometria, com destaque, neste relato, para a utilização do software *Imagine*, ambiente de programação *Logo*.

Palavras-chave: Educação Matemática. Geometria Fractal. Informática na Educação. Software *Imagine*.

Abstract

This paper describes an interdisciplinary project called “Beyond the Eyes: for a best world”. The project involved students of the 7th grade of elementary school. The proposal was developing in the students the ability to see, in a different way, the world around them. In Mathematics, the chosen topic was Fractal Geometry. This topic

provided new approaches on the world. Different concepts of Mathematics were explored, such as variables, symmetry, proportionality and similarity. The new technologies offer an important contribution to the studies in Geometry. In this work, we used the software *Imagine*. We present a theoretical basis that guides our practices, including the selection of contents and the activities done.

Keywords: Mathematics Education. Fractal Geometry. Computers in Education. Software *Imagine*.

Contexto: Projeto *Além do Olhar*

O projeto interdisciplinar a ser relatado neste artigo foi batizado de *Além do Olhar: por um mundo melhor*. O objetivo geral do projeto foi desenvolver nos alunos da sétima série do ensino fundamental a capacidade de conhecer um novo olhar do cotidiano e do mundo que o cerca, através da percepção, da sensibilidade, do autoconhecimento e da experiência.

Os professores envolvidos tinham consciência de que um novo olhar das realidades precisava ser apontado, bem como que os alunos precisavam ter uma visão criteriosa e crítica sobre o mundo que os cercava. Preocupados com a influência das mídias no desenvolvimento de seus alunos, os professores buscaram proporcionar aos seus alunos que pudessem participar de experimentações diversificadas, que transcendessem aquelas disponíveis no seu cotidiano.

Segundo Fischer (2002, p.141), quando se analisam as influências das mídias na educação, é fundamental que os professores proporcionem momentos de reflexão com seus alunos:

[...] o mundo representado pela família e pela escola, que da mesma forma está mergulhado nas imagens veiculadas pela mídia, mas que teria o difícil papel de propor outros sentidos, de afirmar outras “verdades”, de convidar os jovens para outras interpretações da chamada “realidade”.

O início do projeto, em 2006, contou com a participação de professores dos componentes curriculares de Língua Portuguesa, Educação Artística, Língua Inglesa, Educação para o Pensar, Educação Física e Educação Religiosa. No decorrer do próprio ano, outros componentes curriculares foram sendo integrados ao projeto, trazendo suas contribuições.

Em 2007, o projeto teve sua arrancada com a participação quase unânime dos professores da sétima série, momento em que a Matemática entrou com a proposta de apresentar uma matemática “*além do olhar*”. O objetivo, então, foi apresentar um campo ainda pouco explorado no ensino fundamental, embora plenamente rico de conceitos e de uma beleza contagiante: a Geometria Fractal. O presente artigo discute aspectos importantes sobre o trabalho desenvolvido.

O projeto desenvolveu-se ao longo de todo o ano letivo, e as atividades das diferentes disciplinas foram acontecendo ora concomitantemente, ora de forma mais esparsa. O fechamento do projeto deu-se com uma atividade de caráter prático-reflexivo, em um ambiente de vivência, possibilitando aos alunos a realização de atividades de autoconhecimento e experimentações a partir dos cinco sentidos (visão, audição, olfato, tato e paladar), buscando compreender o mundo e as formas de vê-lo.

Considerações iniciais sobre o estudo da Geometria

A Geometria, área significativa da Matemática, esteve colocada em segundo plano nos currículos escolares, o que, de acordo com Pereira (2001), foi uma consequência do movimento da Matemática Moderna no Brasil, sendo possível,

ainda hoje, perceber uma resistência por parte dos professores em trabalhar com esse assunto. Em contrapartida, existe uma tendência, por parte de educadores e de pesquisadores, como por exemplo Smole (2003) e Serrazina (1999), em estabelecer uma cultura de valorização do ensino e da aprendizagem da Geometria, visto que estudos a destacam como um campo conceitual de fundamental importância a ser desenvolvido na escola. Esse novo posicionamento também está presente nos Standards (1998, p.21), uma vez que colocam que “*além de um certo conjunto de conceitos numéricos e operações, o currículo deve incluir genuína exploração da geometria, medida, estatística, probabilidades, álgebra e funções*”.

É por meio da Geometria que se desenvolvem algumas das habilidades básicas com o educando. Entre elas, é possível destacar a capacidade de comunicação, de percepção espacial, de análise e reflexão, bem como de abstração e generalização. Sobre isso, Fainguelernt (1995 apud MURARI, 2004, p.200) coloca que:

A Geometria oferece um vasto campo de ideias e métodos de muito valor quando se trata do desenvolvimento intelectual do aluno, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização.

A Geometria também ativa as estruturas mentais possibilitando a passagem do estágio das operações concretas para o das operações abstratas. É portanto tema integrador entre as diversas áreas da Matemática, bem como campo fértil para o exercício de aprender a fazer, e aprender a pensar.

A Geometria pode ser vista como uma habilidade básica, uma vez que ela tem importantes entrelaçamentos com outros campos da Matemática. É um tema unificador para todo o currículo de Matemática e, como tal, é uma rica fonte de visualização para conceitos aritméticos, algébricos e estatísticos. (JELINEK, 2005).

Tendo consciência da importância de uma sequência didática adequada para a construção do pensamento geométrico, buscamos estruturar e reformular diferentes atividades que contemplem esses aspectos. Acreditamos, como defende Dienes

(1970), que o estudo da Geometria precisa iniciar pela exploração dos objetos tridimensionais, uma vez que são esses sólidos que estão presentes na natureza e, conseqüentemente, com eles as crianças estão familiarizadas. Ressalta-se ainda, nessa fase inicial, a importância da Geometria na percepção das crianças sobre os movimentos e no desenvolvimento da capacidade de experimentação e estruturação de relações com objetos sólidos.

Castelnuovo (1975 apud JELINEK, 2005, p.29) esclarece a importância dessa Geometria intuitiva e sua diferença da Geometria racional:

[...] a geometria intuitiva dará as bases para que o aluno possa construir a geometria racional. Sendo os entes geométricos formados na mente humana através de abstrações, a partir de observações de objetos reais e de experiências sobre eles. Então, antes de racionalizar, de formalizar, é preciso fazer experiências, é preciso manipular os objetos, pois aí os axiomas encontrarão suas raízes naturais.

Dando seqüência a essa geometria intuitiva que é explorada por nós nas séries iniciais, procuramos estruturar um conjunto de atividades que promovam uma passagem dos alunos do campo das operações concretas para o campo das operações formais, atentando para que a abstração e o rigor se façam presentes num nível crescente de dificuldade. Buscamos, dessa forma, focar o trabalho na construção dos conceitos e não na aplicação de fórmulas.

Diante dessa realidade, o construcionismo defendido por Papert vem ao encontro da nossa compreensão de ensino da Geometria, pois sustenta que os indivíduos terão maior êxito descobrindo por si mesmos o conhecimento específico, a partir da ideia de aprender fazendo. O autor também destaca a necessidade de um ambiente realmente interessante para os educandos, que mobilize seus interesses e desperte o desejo de interagir, e, conseqüentemente, de aprender algo. Refletindo sobre essas ideias de Papert, Fain-guelernt (1999, p.34) complementa destacando a possibilidade do uso de computadores para o estudo da Geometria:

[...] a melhor maneira de construir o conhecimento é construir algo palpável externamente; isso tem um significado pessoal muito forte. Por

exemplo, quando as crianças estão trabalhando no computador, estão criando alguma coisa numa tela e, pelo fato de elas estarem fazendo algo, mobiliza toda sua pessoa no sentido de realizar seus projetos.

Percebemos em nossas práticas que o uso de softwares educativos, por envolverem os alunos na criação e na solução de desafios propostos, tem apresentado excelentes resultados no ensino e na aprendizagem da Geometria: os alunos levantam suas hipóteses, descrevem suas soluções (por meio de comandos dados ao computador), executam seus programas (ou interagem com os objetos que criam na tela da máquina), podendo verificar se suas hipóteses ou descrições estavam corretas, refazendo o processo sempre que necessário. Todo o processo pode ser acompanhado pelo professor, que deve realizar intervenções junto aos alunos quanto estas forem necessárias.

Dessa forma, investimos na utilização de softwares como o *Imagine* e o *Cabri Géomètre II* nas séries finais do ensino fundamental. Na 5ª série, desenvolvemos um trabalho com o *Imagine* buscando explorar alguns conceitos fundamentais da Geometria Plana, e na 6ª e 7ª séries utilizamos o *Cabri Géomètre II* em atividades que exploram as propriedades dos polígonos e seus elementos.

Cabe destacar que o foco deste trabalho é a exploração de alguns aspectos da Geometria Fractal. Para os educandos envolvidos nesse projeto, foi fantástico descobrir que a matemática também é bela! A partir de alguns estudos da Geometria Fractal, podemos apresentar outros aspectos Matemática, ou seja, o da simetria estética, da beleza singular dos objetos, os quais até mesmo demonstram caráter e expressão. Tais estudos ainda são ricos por permitirem que se explorem conceitos diversos, como por exemplo: de simetria, proporcionalidade, congruência, semelhança, padrão, rotação e generalização.

A Geometria Fractal

Os fractais atualmente se destacam como um promissor ramo da Geometria, pois suas aplicações e beleza têm sido cada vez mais exploradas. Inicialmente, nas décadas de 60 e 70, quando Benoit Mandelbrot começou a explorar esse campo da Matemática, não encontrou

muitos entusiastas, assim como não houve uma acolhida imediata dessas entidades geométricas, as quais chamaram de “*monstros*”.

O nome fractal deriva do latim, do adjetivo *fractus*, cujo verbo *frangere* corresponde a quebrar, fragmentar. E quando nos referimos à Geometria Fractal, estamos falando do estudo dos fractais. Cabe destacar que essas formas possuem características especiais, sendo a principal delas a autossimilaridade, uma vez que constituem uma imagem de si próprias em cada uma das partes. Segundo Freitas e Santos (2005, p.2756), algumas outras características também são fundamentais:

Um fractal é gerado a partir de uma fórmula matemática, muitas vezes simples, mas que, aplicada de forma iterativa, produz resultados fascinantes e impressionantes, tendo como característica a autossimilaridade, a simplicidade em sua lei de formação e a construção por processos recorrentes.

Essa similaridade é observada através da repetição de um dado padrão, a partir de uma certa ordem e regularidade. No que se refere a essa repetição de um certo padrão ao longo da figura, podemos também notar a existência de conceitos fundamentais para diversos campos da Matemática, que são ordem, regularidade e padrão. O desenvolvimento do estudo da Geometria Fractal contribuiu muito com a teoria do Caos, visto que apontou para formas de encontrarmos ordem em situações nas quais antes só encontrávamos desordem. De acordo com Barbosa (2005, p.10), diferentes áreas foram enriquecidas com esse estudo:

[...] nota-se que o Caos colocou elos entre temas não relacionados, justamente pelas suas irregularidades. Seus cientistas, de áreas diversas, tiveram dificuldades e desânimo até mesmo para publicar, para colocar suas ideias e resultados de forma publicável. Temas como desordem na atmosfera, turbulência nos fluidos, variação populacional de espécies, oscilações do coração e cérebro, interligação microscópica de vasos sanguíneos, ramificações alveolares, cotações da bolsa, forma das nuvens, relâmpagos,

aglomerações estelares etc. eram estudados buscando-se então ligações entre diferentes tipos de irregularidades; e surpreendentes ordens no caos foram descobertas.

A Geometria Fractal também passou a ser conhecida como Geometria da natureza, uma vez que formas até então desconhecidas puderam ser identificadas como um fractal. Cabe colocar que a Geometria Euclidiana pode ser associada às construções realizadas pelo homem. Entretanto, as formas mais comuns na natureza nunca se associaram com as formas até então definidas. Com a evolução do estudo da Geometria Fractal, é comum encontrarmos registros não apenas no campo matemático, mas também na Geografia, Geologia, Economia, Física, História e Linguística (BARBOSA, 2005). Ressalta-se a contribuição das novas tecnologias para o desenvolvimento desse campo.

Imagine

O software *Imagine* é uma versão avançada do *Logo*. *Logo* que é uma linguagem de programação resultante de um trabalho em equipe orientado por Seymour Papert, no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) entre as décadas de 60 e 70. A origem da palavra *Logo* deriva do grego *Logos*, que significa razão, argumento. O *Logo* destacou-se desde o princípio por designar, ao mesmo tempo, uma teoria de aprendizagem, uma linguagem e um conjunto de unidades materiais que permite demonstrar os processos mentais empregados por um indivíduo para resolver um problema, pois ele registra todos os passos do desenvolvimento da atividade, permitindo um acompanhamento do processo realizado pelos educandos.

Kampf (2004, p.10) coloca ainda benefícios que a utilização do *Logo* na escola pode proporcionar:

O *Logo* é um recurso flexível que permite a construção, o teste de hipóteses, a manipulação de variáveis e a reflexão sobre os próprios processos de aprendizagem, centrados no aluno, no desenvolvimento de estratégias de raciocínio, na conscientização do próprio processo de aprendizagem,

na pedagogia de projetos – leva o sujeito a perceber a diferença entre “saber alguma coisa” (ler) “e ser capaz de fazer (criar) alguma coisa” (escrever) – e na aprendizagem cooperativa.

Assim, sendo o educando o condutor de suas aprendizagens, quando realiza a atividade proposta e não encontra os resultados esperados, ele tem a oportunidade de rever suas hipóteses, ações e processo, buscando compreender quais as implicações de cada ação na construção do desafio proposto. Ou seja, o educando é um agente do início ao fim, desde a construção das primeiras hipóteses até sua construção final. Já os educadores podem fazer uso dessa ferramenta não só na construção de conceitos geométricos como também na avaliação dessas construções e no entendimento do raciocínio do educando. Ou seja, nesse contexto, o professor deixa de ser o transmissor principal do conhecimento para assumir uma postura de colaborador no processo, fazendo intervenções e sistematizando as descobertas sempre que necessário.

Diante de tantos benefícios é que escolhemos o software *Imagine* para desenvolver o projeto que tínhamos em mente, desenvolvendo nos alunos de 7ª série uma autonomia bastante desejada pelos seus professores.

Em busca dos fractais

A sequência das atividades desenvolvidas pela disciplina de Matemática, no contexto do Projeto “*Além do olhar*”, com o estudo da Geometria Fractal, aconteceu em três módulos, descritos a seguir.

O primeiro módulo buscou discutir com os alunos as formas da natureza, questionando-os se conseguíamos representá-las a partir das formas da Geometria Euclidiana. A partir das reflexões realizadas, apresentaram-se aos educandos a Geometria Fractal, suas características e exemplos representativos em nosso dia a dia. Na sequência, solicitou-se aos alunos que procurassem observar o ambiente em que viviam e identificar cinco objetos que poderiam ser modelados pela Geometria Euclidiana e outros cinco que apresentassem as características de um fractal. Os alunos deveriam apresentar suas observações por meio de fotografias, vídeos,

desenhos ou outros. Registros bastante interessantes foram executados, grande parte em meio fotográfico, conforme podemos observar nas Figuras 1 e 2.



Figura 1: exemplos de objetos da Geometria Euclidiana.



Figura 2: exemplos de fractais.

De forma concomitante, tivemos o cuidado de explorar, a partir de algumas situações-problema, a diferença entre incógnita e variável, visto que nas aulas seguintes esses conceitos seriam utilizados.

O segundo módulo foi estruturado como exploração dos recursos do *Imagine*, uma vez que os alunos já haviam trabalhado com esse *software* na 5ª série. Iniciamos lembrando os principais comandos da linguagem *Logo* e propondo alguns desafios, fazendo com que os diversos recursos fossem utilizados. Nas aulas seguintes, foram explorados os conceitos de programação, utilizando o comando *aprender*, e a inclusão de variáveis nos parâmetros de medida de lado e giro realizados para o desenho. Por fim, apresentamos aos alunos a possibilidade de criarmos programas recursivos e, observando as experimentações realizadas por eles, nós os orientamos a criarem uma condição de parada para o programa. Esse módulo foi trabalhado ao longo de seis semanas, com um período semanal em laboratório de informática.

Uma vez que os educandos já dominavam os recursos de programação, iniciamos o terceiro módulo, que se constituía na construção de um fractal a partir de alguns exemplos famosos, como a Curva de Koch e o Triângulo de Sierpinski. Os alunos foram incentivados a alterar os parâmetros de programação, bem como os valores, buscando sempre observar as alterações desencadeadas. Cabe destacar que foram muitas as tentativas e experimentações na busca de um fractal de fato, como nos mostram as Figuras 3 e 4. Contudo, todas as tentativas renderam exclamações de surpresa e beleza!

```
aprender bibiana :n
se :n < 5 [parar]
repetir 8 [bibiana :n/4 pf :n gd 45] fim
```

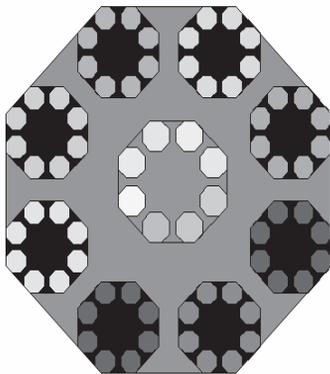


Figura 3: experimentação realizada por uma aluna.

```
aprender frac :n
se :n < 5 [parar]
repetir 5[frac :n/2 pf :n gd 72] fim
```

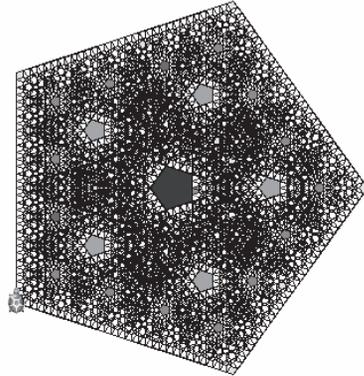


Figura 4: experimentação realizada por um aluno.

Considerações finais

Grandes foram os desafios superados no desenvolvimento desse projeto, bem como grande foi nossa satisfação ao tê-lo concluído com êxito. Trabalhar interdisciplinarmente acabou construindo um vínculo entre todas as disciplinas envolvidas, de forma que tal integração pode ser percebida pelos alunos e pela Escola como um todo.

A disciplina de Matemática, em especial, conseguiu cumprir sua meta dentro desse projeto, que era de valorizar o estudo da Geometria no ensino fundamental. Outro fator de destaque no desenvolver deste trabalho foi a possibilidade de verificar os benefícios que as novas tecnologias da informação podem proporcionar ao ensino da Matemática.

No que se refere aos educandos, sentimos que o projeto proporcionou experiências nem sempre possíveis no cotidiano da sala de aula. Eles foram incentivados a pesquisar, analisar os resultados, reestruturar suas hipóteses, até alcançarem o objetivo final da disciplina, que era a construção de um fractal. Essa dinâmica também os conduziu à construção de conhecimentos de forma mais autônoma, postura um tanto desejada por todos os educadores.

Diante de um quadro de imediatismo em que nossos educandos estão inseridos no mundo de hoje, foi interessante percebermos a importância de oportunizar a eles momentos de reflexão, vivências e construção de conhecimento em que

possam perceber aquilo que não está evidente aos olhos, mas que precisa ser visto com os olhos do coração e da mente. Acreditamos que aliar os conhecimentos historicamente construídos a uma percepção de mundo elaborada pelo aluno, a partir de experiências e situações proporcionadas no âmbito escolar, pôde auxiliar esse educando a perceber a necessidade que temos de qualificar nossa visão sobre o mundo, sobre os outros e, enfim, sobre nós mesmos.

Por fim, cabe colocar que o projeto continua sendo desenvolvido na Escola, com o objetivo principal de promover no aluno a capacidade de conhecer um novo olhar do cotidiano e do mundo que o cerca, a partir da percepção, da sensibilidade, do autoconhecimento e da experiência.

Referências

- BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrimo a Geometria Fractal para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- DIENES, Zoltan P. **Aprendizado moderno de matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.
- FAINGUELERNT, Estela K. **Educação Matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: Artmed, 1999.
- FISCHER, Rosa M. B. Mídia, juventude e disciplina: sobre a produção de modos de ser e estar na cultura. In: XAVIER, Maria Luisa. (org.). **Disciplina na escola: enfrentamentos e reflexões**. Porto Alegre: Mediação, 2002.
- FREITAS, Rony C.de O.; SANTOS, Carmem F. Trabalhando fractais no Logo: uma experiência no ensino fundamental. In: CONGRESSO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE COMPUTAÇÃO, 25, 2005, São Leopoldo. **Anais...** São Leopoldo: UNISINOS, 2005. p.2754-2762.
- JELINEK, Karin. et al. **Um currículo de matemática em movimento**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2005.
- KAMPFF, Adriana Justin C., Machado, José Carlos de S., Cavedini, Patrícia. Educação Matemática e novas tecnologias. **Caderno Marista de Educação**, v.3, n.3, p.5-26, 2004.
- MURARI, Claudemir. Espelhos, caleidoscópios, simetrias, jogos, softwares educacionais no ensino e aprendizagem de geometria. In: BICUDO, Maria A., BORBA, Marcelo de C. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.
- PAPERT, Seymour. **Logo: computadores e educação**. São Paulo: Brasiliense, 1985.
- PEREIRA, M. R. **A geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino**. São Paulo: PUCSP, 2001. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2001.
- SERRAZINA, Maria de Lurdes; PONTE, João Pedro da, OLIVEIRA, Isolina. Grandes temas matemáticos. In: _____. **A matemática na educação básica**. Lisboa: Ministério da Educação Básica, 1999. p.41-91.
- SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez; CÂNDIDO, Patrícia (orgs.). **Figuras e formas**. Porto Alegre: Artmed, 2003. 200p. (Matemática de 0 a 6 anos).
- STANDARDS. **Normas profissionais para o ensino da matemática**. CONSELHO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (NCTM). Traduzido por Associação de Professores de Matemática. Lisboa: APM, 1998.

Karin Ritter Jelinek – Doutoranda em Educação – PPGEDU/UFRGS, professora da rede municipal de ensino de Porto Alegre e do Colégio Marista Nossa Senhora do Rosário.

Adriana Justin Cerveira Kampff – Doutoranda em Informática na Educação – PGIE/UFRGS, professora da Universidade Luterana do Brasil (ULBRA) e do Colégio Marista Nossa Senhora do Rosário.

RECEBIDO em: 05/09/2009
CONCLUÍDO em: 30/10/2009