

UMA PROPOSTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM SOBRE PRODUTOS NOTÁVEIS

A teaching and learning proposal about special products

Raquel Milani

Solange Galiotto Sartor

Marília Azambuja

Isabel Cristina Medeiros

Yara Teresinha Bolzan Danna

Lisângela Bergamo Pretto

Alexandra Cemin

Resumo

O relato trata da elaboração e da apresentação de um material didático sobre produtos notáveis por um grupo de professoras preocupadas com sua prática docente, o Grupo Permanente de Estudos sobre Educação Matemática. A proposta de material apresentada contém atividades desenvolvidas pelo Grupo com base nos resultados de uma pesquisa que realizou com alunos da educação básica a respeito da falta de motivação para estudar. As atividades foram escritas através de questionamentos para possibilitar que o estudante, ao responder a esses questionamentos e ao registrar suas ideias por escrito, interagisse com o material, com os colegas e com o professor. Valorizar os conhecimentos prévios dos alunos e oportunizar a utilização de materiais, diferentes dos tradicionalmente encontrados nas aulas de Matemática, foram outras preocupações do Grupo ao elaborar as atividades. O relato aborda também algumas reflexões advindas da utilização do material por alunos de uma turma da 1ª série do Ensino Médio e duas turmas de 7ª série do Ensino Fundamental, que, apesar de considerarem a proposta como uma forma diferenciada de aprender Matemática, que oportunizou grande envolvimento com o material e com os colegas,

mostraram dificuldades para interpretar alguns enunciados, para criar e testar hipóteses.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem de Matemática. Interação. Atividades diferenciadas. Produtos notáveis.

Abstract

This report describes the preparation and presentation process of didactic material about special products by a group of teachers concerned about their teaching practice, the Permanent Study Group for Mathematics Education. The proposal presented contains activities developed by the Group based on the results of a survey on elementary school students' lack of motivation to study. Activities were written by questioning students in order to enable them to interact with material, classmates and teacher while they were answering the questions and registering their ideas in writing. Valuing the prior knowledge of students and favoring the use of materials, other than those traditionally found in mathematics classes, were other concerns of the Group to develop the activities. The report also addresses some reflections arising from the use of the material by students in a first year class in high school and in two

different classes in seventh grade in middle school. Although considering the proposal as a different way of learning mathematics, which promoted great involvement with the material and classmates, students have showed difficulties in interpreting some statements to create and test hypotheses.

Keywords: Mathematics teaching and learning. Interaction. Different teaching activities. Special products.

Introdução

O Grupo Permanente de Estudos sobre Educação Matemática, ligado ao Núcleo de Apoio ao Ensino de Matemática, da Universidade de Caxias do Sul (GPEEM/NAEM-UCS), é formado por professoras dessa Universidade e por professoras da rede escolar de Caxias do Sul. Essas professoras fizeram parte, inicialmente, de um grupo de pesquisa que objetivava compreender as dificuldades apresentadas pelos alunos para aprender matemática e aquelas enfrentadas pelos professores para ensinar matemática; compreender os diversos fatores que influenciam no baixo desempenho dos alunos na disciplina de matemática na escola e na universidade; relacionar as dificuldades apresentadas pelos alunos com as apresentadas pelos professores; promover a reflexão sobre a própria prática docente, procurando relacionar as dificuldades enfrentadas pelos alunos com a metodologia empregada em sala de aula; e promover a revisão da ação pedagógica, a partir da reflexão individual e coletiva.

As reuniões do GPEEM ocorrem semanalmente e asseguram um espaço acolhedor para as dúvidas e aflições em relação à nossa prática. Sentimo-nos à vontade para questionar e argumentar. A cada encontro, novas interrogações surgem e cada professora colabora com a discussão trazendo saberes de sua experiência docente.

Em uma das reuniões, optamos pela discussão a respeito do ensino de *produtos notáveis*. A escolha desse conteúdo deveu-se, fundamentalmente, a dois fatores: a maioria das professoras do grupo já lecionou, ou leciona, na 7ª série do Ensino Fundamental, e sabemos da dificuldade apresentada pelos alunos em aprender os tópicos de álgebra, geralmente abordados nessa série. Além disso, cientes da

falta de recursos para ensinar produtos notáveis, sentimo-nos desafiadas a propor uma estratégia para seu ensino e decidimos que a elaboração das atividades que constituiriam essa estratégia seria fundamentada pelos resultados de uma pesquisa feita pelo Grupo, ainda enquanto grupo de pesquisa, a respeito da falta de motivação dos alunos para estudar.

Sobre a motivação dos alunos para estudar – buscando a fundamentação para a elaboração das atividades

Ainda enquanto grupo de pesquisa, nossa primeira preocupação foi com relação à falta de motivação para os estudos manifestada pelos alunos nas aulas de Matemática. Chegamos à conclusão de que seria importante ouvi-los para procurar compreender os motivos para tal desinteresse. Elaboramos, então, um questionário que foi respondido pelos alunos das professoras participantes do grupo de pesquisa. Nesse questionário, eles foram indagados sobre diversos temas, entre eles a importância de ir à escola e estudar Matemática, e a aula/disciplina/professor de que mais e menos gosta. Em todas as questões, os alunos foram solicitados a justificar suas respostas. Utilizando como referência a análise textual discursiva proposta por Moraes e Galiazzi (2007), analisamos os dados coletados.

Algumas respostas dos questionários foram importantes para refletirmos sobre nossa prática docente. Entre vários dados levantados, destacamos a preferência dos alunos por *aulas diferenciadas* e por aquelas em que eles *participam do processo de aprendizagem*. Nas primeiras, alguma atividade diferente é realizada ou algum recurso diferenciado é utilizado. Foi possível perceber nas respostas a inserção de um recurso pedagógico que auxilia na aprendizagem, como o computador, um jogo, um filme e uma música. Uma aula da qual o aluno gosta é a que foge do ensino tradicional, caracterizado pela utilização exclusiva do quadro-negro, do livro, do caderno e tendo o professor como protagonista, ou seja, falando o tempo todo, na tentativa de “transmitir” o conteúdo aos alunos. Outro tipo de aula de que os alunos mais gostam é aquela em que se sentem convidados a participar. As respostas mostravam o aluno como protagonista

do processo de aprendizagem. Ele pode expressar seu pensamento, pois existe alguém que o ouve e que valoriza suas ideias. Encontramos algumas relações entre o que acontece nas aulas de que os alunos mais gostam e as características do professor preferido. As aulas são diferentes, dinâmicas e descontraídas, porque o professor possui um perfil que favorece o desenvolvimento deste tipo de aula e porque suas ações pedagógicas privilegiam a participação dos alunos no processo de aprender.

Além de termos conhecido as características das aulas preferidas dos alunos, compreendemos que eles vão à escola em busca de *interações*. As relações estabelecidas entre os alunos e entre eles e seus professores são percebidas nas respostas que justificam seu interesse pela escola e na descrição da aula e do professor de que mais gostam. Os alunos valorizam momentos em que podem expressar seu pensamento e quando se sentem à vontade para fazer questionamentos. Gostam de ser ouvidos e receber a atenção do professor. A interação entre os alunos, evidenciada nos questionários como sendo algo positivo que ocorre na escola, pode ser vista como um “aviso” aos professores. Parece-nos que eles estão nos dizendo: “Estamos na escola para dialogar, para aprender com o outro. Chega de apenas ouvir!”. Vão à escola para interagir com colegas e professores, em busca de novas amizades e de novas aprendizagens.

Após a organização dos dados mostrados nos questionários, realizamos leituras para auxiliar sua compreensão e, também, com o objetivo de orientar a reflexão sobre nossas concepções docentes. A forma como planejaríamos e escreveríamos as atividades para abordar o assunto *produtos notáveis* não poderia desconsiderar os dados da pesquisa e as nossas concepções sobre ensinar e aprender Matemática. Dessa forma, apresentamos, a seguir, as ideias que fundamentam a proposta elaborada.

Acreditamos que a aprendizagem ocorra através da participação ativa do sujeito nas atividades propostas em aula. Se acreditamos nessa participação, não podemos pensar que o conhecimento é transmitido ou transferido aos alunos pela fala do professor.

Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua

construção (ou ainda a reconstrução). Quando entro em uma sala de aula devo estar sendo um ser aberto a indagações, à curiosidade, às perguntas dos alunos, a suas inibições; um ser crítico e inquiridor, inquieto em face da tarefa que tenho – a de ensinar e não a de transferir conhecimento. (FREIRE, 1996, p.52)

É necessário que o professor crie um ambiente propício para que essa participação efetiva ocorra. Esse ambiente pressupõe o planejamento de atividades e materiais, a forma como os alunos vão dialogar e o modo de condução da aula pelo professor.

O material e as atividades planejadas para a aula devem contribuir para que o aluno se sinta convidado a participar e para que goste de produzir o conhecimento envolvido. Para tanto, materiais diferenciados dos tradicionais caderno e livro devem ser inseridos na rotina das aulas. Nos questionários respondidos pelos alunos na pesquisa sobre motivação percebemos a preferência deles por esses materiais não tradicionais. Dessa forma, planejamos inserir nas atividades a respeito de produtos notáveis, mais especificamente sobre o quadrado da soma de dois termos, a utilização de lápis de cor, papel quadriculado, cola e tesoura. São materiais simples e que fazem diferença em uma aula sobre um conceito algébrico e abstrato.

O conjunto de atividades que constitui o material foi planejado e escrito de modo a valorizar a opinião e as ideias dos alunos, resgatar seus conhecimentos prévios e utilizá-los para construir novos conhecimentos. Dessa forma, buscávamos que o material permitisse um diálogo com o aluno e possibilitasse sua interação com os conceitos abordados.

O método e as estratégias de ensino têm a função de contribuir para que o aluno possa fazer Matemática no contexto escolar, sob a coordenação do professor. [...] Para fazer isso, é preciso buscar dinâmicas apropriadas para intensificar as possibilidades de interação do aluno com o conhecimento. (PAIS, 2006, p.28)

A utilização de materiais concretos como os anteriormente citados, além de tornar as

aulas mais dinâmicas e prazerosas, possibilita a execução de ações que contribuem significativamente para o processo de aprendizagem. As ações de desenhar, pintar, recortar e colar, bem aceitas por muitos alunos do Ensino Fundamental, como percebemos na pesquisa feita sobre motivação, fortalecem a criação de uma imagem conceitual a respeito do assunto abordado. Um exemplo é o fato de o aluno ter que criar, em algumas atividades que elaboramos, um quadrado, composto de certas figuras, com cores distintas e com um tamanho definido, e “apelidá-lo” de *quadrado*. Marchesi (2006) afirma que os alunos, atualmente, estão vivendo “em uma sociedade audiovisual e informatizada, em que a rapidez da informação, a capacidade de seleção e o predomínio do elemento visual estão modificando os estilos de atenção, o interesse pelos temas e suas estratégias de aprendizagem” (p.12). Assim, as imagens, as cores e a nomenclatura fazem parte dessa nova forma de os alunos aprenderem.

Para uma participação efetiva dos alunos no processo de aprendizagem é necessário que haja interação. Na pesquisa realizada sobre motivação, um dos motivos apontados pelos alunos para irem à escola é a busca por interações com seus colegas e professores. Anteriormente, ressaltamos que o material elaborado foi escrito com a intenção de dialogar com o aluno, possibilitando sua interação com os conceitos matemáticos. Outra relação importante no processo de aprendizagem é a que ocorre na interação entre os alunos. Nossa proposta é que as atividades sejam desenvolvidas pelos alunos e que eles estejam organizados em duplas. De acordo com Moraes (2007, p.31), “é na interação e confrontação de diferentes vozes e ideias que cada participante consegue reconstruir os próprios conceitos e conhecimentos”. A fala é uma ferramenta poderosa na aprendizagem de Matemática. Quando um aluno expressa suas ideias, seja pedindo uma explicação ao pontuar sua dúvida, seja evidenciando sua forma de resolver um problema, deixa claro seu posicionamento sobre o assunto. A ideia de pensar alto é um “prato cheio” para o professor investigar o caminho

pelo qual o aluno optou para seguir em seu processo de aprendizagem. As interações em sala de aula auxiliam os alunos a desenvolver uma série de habilidades, como trabalhar de forma cooperativa, argumentar e respeitar a opinião do outro. Assim, consideramos que as relações interpessoais, em especial a que ocorre entre os alunos, fazem parte de um contexto social em que a aprendizagem se efetiva.

O professor interessado em qualificar o processo de aprendizagem dos alunos deve planejar a forma de condução da aula. Segundo Becker (1995, p.21), “[...] o aluno só aprenderá alguma coisa, isto é, construirá algum conhecimento novo, se ele agir e problematizar a sua ação”. Ao escrever as atividades, prevemos a necessidade de o aluno expressar, de forma oral e escrita, suas ideias, com o fim de possibilitar que ele assuma o papel de sujeito de aprendizagem e não de expectador passivo; e de criar condições de realizar atividades que os levem a mobilizar seus conhecimentos prévios, a considerar novas formas de pensar e de resolver situações, além de dialogar com os colegas. Para tanto, o professor deve ser um orientador e questionador, possibilitando essa ação efetiva do aluno. Concordamos, assim, com Moraes (2007) quando afirma que “aprendizagens efetivas envolvem intensamente os sujeitos correspondendo a reconstruções contínuas de aprendizagens anteriores, espaços em que os alunos necessitam assumir suas próprias autorias” (p.25). O aluno assume, portanto, o papel central do processo de aprendizagem.

Consideramos, portanto, para elaboração do material a interação dos alunos entre si, com as atividades e com o professor, e a utilização de recursos diferenciados que auxiliam na compreensão dos conceitos abordados.

Apresentamos, a seguir, as atividades elaboradas para o estudo do *quadrado da soma de dois termos*, um caso especial de produtos notáveis.

Atividades

Produtos notáveis: o quadrado da soma

Nesta proposta de estudo utilizaremos os

seguintes materiais: papel quadriculado, cola, tesoura, régua e lápis de cor.

Atividade 1

Determine o valor das potências abaixo:

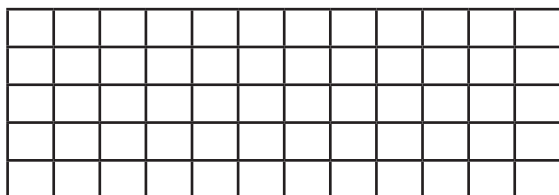
a) $(4 + 3)^2 =$

b) $(6 + 2)^2 =$

Atividade 2

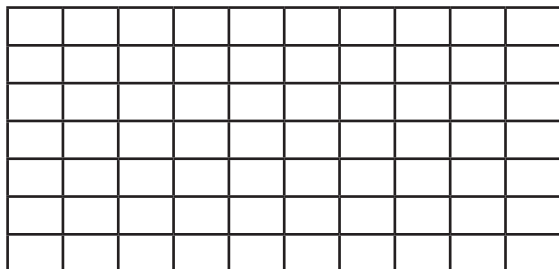
Considere que o lado do menor quadrado da folha quadriculada mede 1 unidade de comprimento e, conseqüentemente, a área deste quadrado mede 1 unidade de área.

a) No papel quadriculado, desenhe e pinte um quadrado de lado 3. Calcule a área deste quadrado e registre-a abaixo da figura.



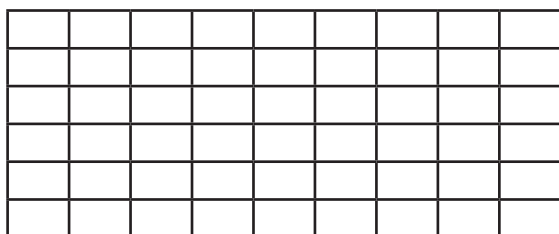
A =

b) Desenhe e pinte um quadrado de lado 5. Determine sua área e registre-a abaixo da figura.



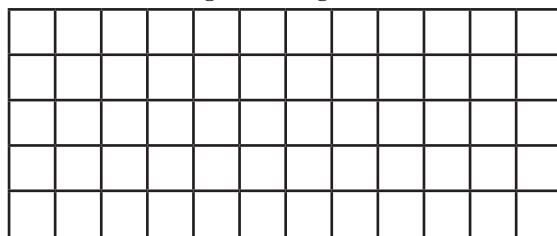
A =

c) Desenhe um retângulo de base 2 e altura 5. Calcule sua área e registre-a abaixo da figura.



A =

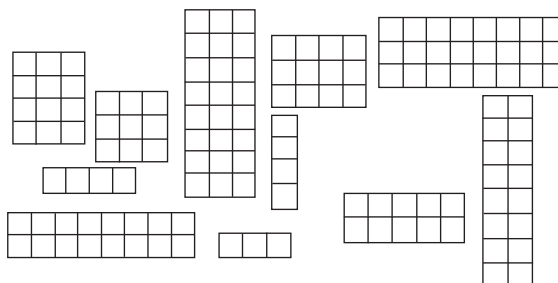
d) Desenhe um retângulo de base 3 e altura 1 (A_1) e outro de base 1 e altura 3 (A_2). Calcule a área destes retângulos e registre-as.



$A_1 =$ $A_2 =$

Você pode observar que, apesar dos retângulos terem sido desenhados em posições diferentes, eles têm a mesma área.

e) Pinte da mesma cor os pares de retângulos de mesma área.



Atividade 3

- a) Desenhe no papel quadriculado:
 - um quadrado de lado 4 e pinte-o de vermelho;
 - um quadrado de lado 3 e pinte-o de azul;
 - um retângulo de base 4 e altura 3, outro de base 3 e altura 4, e pinte-os de amarelo.
 Calcule as áreas destas figuras e registre-as no centro de cada figura correspondente.
- b) Recorte estas figuras e, com elas, monte um quadrado. Tenha o cuidado de não sobrepor as figuras.
- c) Cole o quadrado montado no espaço abaixo. Vamos nomeá-lo de “quadrado”.



- d) Qual o comprimento total do lado (l) do “quadrado”? $l = \dots\dots\dots$
 Qual a área (A) do “quadrado”? $A = \dots\dots$
 Essa área pode ser escrita como uma potência de expoente 2, ou seja, $A = \dots\dots$
- e) Observe o lado do “quadrado” construído. A medida desse lado pode ser escrita como a soma das medidas dos lados das figuras coloridas, isto é,

$$3 + 4$$

Assim, a área do “quadrado” também pode ser escrita como:

$$(\dots\dots + \dots\dots)^2$$

A área do “quadrado” é composta das áreas de 4 figuras menores. Então, a soma das áreas destas 4 figuras resulta na área do “quadrado”.

Verifique essa afirmação somando as áreas das 4 figuras e comparando com a área do “quadrado”. Você chegou ao mesmo resultado?

- f) Escreva a área do “quadrado” utilizando as áreas das figuras que o compõem.

$$\dots\dots + \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots$$

- g) Sabemos que 16 é a área do quadrado de lado 4, ou seja, 4^2 é a área do quadrado de lado 4.

Da mesma forma, 9 é a área do quadrado de lado 3, ou seja, $\dots\dots$ é a área de quadrado de lado 3.

12 é a área do retângulo de base 4 e altura 3 e também de base 3 e altura 4. Assim, a área 12 pode ser escrita como 4×3 ou 3×4 . Na soma que compõe a área do “quadrado”, temos duas parcelas iguais a 12. Dessa forma, $12 + 12 = (4 \times 3) + (3 \times 4) = (4 \times 3) + (4 \times 3) = 2(4 \times 3)$

- h) Escrevendo a soma das áreas das figuras que compõem o “quadrado”, utilizando as potências de expoente 2 e o produto que representa as áreas dos retângulos, obtemos que a área do “quadrado” é

$$\dots\dots + \dots\dots + \dots\dots$$

De acordo com o item (e), a área do “quadrado” é $(4 + 3)^2$ e com o item (h), a área do “quadrado” é

$$4^2 + 2(4 \times 3) + 3^2.$$

Portanto,

$$(4 + 3)^2 = 4^2 + 2(4 \times 3) + 3^2$$

Atividade 4

Na atividade anterior, calculamos a área do quadrado de lado 7 através da área de 4 figuras: um quadrado de lado 4, um quadrado de lado 3 e dois retângulos de lados 4 e 3. Use o mesmo raciocínio da Atividade 3 para construir um “quadrado” de lado 8, fazendo uma composição de 4 figuras: um quadrado de lado 6, um quadrado de lado 2, e dois retângulos de mesma área. Recorte e pinte essas quatro figuras. Cole o “quadrado” formado no espaço abaixo e escreva, ao lado, sua área, conforme a conclusão da Atividade 3.

$A =$

Atividade 5

Na Atividade 3, escrevemos a área do “quadrado” de lado 7 da seguinte forma:

$$7^2 = (4 + 3)^2$$

Ou seja, escrevemos essa área como o **quadrado da soma** das medidas dos lados de dois quadrados menores, de lados 4 e 3, utilizados na sua composição.

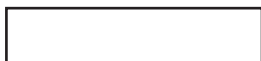
De forma semelhante, podemos escrever a área do “quadrado” de lado 8, construído na Atividade 4, da seguinte forma:

$$8^2 = (6 + 2)^2$$

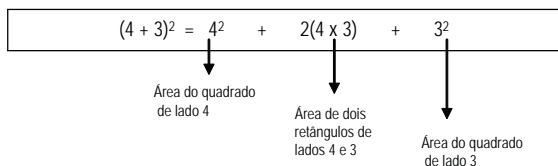
Ou seja, escrevemos essa área como o **quadrado da soma** das medidas dos lados de dois quadrados menores, de lados 6 e 2, utilizados na sua composição.

a) Considere um “quadrado” de lado 9. Imagine uma composição deste “quadrado” através de dois quadrados menores e dois retângulos. As medidas dos lados dos quadrados são e

Escreva a área deste “quadrado” como o **quadrado da soma** das medidas desses dois lados.



No item (h) da Atividade 3, concluímos que a área do “quadrado” de lado 7 pode ser escrita como:

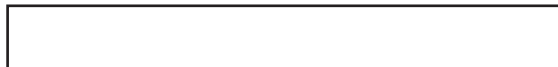


Da mesma forma, na Atividade 4, concluímos que a área do “quadrado” de lado 8 pode ser escrita como:

$(6 + 2)^2 = 6^2 + 2(6 \times 2) + 2^2$		
*	**	***

- * Área do quadrado de lado 6
- ** Área de dois retângulos de lados 6 e 2
- *** Área do quadrado de lado 2

Da mesma forma, a área do “quadrado” de lado 9 pode ser escrita como:



Ou seja, escrevemos essa área como a soma das áreas do quadrado de lado, do quadrado de lado e de dois retângulos de lados e

b) Escreva a área do “quadrado” de lado 9 utilizando quadrados diferentes daqueles escolhidos no item a) desta atividade. As novas medidas dos lados dos quadrados são e



Resumindo:

A área do “quadrado” de lado 7 é $(4 + 3)^2 = 4^2 + 2(4 \times 3) + 3^2$.
 A área do “quadrado” de lado 8 é $(6 + 2)^2 = 6^2 + 2(6 \times 2) + 2^2$.
 A área do “quadrado” de lado 9 é
 ou

Atividade 6

Com base no resumo da atividade anterior, expresse o quadrado das seguintes somas:

- a) $(2 + 4)^2 =$
- b) $(7 + 5)^2 =$
- c) $(12 + 3)^2 =$
- d) $(0,5 + 3)^2 =$
- e) $(2/5 + 1/7)^2 =$

No item a) desta atividade você trabalhou com os números 2 e 4. Chamaremos o número 2 de **1º termo** e o número 4 de **2º termo**. Usando essa terminologia (1º termo e 2º termo), crie uma regra que explique o procedimento que você utilizou para escrever o quadrado da soma dos termos 2 e 4.



- No item b), o **1º termo** é e o **2º termo** é
- No item c), o **1º termo** é e o **2º termo** é
- No item d), o **1º termo** é e o **2º termo** é
- No item e), o **1º termo** é e o **2º termo** é

A regra que você criou é válida para os outros itens da Atividade 5?

Atividade 7

Considere as letras a, b, x e y como uma representação de quatro números quaisquer. Utilize a regra que você criou para escrever o quadrado da soma dos termos abaixo:

- a) $(a + 2)^2 =$
- b) $(5 + b)^2 =$
- c) $(x + 3)^2 =$
- d) $(x + y)^2 =$

Conclusão:

O quadrado da soma de dois termos é

 Simbolicamente: $(a + b)^2 = \dots\dots\dots$

Você escreveu no quadro anterior uma regra para determinar o quadrado da soma de dois termos. Também podemos determinar esse quadrado da soma utilizando o conceito da potência, como sendo o produto de termos iguais, ou seja:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$$

Desenvolva esse produto e compare com a regra simbolizada no quadro da conclusão do final da página anterior.

Você obteve o mesmo resultado?

A expressão $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ é uma regra que permite calcular o quadrado da soma de dois termos e é chamada de **produto notável**.

Retome a Atividade 1 deste material e utilize essa regra de produto notável para calcular o quadrado das somas.

- a) $(4 + 3)^2 =$
- b) $(6 + 2)^2 =$

Sobre a aplicação das atividades e algumas reflexões a respeito das percepções das professoras e dos alunos

Com o material elaborado, era chegado o momento de aplicarmos as atividades. Nossos objetivos com essa aplicação eram conhecer como os alunos da Educação Básica interagiriam com esse material e perceber, nessa interação, a existência de indícios de motivação para estudar. Como ele havia sido planejado e escrito com base em alguns dos dados coletados na pesquisa com alunos sobre motivação e em nossas reflexões a partir de leituras específicas, nossa hipótese era

que os alunos se envolvessem de forma positiva com o estudo, interagindo com os colegas, com o professor e com o material, e sentissem satisfação ao realizar as atividades.

Inicialmente, decidimos por realizar um estudo-piloto para conhecer as impressões e as ações dos alunos e da professora durante o trabalho com as atividades, e para saber se a escrita utilizada estava clara aos alunos. Nessa ocasião, optamos por não aplicar as atividades em uma turma de 7ª série, pois estávamos no início do primeiro semestre letivo de 2009, e os conteúdos considerados pré-requisitos para esse trabalho ainda não haviam sido estudados pelos alunos. Uma professora do Grupo, então, concordou em aplicar as atividades em uma de suas turmas do primeiro ano do Ensino Médio, já que esses alunos apresentavam dificuldade em entender e utilizar o conceito de produtos notáveis em diversos contextos. Em um segundo momento, após a reflexão a respeito dessa experiência, o material foi utilizado em aulas de duas turmas de 7ª série.

Ao considerarmos a aplicação das atividades em três turmas específicas da Educação Básica e termos como objetivo conhecer como os alunos, dessas turmas em especial, se envolveriam com o material, decidimos que o estudo de caso (PONTES, 2006) era o método da pesquisa qualitativa que apresentava condições mais adequadas para que se alcançasse o objetivo da nossa experiência.

Nos três momentos em que o material foi aplicado, tanto o professor como os alunos avaliaram o desenvolvimento das atividades. Elaboramos uma ficha de observação contendo aspectos que, para nós, seriam importantes de serem avaliados em relação aos objetivos da experiência. Dessa forma, as professoras registraram suas impressões sobre a interação, a autonomia e a motivação dos alunos na realização das atividades, bem como sobre a reação dos mesmos quanto à redação das questões (extensão de cada questão, clareza e interpretação do texto). Além disso, escreveram sobre o seu trabalho de orientação e a sua percepção sobre a colaboração do material para a aprendizagem dos conceitos envolvidos. No final da realização de todas as atividades, os alunos responderam a uma ficha de autoavaliação, escrevendo sobre as atividades

que acharam mais difíceis/fáceis, justificando as respostas e opinando a respeito da utilização desse material para aprender Matemática.

Uma das dificuldades que percebemos sobre a coleta de dados a respeito da interação dos alunos com o material foi que as professoras ao mesmo tempo deveriam orientar os alunos, atendendo suas dúvidas e encaminhando novas tarefas, e registrar mentalmente os aspectos significativos a serem relatados ao Grupo e escritos na ficha de observação. Muitas das informações escritas nessa ficha foram, posteriormente, nas reuniões, complementadas pelas professoras de forma oral.

Nossos dados constituíram-se, portanto, das observações escritas das três professoras envolvidas, dos seus relatos orais complementares, do conjunto de atividades realizadas por cada aluno e das autoavaliações desses estudantes.

Para a realização das atividades, tanto no estudo-piloto como na 7ª série, foram necessários em torno de quatro períodos de aula de, aproximadamente, cinquenta minutos cada. Os alunos trabalharam em duplas, respeitando seu ritmo de trabalho, e cada um tinha seu próprio material. O professor circulou pela sala, orientando os alunos em suas dificuldades.

Após a realização do estudo-piloto, com a leitura de algumas das respostas dos alunos a certos questionamentos encontrados no material, percebemos que a escrita desses enunciados não estava clara e, por vezes, não havia espaço suficiente para os alunos registrarem suas respostas. Dessa forma, reescrevemos algumas atividades e reorganizamos a disposição das tarefas nas folhas.

Nas três experiências com o material, as professoras relataram e escreveram sobre a interpretação dos enunciados, a interação e a criação de regras por parte dos alunos. Além disso, manifestaram suas percepções a respeito da motivação deles na realização das tarefas e sobre a satisfação de desenvolver esse trabalho com suas turmas.

Com base nas observações feitas pelas professoras e no que foi escrito na autoavaliação dos alunos, percebemos a existência de uma grande dificuldade para resolver ou responder o que foi solicitado nos enunciados. Muitos alunos liam uma vez e logo chamavam a professora. A leitura era feita, mas, na pressa para resolver e

obter uma resposta, era mais fácil chamar a professora e dizer que não haviam entendido. Esse imediatismo sem reflexão é uma tendência em grupos de alunos que são acostumados a receber respostas prontas e ter suas perguntas respondidas de forma a não gerar uma reflexão por parte do próprio aluno que estava com dúvidas. A existência de incertezas é positiva no processo de aprendizagem se o professor tornar essa dúvida um conhecimento construído pelo próprio aluno com a sua orientação. Uma prática a ser trabalhada nas aulas de Matemática é incentivar os alunos a discutir suas dúvidas com os colegas e, no caso do nosso trabalho, com o colega de dupla; fazer o aluno explicar o tão constante “*não entendi, professora*”. É rotineiro, também, em muitas aulas vermos os alunos esperando que o professor corrija as questões no quadro para que eles copiem as resoluções em seus cadernos. Essa passividade é estimulada pelo próprio professor, quando ele antecipa uma correção de exercícios ou quando ele não questiona esses alunos sobre suas dúvidas. Deve haver espaço nas aulas para falar de Matemática, para os alunos discutirem suas dúvidas. Essa prática possibilita o desenvolvimento de sua autonomia: “*vou tentar resolver o exercício*”, pode pensar o aluno que recebeu o incentivo.

Essa percepção a respeito do imediatismo dos alunos nos ajudou a formular estratégias para nossas aulas a fim de incentivar a interpretação dos enunciados. Estamos convencidas da importância da leitura, da interpretação e da escrita na aprendizagem de Matemática. Uma dessas estratégias que estamos incorporando à nossa prática é fazer o aluno ler um enunciado e explicar o que entendeu, ou então outro colega explicar. Pensamos que o professor pode oportunizar essas experiências, e outras, nas aulas de Matemática para promover a interpretação de informações e tornar o aluno mais autônomo no processo de aprendizagem.

Duas ações importantes que gostaríamos que os alunos realizassem no trabalho eram a criação e o teste de hipóteses. Essas tarefas foram solicitadas aos alunos principalmente nas atividades 6 e 7 do material. Isso representou outra dificuldade para os alunos, a qual ficou evidenciada nas constantes intervenções das professoras nessas tarefas, nas atividades não respondidas ou incompletas e em algumas respostas

na autoavaliação como: *“achei mais difícil a parte da regra, pois tinha que pensar mais e dizer o que foi feito no exercício anterior”*. Novamente pensamos no imediatismo incentivado por muitos professores nas aulas. Esses alunos poderiam estar acostumados a apenas aplicar uma regra a uma situação e não serem envolvidos no estudo de sua construção e validade, como foi feito ao longo do material. Entendemos que as ações de criar e de testar hipóteses devem ser realizadas pelos alunos ao longo dos anos escolares; trata-se de um objetivo da Educação Matemática.

Segundo as professoras, foi possível, também, notar momentos de empolgação durante a realização das atividades. As consideradas mais fáceis para os alunos foram aquelas em que eles tiveram que desenhar, pintar, e construir “quadrados”. Algumas das justificativas mais presentes nas respostas dos alunos foram: *“porque estava mais claro o que tinha que fazer”* e *“pois a gente se diverte aprendendo, e daí não fica uma coisa chata”*. Essa clareza salientada pelos alunos se refere às Atividades 2, 3 e 4 do material, as quais têm forte ligação com os conhecimentos prévios dos alunos a respeito de geometria. Parece que acertamos ao incluir tarefas mais dinâmicas e que utilizavam materiais diferenciados dos tradicionais.

As várias possibilidades que os alunos criaram para montar os “quadrados” nos chamaram a atenção no momento em que analisamos as tarefas respondidas por eles. Devido ao que é comum de ser apresentado nos livros didáticos e em outras fontes, e à nossa experiência docente, imaginamos sempre a composição do “quadrado” como mostra a figura 1. No entanto, os alunos nos surpreenderam com composições como as das figuras 2a, 2b e 2c.

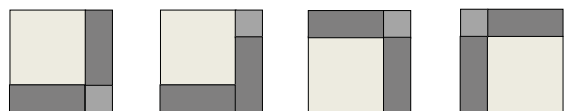


Figura 1

Figura 2a

Figura 2b

Figura 2c

Em especial, os alunos da 7ª série, provavelmente, não haviam visto ainda a figura 1, e, por isso, a diversidade em criar composições. Esses alunos não estavam “viciados” com a imagem tradicional encontrada em livros didáticos, ao contrário de seus professores!

Os alunos envolveram-se com as ativida-

des propostas e gostaram de trabalhar em duplas. A interação, tanto com os conceitos como com os colegas, ocorreu. As professoras relataram que, por vezes, as aulas foram interrompidas para se dar recados pela direção, e os alunos, após ouvi-los, retornavam ao trabalho. Uma das professoras disse: *“Temia que os alunos fossem querer falar sobre o assunto do recado, mas me surpreendi ao ver todos baixando a cabeça e voltando ao trabalho. Foi gratificante!”*. Os alunos em duplas se auxiliaram e discutiram questões. Houve interação, inclusive, entre as duplas. Eles relataram que essa experiência foi uma forma nova de aprender. Foi prazeroso para as professoras quando perceberam que os alunos estavam gostando de realizar as tarefas: *“Não percebi o tempo passar! Foi bacana ver eles trabalhando. Adorei!”*. Os relatos das professoras e dos alunos nos mostram que as atividades realizadas nas aulas têm características próximas àquelas apresentadas na pesquisa sobre motivação.

Após a realização do estudo com o material, as professoras trabalharam com o tema *quadrado da diferença de dois termos*, de acordo com seus próprios planejamentos. Não foi elaborada pelo Grupo uma continuação do estudo. As três professoras relataram que utilizaram a propriedade distributiva da multiplicação para abordar esse assunto e que os próprios alunos estabeleceram relações com as atividades anteriormente feitas e, em especial, com as figuras geométricas construídas com o material diferenciado. Isso nos faz acreditar que a forma pela qual foi desenvolvido o trabalho, ou seja, com escrita, questionamentos, desenhos, pinturas, construções e levantamento de hipóteses, fez com que os alunos criassem uma imagem conceitual constituída de ideias e figuras mentais. As relações estabelecidas pelos alunos revelam que o trabalho desenvolvido foi significativo e que permitiu que eles agissem para a construção de suas próprias aprendizagens.

Existem outros pontos para analisar a partir da realização dessas atividades pelos alunos. O que apresentamos neste relato foram alguns aspectos que nos chamaram a atenção. As reflexões continuam à medida que o material está sendo utilizado por outras professoras do Grupo e estagiários do curso de Licenciatura em Matemática da UCS. Os resultados obtidos a partir da aplicação das atividades, sejam eles

positivos ou negativos, estimularam-nos ainda mais para incluir em nossa prática docente ações que tornem o aluno um sujeito ativo em seu próprio processo de aprendizagem.

Considerações finais

Na pesquisa realizada a respeito da motivação para estudar percebemos aspectos importantes que não podem ser desconsiderados em nossa prática docente. A preferência por aulas diferenciadas, com a utilização de materiais diferentes dos usuais, quais sejam, quadro-negro, giz, caderno e livro, por aulas em que eles participam, e não apenas ouvem, e a relevância dada às interações são ideias que nortearam a elaboração de um material para o ensino e a aprendizagem de produtos notáveis. Leituras e discussões de textos nos auxiliaram a compreender as respostas dos alunos e a refletir sobre nossas concepções docentes.

Em nossas práticas estamos trilhando um caminho que valoriza as ideias dos alunos para a construção de sua própria aprendizagem. O aluno, de diversas formas, deve ser agente desse processo e, para isso, deve participar ativamente das aulas. O material elaborado seguiu esses pressupostos, e os resultados nos motivaram a seguir por esse caminho. Os alunos tiveram dificuldades na compreensão de enunciados, na criação e no teste de regras. Isso nos mostrou que essas ações devem ser uma prática constante nas aulas de matemática. A interação com o material e com os colegas qualificou o processo de aprendizagem. Os alunos estavam motivados com a realização das tarefas, pelo fato de encontrarem, no material, atividades que correspondiam a suas preferências para estudar Matemática. As profes-

soras, movidas por essa motivação de seus alunos e percebendo os resultados após a aplicação das atividades, consideraram o material eficiente para o estudo para o qual foi proposto.

É válido salientar que o planejamento e a escrita das atividades não foram tarefas de curta duração. O Grupo, em muitas reuniões, debruçou-se nessa tarefa e percebeu a importância do trabalho e reflexão em equipe para a elaboração de recursos didáticos. Daí a relevância de existirem permanentemente grupos de formação continuada nas escolas e nas instituições de ensino superior, como é o caso do GPEEM/NAEM-UCS.

Referências

BECKER, Fernando. Modelos pedagógicos e modelos epistemológicos. In: SILVA, L. H.; AZEVEDO, J. C. A paixão de aprender. Petrópolis: Vozes, 1995.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: novos saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

MARCHESI, Álvaro. **O que será de nós, os maus alunos?** Porto Alegre: Artmed, 2006.

MORAES, Roque. Aprender ciências: reconstruindo e ampliando saberes. In: GALIAZZI, M. C.; AUTH, M.; MORAES, R.; MANCUSO, R. (Orgs.). Construção curricular em rede na educação em ciências: uma aposta de pesquisa na sala de aula. Ijuí: Ed. Unijuí, 2007.

_____; GALIAZZI, Maria do Carmo. **Análise textual discursiva.** Ijuí: Ed. Unijuí, 2007.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, João Pedro. Estudos de caso em educação matemática. In: Bolema, n.25, p.105-132, 2006.

Raquel Milani – Professora da Universidade de Caxias do Sul e da E. M. E. F. Prof. Ester J. T. Benvenuti.

Solange Galiotto Sartor – Professora da Universidade de Caxias do Sul.

Marília Azambuja – Professora da Universidade de Caxias do Sul.

Isabel Cristina Medeiros – Professora do Colégio La Salle.

Yara Teresinha Bolzan Danna – Professora da E. M. E. F. Prof. Ester J. T. Benvenuti.

Lisângela Bergamo Pretto – Professora da E. E. E. F. Maria Luiza Rosa.

Alexandra Cemin – Professora do Colégio La Salle e da E. E. E. M. Santa Catarina.

RECEBIDO em: 15/9/2009.
CONCLUÍDO em: 23/2/2010.