

**ALGUNS RESULTADOS DE UMA ANÁLISE DE ERROS DAS QUESTÕES
DE GEOMETRIA DE ALUNOS SELECIONADOS NA PRIMEIRA FASE DA OLIMPÍADA
BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS**

**Some results of analysis of errors of issues of Geometry of students selected in first
round of Brazilian Public Schools Mathematics Olympiad**

Clailton Costa Cordeiro

Clicia Valladares Peixoto Friedmann

Renato Silva

Resumo

Este artigo apresenta alguns resultados de uma pesquisa de natureza mista que constou de uma dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. O enfoque principal da pesquisa foi uma análise e classificação dos tipos de erros mais frequentes cometidos por um grupo de alunos em questões de Geometria da primeira fase da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) de 2005 a 2008. Originalmente, as questões eram de múltipla escolha, mas, para a pesquisa, elas foram aplicadas de forma discursiva, a fim de que fosse valorizado o processo de resolução efetuado pelos estudantes. Participaram da pesquisa vinte e oito estudantes do ensino médio de uma escola estadual do município de Nova Iguaçu (RJ), que, na sua maioria, já haviam sido previamente selecionados para participar da segunda fase da OBMEP de 2008, o que correspondeu a cinco por cento do total de alunos da escola que se inscreveram na referida olimpíada. A classificação de erros utilizada no trabalho foi a de Radatz (1979). Também serviram de base para a pesquisa os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) e estudos efetuados por Cury (2006). A análise baseou-se na experiência profissional do primeiro autor desse artigo; foi realizada de forma extensiva e não intensiva a fim de analisar a maior quantidade de questões e verificar a maior

quantidade de tipos de erros cometidos por aqueles vinte e oito estudantes.

Palavras-chave: Análise de Erros. Ensino de Geometria. OBMEP.

Abstract

This paper presents some results of a survey which it is part of a master's thesis on Teaching Science and Mathematics. The main focus of the research was an analysis and a classification of types of errors that most frequently occurred at Geometry problems of the first phase of four years of Public Schools Brazilian Mathematics Olympiad (OBMEP) from 2005 to 2008. Originally, the questions were multiple choice, but for the research, they were applied at discourse manner, so that it was valued the settlement process performed by the students. The number of participants was twenty-eight high school students which came from a state school in the municipality of Nova Iguaçu (RJ), which mostly had been previously selected to participate in the second phase of OBMEP 2008, which corresponded to five percent of school student who enrolled in that Olympiad. The classification of errors used in this paper was to Radatz (1979). Also served as the basis for the research the National Curriculum Parameters for Secondary Education (PCNEM) and the studies conducted by Cury (2006). The analysis was based on the experience of the first author of

this article; it was performed at a non-intensive manner in order to analyze the largest number of questions and check as many types of errors made by those twenty-eight students.

Keywords: Analysis of errors. Geometry education. OBMEP.

1 Introdução

Anualmente, um contingente expressivo de estudantes de todo o país se submete à prova da primeira fase das Olimpíadas Brasileiras da Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), mas, de acordo com as normas da referida olimpíada, somente cinco por cento dos alunos são selecionados para a segunda etapa. Como a fase inicial da OBMEP envolve uma prova de múltipla escolha, não é possível para os professores e a escola saberem se de fato os alunos selecionados possuem as condições necessárias para resolver as questões da segunda fase, ou seja, a seleção inicial pode refletir resultados que escondem a verdadeira realidade a respeito dos erros e acertos dos alunos, simplesmente porque os erros ficam encobertos, e muitas das respostas certas são obtidas sem justificativa alguma que mostre o raciocínio ou o conhecimento matemático dos estudantes.

O desconhecimento a respeito dos erros que são cometidos pelos alunos numa prova como a OBMEP, com extensa abrangência numérica e geográfica, dificilmente resulta numa ação educativa local, ou seja, numa ação que envolva a escola, a fim de melhorar a qualidade de seu ensino, refletida, por exemplo, no aumento dos índices de acertos de seus estudantes e na possível correção das falhas dos professores. Foi por meio dessas e de outras reflexões que o primeiro autor desse artigo, professor da rede pública do Estado do Rio de Janeiro, pensou em fazer uma pesquisa que envolvesse uma análise dos erros cometidos por um grupo de alunos já selecionados na primeira fase da OBMEP do ano de 2008 ao resolverem ou tentarem resolver as questões das provas da primeira fase da olimpíada de 2005 a 2008, modificadas para o formato discursivo. O professor desejava classificar os erros e possivelmente entender algumas das dificuldades apresentadas pelos estudantes, que se refletiam nos resultados insatisfatórios desses alunos na segunda fase da OBMEP.

Também pesou na escolha do referido professor, o fato de ele ter sido docente de turmas que participaram da OBMEP desde sua primeira versão, em 2005, sendo que nenhuma daquelas turmas obteve bons resultados na segunda fase da olimpíada. Logo, a análise dos erros não só poderia beneficiar os alunos e a escola, como, principalmente, a docência do próprio professor.

Na impossibilidade de analisar os possíveis erros que seriam cometidos em todas as questões da primeira fase da OBMEP de 2005 até 2008, modificadas para o formato discursivo, o professor optou por focar sua pesquisa na análise de erros das questões de Geometria, pois, em 2003, ele constatou, após seu ingresso no magistério público, a reação de espanto da maioria de seus alunos do terceiro ano do ensino médio quando se deparavam com o estudo dessa Geometria. Os estudantes alegavam nunca ter estudado a matéria. A partir de então, ele tem observado, inclusive em outras escolas da rede pública, que muitos alunos concluem o ensino médio sem ter estudado Geometria. Essas mesmas reações de espanto também foram ratificadas nos comentários de alguns estudantes num questionário (omitido neste texto) que foi aplicado pelo professor em sua pesquisa.

A constatação a respeito da deficiência no ensino de Geometria não foi novidade para o professor, pois ela já havia sido apontada por alguns pesquisadores há algum tempo. Citaremos apenas alguns, como por exemplo Bertonha (1989), que fez uma pesquisa com alunos da antiga 5ª série do primeiro grau, na qual se referia ao fato de que os tópicos de Geometria eram sempre os finais no extenso programa de matemática. Já Pavanello (1989, p.11) expressou que algumas das explicações dos matemáticos sobre os motivos que teriam levado à falta de ênfase dada ao ensino de geometria concentravam-se “em torno de questões geralmente relacionadas com o rigor, à visualização e o que poderia chamar-se de subordinação da geometria à álgebra”. Também Almouloud (2004) abordou o tema, referindo-se à formação inicial e continuada dos professores, e concluiu, em seu trabalho, que a maioria dos docentes da escola básica não se sente preparada para trabalhar de acordo com orientações e recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais no que tange ao ensino de Geometria.

Podemos também argumentar que esse déficit no ensino de Geometria tem como uma de suas prováveis consequências o desempenho insatisfatório de parte dos alunos em avaliações, provas e concursos que envolvam questões dessa matéria. Em relação aos resultados da OBMEP no país, essa consequência também já é observada. Nesse sentido, apenas como ilustração, citamos as palavras da diretora acadêmica das olimpíadas, Suely Druck (2009, p.97), que externou sua preocupação com o baixo desempenho dos alunos nas questões de Geometria, num trecho da *Revista do Professor de Matemática* n° 68, de 2009:

A segunda questão (1ª fase OBMEP 2008), aplicada na prova do nível 2, trata de Geometria, assunto que tem sido muito sacrificado, quando não completamente omitido das nossas salas de aula. O pouco, ou quase nenhum, tempo dedicado à Geometria em muitas escolas tem como consequência o baixo desempenho de nossos alunos em questões sobre o assunto, mesmo naquelas que só envolvem conhecimentos absolutamente elementares de Geometria. É comum nas provas da OBMEP os alunos confundirem perímetro com área ou, mesmo ainda, ignorarem o significado da palavra ‘perímetro’.

Após o professor ter escolhido a área da matemática em que se concentraria a análise de erros, ele decidiu realizar a pesquisa numa escola estadual onde leciona. Seu trabalho¹, conforme comentado anteriormente, abrangeu as questões de Geometria da primeira etapa da OBMEP, de 2005 a 2008, modificadas para o formato discursivo.

A pesquisa contou inicialmente com vinte e oito alunos, o que correspondeu aproximadamente aos cinco por cento dos estudantes da escola que foram selecionados na primeira fase da OBMEP de 2008. O trabalho visou analisar as resoluções e tentativas de resoluções das questões

desse grupo de estudantes, a fim de compreender, entre outros aspectos, algumas das dificuldades que eles apresentavam em Geometria. Para que a análise fosse feita, foi necessário inventariar, analisar e classificar os tipos de erros mais frequentes cometidos. Essa classificação obedeceu à que foi sugerida por Radatz (1979), por ela ser adotada por diversos autores que têm trabalhado com análise de erros, dos quais citaremos alguns ao longo deste texto.

Neste artigo apresentaremos, de forma breve, alguns dos resultados e das conclusões apontados na pesquisa efetuada sobre a análise dos erros das questões de Geometria da primeira fase da OBMEP, parte dos quais indicou algumas dificuldades dos alunos em Geometria². Nesse sentido, gostaríamos de compartilhar com nossos pares, professores de matemática, algumas dessas dificuldades e suas possíveis causas, pois elas provavelmente também são sentidas por nossos colegas em suas salas de aula.

Este texto é composto por cinco partes principais. Na primeira, é apresentada a classificação de erros feita por Radatz (1979), que foi adotada na pesquisa e constituiu-se em parte do nosso referencial teórico. A segunda seção consta de um breve relato sobre a OBMEP. A terceira apresenta os procedimentos metodológicos que foram utilizados na pesquisa, o que inclui uma descrição a respeito da região onde ela foi efetuada, a natureza do trabalho e a coleta de dados. Finalmente, a quarta e a quinta seções tratam, respectivamente, de alguns resultados e conclusões da pesquisa.

2 Classificação dos erros

Antes de justificarmos a nossa opção por trabalharmos com a classificação de erros de Radatz (1979), faremos considerações a respeito de que a análise de erros pode evidenciar algumas das dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de questões, assim como também pode mostrar uma parte dos conhecimentos que os estudantes possuem e que são expressos nas suas produções escritas. Também esclarecemos

¹ Para mais informações, o leitor poderá consultar o texto da dissertação *Análise e Classificação de Erros de Questões de Geometria Plana da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas*, disponível no site http://www.unigranrio.br/unidades_adm/pro_reitorias/propep/stricto_sensu/cursos/mestrado/ensino_ciencias/galleries/downloads/dissertacoes/dissertacao_clailton.pdf da UNIGRANRIO.

² Parte desse trabalho, principalmente as referências teóricas, foi apresentada numa comunicação científica no IX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE – III Encontro Sul-Brasileiro de Psicopedagogia – PUCPR 2009.

que, na pesquisa efetuada, a análise de erros foi usada como metodologia de ensino.

As questões da primeira fase da OBMEP são de múltipla escolha, conforme já comentamos. Porém, para efeito da pesquisa e da análise, elas foram adaptadas a fim de ser resolvidas de maneira discursiva. Um dos objetivos do trabalho foi verificar, por intermédio da análise e classificação de erros, algumas das dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução ou tentativas de resolução das questões, o que também apontou para a identificação da parte de conhecimento de Geometria que os alunos detinham, pois havia questões que eram resolvidas parcialmente pelos estudantes, como por exemplo a questão “*O topo de uma escada de 25m de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a 7m de distância da base do edifício, como na figura. Se o topo da escada escorregar 4m para baixo ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?*”, do ano 2005 da OBMEP, na qual alguns alunos detectaram que precisavam utilizar o Teorema de Pitágoras, mas não compreendiam o texto. Os estudantes expressaram suas tentativas de resolução ou fizeram comentários a esse respeito no questionário anexado à prova. De acordo com Silva (2005, p.106), “[...] com informações sobre a produção escrita dos alunos, que apresentam tanto as suas dificuldades quanto suas possibilidades, é possível realizar uma intervenção que de fato contribua para o desenvolvimento dos alunos”. Essa é uma forma produtiva de analisar os erros.

A maneira como os dados foram coletados, ou seja, a avaliação dos conhecimentos dos alunos, baseou-se também nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN), que consideram:

[...] fundamental que os resultados expressos pelos instrumentos de avaliação, sejam eles provas, trabalhos, registros das atitudes dos alunos [...] forneçam ao professor informações sobre as competências de cada aluno em resolver problemas, em utilizar a linguagem matemática adequadamente para comunicar suas ideias, em desenvolver raciocínios e análises e em integrar todos esses aspectos no seu conhecimento matemático. (BRASIL, 1998, p.54)

E o levantamento dos conteúdos pautou-se na importância da matemática no ensino médio e nos objetivos citados nos PCN-EM como metas a serem alcançadas ao término desse nível de ensino:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas;
- analisar e valorizar informações provenientes de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas para formar uma opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas da Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática;
- estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações;
- promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 2002, p.40)

De acordo com Cury (2006), a análise de erros pode ser entendida como uma metodologia de ensino, no momento em que são propostas atividades de exploração e análise conjunta dos erros, como fonte de construção de novos conhecimentos. Nesse sentido, a pesquisa efetuada

sobre a análise dos erros nas questões de Geometria da primeira fase da OBMEP constituiu-se numa tentativa de entender as dificuldades nessa matéria que foram apresentadas por um grupo de alunos ao resolverem aquelas questões.

A possibilidade de “mapear” as principais dificuldades daquela turma de alunos poderia ser utilizada para se realizar alguma ação educativa que se refletisse, por exemplo, na melhoria dos métodos de abordagem do professor em relação aos conteúdos ensinados ou no desempenho daqueles estudantes no aprendizado de Geometria. Também poderia colaborar com um melhor resultado de outros alunos que futuramente participassem de outras versões da OBMEP ou de outros concursos e provas aos quais fossem submetidos ao longo de suas vidas. Relembramos ao leitor que a escola onde ocorreu a pesquisa tem sido participante da OBMEP desde 2005, o que indica também um interesse em melhorar seus resultados nas olimpíadas.

A classificação de erros utilizada na pesquisa foi a de Radatz (1979), por ser considerada “clássica” por Cury (2007) e por servir como base para outras classificações presentes em pesquisas sobre erros de autores citados por Cordeiro (2009, p.13) tais como: Borasi (1985; 1987; 1996), Rico (1995), Souza (2002), Esteban (2003), Buriasco (1999; 2002), Silva (2005), Garnica (2006), Fiorentini (2006), Pinto (2000), Perego (2006), Santos (2007), Cury (2006; 2007; 2008)”, entre outros. A classificação dos erros de Radatz (1979, p.165-169) é a seguinte:

- erros devido a dificuldades na linguagem: são apresentados na utilização de conceitos, vocabulário e símbolos matemáticos, e ao efetuar a passagem da linguagem corrente para linguagem matemática.
- erros devido a dificuldades para obter informação espacial (dificuldades em obter informação a partir de representações gráficas): aparecem na representação espacial de uma situação matemática ou um problema geométrico.
- erros devido a uma aprendizagem deficiente de fatos, habilidades e conceitos prévios (deficiência de pré-requisitos): são os cometidos por deficiências na manipulação de algoritmos, fatos básicos, procedimentos, símbolos e conceitos matemáticos.

- erros devido a associações incorretas ou a rigidez de raciocínio: são causados pela falta de flexibilidade no pensamento para adaptar-se a novas situações; compreendem os erros por persistência, erros de associação, de interferência e de assimilação.

- erros devido à aplicação de regras ou estratégias irrelevantes: são produzidas por aplicação de regras ou estratégias semelhantes em diferentes conteúdos. (Tradução minha)

Cabe ainda observar que este artigo limita-se a mostrar alguns dos resultados da análise dos erros e como ela pode também refletir sobre o professor, no sentido de apontar algumas possibilidades que surgem para ele reforçar, modificar e inovar a sua forma de ensinar. Conforme expressa Radatz (1979, p.170), “[...] considerações no diagnóstico e aspectos de causa dos erros podem dar ajuda específica para os professores, permitindo integrar seu conhecimento do conteúdo do currículo com seus conhecimentos a respeito das diferenças individuais das crianças”.

3 Breve relato sobre a OBMEP

Na introdução deste texto, explicitamos alguns dos motivos que contribuíram para realizarmos a análise dos erros sobre questões da OBMEP. Pretendemos agora informar ao leitor aspectos da olimpíada que evidenciem seu crescimento em termos de sua abrangência numérica e geográfica desde a sua primeira versão em 2005, considerando o número de escolas inscritas e municípios participantes. Informamos também a respeito de seus objetivos e outras características relevantes como, por exemplo, a não obrigatoriedade de participação de escolas e alunos, premiação, etc.

A Olimpíada Brasileira de Matemática da Escola Pública (OBMEP) foi inspirada no Projeto Numeratizar³ do Estado do Ceará. Ela foi criada

³ Em 2003 o Governo do Estado do Ceará criou o Projeto Linguagem das Letras e dos Números – Numeratizar e Leituralizar. O Projeto Numeratizar são Olimpíadas de Matemática em Escolas Públicas do Estado. As informações deste parágrafo foram retiradas do projeto Universidade-Escola, disponível em: <http://ensino.univates.br/~chaet/Materiais/univescola.pdf>. Acesso em jan. 2009.

a partir do desejo do Governo Federal de expandir para o país a experiência das Olimpíadas promovidas no Ceará e das Olimpíadas de Fortaleza, que também foram inspiradas no mesmo projeto. A OBMEP fazia parte de oito subprojetos que formavam o Projeto Universidade-Escola da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). Tais projetos compuseram a primeira etapa do Plano Nacional para Matemática, proposto em 2004 pela SBM ao Ministério da Educação (MEC), que a aceitou, juntamente com o Ministério da Ciência e Tecnologia (MCT).

Atualmente, a OBMEP é promovida pelos Ministérios da Ciência e Tecnologia (MCT) e da Educação (MEC), com realização do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e da SBM, responsáveis por sua direção acadêmica. É direcionada aos alunos do 6º ao 9º ano de escolaridade do ensino fundamental e aos estudantes do ensino médio de escolas públicas municipais, estaduais e federais de todo o Brasil. As inscrições são voluntárias, ou seja, qualquer escola pública pode participar desde que os alunos estejam devidamente matriculados. Não há limites de participantes, e as inscrições só podem ser realizadas pelas Unidades Escolares através do site da OBMEP, pois não são aceitas inscrições individuais dos alunos.

A participação na OBMEP é separada por níveis de escolaridade. No nível 1 participam alunos do 6º e 7º anos de escolaridade do ensino fundamental; no nível 2, alunos do 8º e 9º anos do ensino fundamental, e nível 3, alunos de todo o ensino médio. Sua realização ocorre em duas fases. Na primeira, as inscrições são livres e as questões apresentadas são objetivas do tipo múltipla escolha. Na segunda, as questões são abertas, e desta participam os cinco por cento mais bem classificados na primeira fase de cada nível de escolaridade de cada escola pública.

Na OBMEP há premiação de alunos, de professores e de escolas. Os detalhes a respeito de prêmios não são mencionados neste texto, mas encontram-se disponíveis no site oficial da

Olimpíada⁴. Segundo seu regulamento, seus objetivos são:

Estimular e promover o estudo da Matemática entre alunos das escolas públicas.

Contribuir para a melhoria da qualidade da Educação Básica.

Identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso nas áreas científicas e tecnológicas.

Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional.

Contribuir para a integração das escolas públicas com as universidades públicas, os institutos de pesquisa e sociedades científicas.

Promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.

A quarta OBMEP, realizada no ano de 2008, contou com a participação de 18.317.779 estudantes, o que representou aumento expressivo em relação à primeira, ocorrida em 2005, pois teve mais de 74% de crescimento no número de inscritos em mais de 40 mil escolas de 98,72% dos municípios do Brasil. Esta representação vem evidenciar seu reconhecimento e sua valorização por parte expressiva das escolas, professores e alunos da rede pública, pois a participação das escolas e alunos na referida olimpíada não é obrigatória. Cabe esclarecer que as provas da OBMEP não são instrumentos de avaliação do ensino público de Matemática no Brasil. São uma forma de premiar o desempenho de alunos, professores e escolas públicas. As questões elaboradas nessas provas refletem os conteúdos básicos que os alunos deveriam dominar ao concluir a escola básica.

4 Considerações sobre procedimentos metodológicos da pesquisa

Nos próximos parágrafos, apresentaremos algumas considerações que foram levadas em conta a respeito dos procedimentos metodológicos adotados na pesquisa, que incluem uma

⁴ www.obmep.org.br

breve descrição da região sociogeográfica onde ela foi efetuada, a natureza do trabalho e a coleta de dados, sendo que a última engloba a clientela de alunos analisada, a heterogeneidade da amostra, os procedimentos da coleta, os instrumentos de coleta utilizados, informações a respeito das questões analisadas e algumas observações sobre o comportamento dos alunos.

4.1 Breve descrição sociogeográfica da região

A pesquisa foi realizada numa escola estadual próxima ao centro do município de Nova Iguaçu, a maior cidade da região da Baixada Fluminense⁵, limitada geograficamente por oito municípios; inclusive a cidade do Rio de Janeiro. Devido a sua localização, essa escola recebe alunos provenientes do centro da cidade, da periferia, de várias outras escolas de Nova Iguaçu e de municípios vizinhos.

As informações coletadas em Oliveira (2006) e em matérias constantes em jornais de grande circulação do Estado do Rio de Janeiro indicam que a Baixada Fluminense é a segunda região mais populosa do estado, com mais de três milhões de habitantes, superada apenas pela capital. Na Baixada Fluminense existem grandes problemas sociais, que incluem violência urbana (grupos de extermínio) e pobreza. É composta por municípios dormitórios⁶, o que implica o fato de pais ou responsáveis pelos alunos percorrerem longas distâncias do trabalho até suas residências e vice-versa, o que talvez possa dificultar o acompanhamento no processo de ensino e aprendizagem dos seus filhos estudantes e, conseqüentemente, pode refletir nos seus desempenhos escolares.

⁵ De acordo com o Centro de Informações e Dados do Rio de Janeiro (CIDE), a Baixada Fluminense inclui os seguintes municípios da Região Metropolitana do Rio de Janeiro: Belford Roxo, Duque de Caxias, Guapimirim, Itaguaí, Japeri, Magé, Mesquita, Nilópolis, Nova Iguaçu, Paracambi, Queimados, São João de Meriti e Seropédica.

⁶ Termo utilizado para designar municípios que não empregam seus próprios moradores, sendo estes obrigados a deslocarem-se de grandes distâncias, principalmente para a capital, para trabalhar.

4.2 A natureza da pesquisa

A classificação da pesquisa quanto a sua natureza enquadrando-se numa investigação de natureza mista, uma vez que foram utilizados métodos qualitativos e quantitativos para coleta e análise de dados; segundo a classificação citada por Creswell (2007, p.34):

Procedimentos de métodos quantitativos: predeterminado, perguntas baseadas em instrumentos, dados de desempenho, de atitude, observacionais e de censo, análise estatística.

Procedimentos de métodos qualitativos: métodos emergentes, questões abertas, dados de entrevistas, de observação, de documentos e audiovisuais, análise de textos e de imagem.

Procedimentos de métodos mistos: métodos predeterminados e emergentes, questões abertas e fechadas, formas múltiplas de dados contemplando todas as possibilidades, análise estatística textual.

Os procedimentos de métodos mistos adotados na pesquisa incluíram questões abertas⁷ (discursivas), questionários com perguntas objetivas e abertas, entrevistas e uma análise estatística dos tipos de erros mais frequentes cometidos pelos alunos nas resoluções das questões de geometria da OBMEP.

Conforme comentado anteriormente, optou-se por classificar os erros cometidos pelos alunos segundo o critério de classificação de Radatz (1979). O enquadramento dos erros apresentados baseou-se na experiência pessoal do primeiro autor deste artigo; em sua prática docente como professor do ensino fundamental e do ensino médio da rede pública estadual e municipal, e que tem acompanhado alguns processos da OBMEP desde sua primeira versão.

⁷ Considerando que questões fechadas, também chamadas de questões de múltipla escolha ou objetivas, são aquelas que trazem, juntamente com o seu enunciado, as alternativas de resposta, por conseguinte, as questões abertas são todas aquelas que não são de múltipla escolha, que são subjetivas e podem ser chamadas de discursivas, porque requerem que o resolvidor encontre uma resposta e mostre os caminhos que foram seguidos para chegar a ela (SILVA, 2005, p.11).

Mesmo tendo como base uma classificação teórica já conhecida, tal análise foi também subjetiva; outro profissional poderia tê-los classificado de outras maneiras.

Cabe ainda observar que um erro cometido por um aluno na resolução de uma questão pode, seguindo essas classificações, envolver mais de um tipo de erro, o que foi feito na análise das resoluções das questões da OBMEP. De acordo com Radatz (1979, p.164), “é muito difícil fazer uma separação definitiva entre as possíveis causas de um mesmo erro, o mesmo problema pode suscitar erros de diferentes fontes, e o mesmo erro pode surgir de diferentes processos de resolução de problemas”.

Para efetuar a pesquisa, foi escolhida uma análise extensiva das questões e não uma análise intensiva, ou seja, optamos por analisar as questões com maior quantidade de erros ou tentativas de resolução a fim de verificar o maior número de tipos de erros cometidos.

4.3 Coleta de dados

Conforme citado anteriormente, a coleta de dados foi efetuada num grupo de alunos de uma escola estadual próxima ao centro do município de Nova Iguaçu (RJ). Todos os estudantes do ensino médio da escola foram inscritos na primeira fase da OBMEP de 2008, num total de quinhentos. Os alunos que inicialmente participaram da pesquisa somaram vinte e oito; sendo que vinte e cinco foram selecionados para a segunda etapa da OBMEP por estarem dentro dos cinco por cento com melhor pontuação na primeira fase, de acordo com o regulamento da olimpíada. Também foram convidados outros três estudantes, que não se classificaram para a segunda fase, mas receberam o convite para participar da pesquisa por serem considerados pelos respectivos professores de matemática os melhores de três turmas. Dos vinte e oito participantes, dezoito estudantes concluíram o ensino fundamental ou vieram de outras instituições do município.

A pesquisa realizada contou com uma heterogeneidade benéfica, o que lhe deu maior credibilidade e confiança, pois os alunos eram provenientes de diferentes contextos escolares e sociais, e foram expostos aos mais variados

tipos de professores e metodologias por estes empregadas. Os estudantes que participaram da pesquisa, em sua maioria, iriam representar aquela escola na segunda fase da OBMEP e não eram necessariamente alunos de um mesmo professor.

Todos os participantes da pesquisa foram convidados a resolver vinte e oito questões de Geometria que haviam sido aplicadas de forma objetiva (múltipla escolha) na primeira fase da OBMEP, de 2005 a 2008. As questões selecionadas foram divididas em quatro provas, sendo cada uma delas correspondente a um determinado ano da olimpíada. As quantidades de questões de cada ano foram as seguintes: nove questões de 2005, seis de 2006, sete de 2007 e seis de 2008.

A coleta de dados que incluiu aplicação das novas provas, análise superficial (primeira análise) dos erros e entrevistas foi realizada nos quatro últimos meses de 2008, para que depois se fizesse a seleção das questões que seriam avaliadas e a análise final dos erros.

As referidas questões, que originalmente eram objetivas, foram aplicadas na forma discursiva (questões abertas), ou seja, sem o formato de múltipla escolha. Depois de modificadas, constituíram quatro provas separadas por cada ano da OBMEP.

A mudança no formato de aplicação das questões foi fundamental para a análise de erros, que foi feita com base na resolução escrita ou tentativa de resolução de cada uma das questões. Segura (2005, p.38) refere-se “[...] ao fato de as questões abertas (discursivas) permitirem a observação e a compreensão dos caminhos trilhados por quem as soluciona”, e Silva (2005, p.41) argumenta que:

[...] mostra-se relevante ressaltarmos que uma característica importante desse tipo de questão é “[...] permitir que o aluno demonstre suas habilidades por meio da forma pela qual aborda a questão e do procedimento que utiliza para resolvê-la” (BURIASCO; CYRINO; SOARES, 2004, p.4). Com esse tipo de questão, é possível conhecermos como a produção escrita se configura e também quais relações as constituem, já que os registros que os alunos fazem, enquanto resolvem

as questões, dão informações importantes sobre como entenderam e registraram suas ideias a respeito da situação proposta.

Na primeira prova, dez alunos já classificados para a segunda fase da OBMEP alegaram não saber resolver nenhuma das questões agora discursivas. Esses mesmos estudantes levaram apenas cinco minutos para ler, tentar resolver e entregar a prova, o que demonstrou seu total desinteresse pelo trabalho.

Quando indagados sobre o motivo do desinteresse, responderam que “chutaram todas as questões da prova da primeira fase”, por isso foram aprovados para a segunda fase da OBMEP e agora, diante das questões discursivas, não faziam a menor ideia de como resolvê-las. Esses dez alunos desistiram de participar da pesquisa, pois alegaram não ter condições de resolver as questões. Assim, restaram dezoito alunos que resolveram as três provas seguintes.

Cada prova continha um questionário anexo (omitido neste texto) com perguntas objetivas. O questionário teve como objetivo principal diminuir dúvidas que poderiam ocorrer no momento da análise de erros e constituiu-se num instrumento para entender os motivos que levaram os alunos a não responder ou não resolver as questões, verificar se haviam entendido o enunciado e desenhos, e se os assuntos teriam ou não sido abordados nas aulas de matemática. Além disso, as perguntas também apresentavam espaço aberto para comentários dos alunos sobre a prova ou sobre cada questão. Mesmo que os estudantes não resolvessem, era importante saber se seriam capazes de descrever o caminho que seguiriam para resolver a questão, se teriam somente esquecido as fórmulas ou se ficaram perdidos no meio da resolução do problema.

Após a realização das quatro provas com as questões selecionadas, foi feita uma análise superficial (primeira análise) das resoluções para que fossem detectadas quais questões precisariam de entrevistas individuais com os alunos.

A opção pelo procedimento metodológico da entrevista é compartilhada com Lüdke e André (1986, p.34, apud SILVA, 2005, p.43), pois seu benefício é que: “a grande vantagem da entrevista sobre outras técnicas é que ela permite a capta-

ção imediata e corrente da informação desejada, praticamente com qualquer tipo de informante e sobre os mais variados tópicos”.

Ao agendar e realizar as entrevistas com alguns dos participantes da pesquisa, pretendíamos entender, de forma clara e generalizada, o tipo de raciocínio utilizado no processo individual de resolução das questões. As entrevistas foram essenciais para demonstrar o caminho percorrido por cada aluno, para destacar o fluxo de pensamento utilizado para se chegar a um tipo de resposta, estivesse ela correta ou não. As entrevistas, na pesquisa realizada, contribuíram para a posterior análise de erros e tomaram forma de um procedimento “[...] que enfatiza a importância de se analisar o *processo* e não apenas o produto, como por exemplo a resposta final de um exercício ou a alternativa assinalada em um teste de múltipla escolha” (CURY, 2007, p.27).

Das vinte e oito questões, nove foram selecionadas para uma análise mais profunda. O critério utilizado para seleção foi quantidade de questões resolvidas consideradas corretas ou não. Foram selecionadas as questões em que mais de nove (cinquenta por cento) dos alunos tentaram resolver ou mostraram um caminho de resolução por meio das respostas dos questionários anexos a cada uma das provas.

As questões selecionadas e que foram objeto de análise mais profunda da pesquisa foram as de número 02, 03, 08 e 17 da prova de 2005, 04 e 05 da prova de 2006, 06 de 2007 e 04 e 08 de 2008, que podem ser encontradas no site da OBMEP.

5 Alguns resultados da análise: dificuldades e possíveis causas

Apresentamos nesta seção alguns dos tipos de erros mais frequentes que foram detectados na pesquisa. Em alguns casos, colocamos as dificuldades relacionadas a esses erros e suas possíveis causas. Também tecemos alguns comentários a respeito de procedimentos e iniciativas docentes que talvez diminuam a incidência desses erros e contribuam para diminuir o déficit em Geometria, lembrando que a constatação desse déficit foi um dos fatores que nos levaram a realizar a pesquisa.

Após a coleta dos dados e uma análise inicial das resoluções ou tentativas de resoluções dos alunos, obtivemos um total de 96 erros para serem classificados. Fizemos então uma análise mais detalhada a fim de classificar os erros cometidos. Os dados mostraram que os erros referentes a **dificuldades na linguagem** corresponderam a 59% do total. Essa evidência pareceu indicar a deficiência dos alunos em: interpretar textos, seguir passos do enunciado e passar da linguagem corrente para linguagem matemática, inclusive nos textos simples como foi percebido durante a análise e pelo comentário de um dos alunos *“Essas provas deveriam ter linguagens mais claras, porque na sala a gente aprende de uma maneira bem mais simples”*.

Sobre dificuldade na linguagem, pode-se acrescentar que a interpretação dos enunciados das questões ficava comprometida quando eles envolviam várias etapas (questões 02 de 2005, 04 de 2006, 06 de 2007) ou quando o aluno não tinha o costume de trabalhar com conteúdo matemático contextualizado. A questão 08 de 2005 aplicava o Teorema de Pitágoras; sabia-se que os participantes da pesquisa conheciam seu enunciado, mas, de dezoito estudantes, apenas três foram capazes de identificar que deveriam tê-lo aplicado.

A dificuldade em passar da linguagem corrente para a matemática pode ser minimizada se, em sala de aula, o professor utilizar “problemas de aplicação” que requeiram “mudança da linguagem escrita com palavras para uma linguagem matemática adequada de modo que se possam identificar e utilizar os algoritmos apropriados para a resolução dos mesmos” (BURIASCO, 2002, p.261).

Os erros devidos à **deficiência de pré-requisitos** (22%) e a **obter informação espacial** (13%), juntos, foram responsáveis por 35% dos erros. Eles podem indicar a falta de um planejamento que vise a um trabalho progressivo entre séries, ou seja, um professor inicia o trabalho com Geometria em um determinado ano letivo e o colega que o segue interrompe esse trabalho; o que motiva o esquecimento e descontinuidade de conteúdos básicos em Geometria.

O aspecto apontado no parágrafo acima pode ser comprovado na questão 02 de 2005, na qual um estudante utilizou o desenho de um triângulo em vez de um retângulo. A questão

04 de 2006, considerada simples por estar na prova do nível 2 (para alunos do oitavo e nono anos de escolaridade), só foi resolvida por dois dos dezoito participantes do ensino médio, ou seja, a deficiência em Geometria parece ter se acumulado desde o ensino fundamental.

Também foi observada, na pesquisa, uma limitação quanto aos alunos explorarem ou entenderem os desenhos ao resolverem as questões (questões: 03 de 2005, 04 de 2006, 08 de 2008). Essas deficiências, segundo nossa experiência, podem ser minimizadas ao se trabalhar a Geometria de forma concomitante com Álgebra e Aritmética e com a utilização de figuras e representações geométricas.

Os restantes 6% dos erros classificados não serão comentados neste artigo devido à pouca ocorrência. Eles foram creditados a **associações incorretas** ou **rigidez de raciocínio** juntamente com os erros devidos à **aplicação de regras ou estratégias irrelevantes** e à falta de atenção dos alunos.

6 Considerações finais

Alguns dos resultados obtidos na pesquisa sobre a análise dos erros das questões de Geometria da primeira fase da OBMEP reforçam as conclusões e sugestões que colocaremos a seguir.

Ao longo da pesquisa, foi constatada a necessidade de dar maior atenção ao estudo de Geometria nos ensinos fundamental e médio. Isso já era esperado e foi apontado na introdução deste artigo, mas o interessante da pesquisa foi que os próprios alunos externaram essa necessidade. Doze alunos posicionaram-se a esse respeito ao pedirem aulas de reforço, conforme o comentário *“Preciso de reforço para geometria para melhorar meu desempenho”*, ou apontaram a necessidade de a Geometria ser ensinada separadamente do currículo de matemática; o que pode ser constatado nas seguintes falas:⁸ *“Deveríamos fazer aula da disciplina geometria separada da matemática. Tem uma carência muito grande em geometria, e poderíamos ter aulas de reforço para melhor desempenho”* e *“Nós temos professores de matemática, não de geometria. Deveriam preparar a gente melhor para essas provas”*.

⁸ Os comentários dos alunos foram inseridos na íntegra.

No ensino básico, a Geometria Plana não é uma disciplina específica do currículo de matemática. Mas, devido a sua fundamental importância, sob o ponto de vista histórico, teórico e aplicativo, torna-se necessário que o professor de matemática seja estimulado a incluí-la pelo menos no início do terceiro bimestre e não deixá-la para o fim do ano letivo, como muitos profissionais fazem. O que ocorre é que, em muitos casos, o professor chega ao final do ano sem concluir todo o conteúdo proposto, seja pela falta de tempo ou pela falta de domínio do assunto. Infelizmente, o resultado da pesquisa da análise das questões da OBMEP foi mais um dado que ratificou o descaso com a Geometria e suas consequências quando se verifica o baixo desempenho dos alunos nos exames aos quais são submetidos como: IDEB, Prova Brasil e Nova Escola (somente no Estado do Rio de Janeiro).

Conforme já observado, a maior quantidade de erros recaiu sobre a dificuldade na linguagem, que indicou limitações em passar da linguagem corrente para a matemática, mas também envolveu possíveis causas que extrapolam a matemática, como por exemplo falhas na interpretação de texto e dificuldades em seguir os passos dos enunciados.

Na análise dos erros efetuada na pesquisa também surgiu uma preocupação no que diz respeito ao formato original (múltipla escolha) das questões para seleção dos alunos para segunda fase da OBMEP. Quando as questões foram modificadas para a forma discursiva, observamos que alguns alunos realizaram cálculos errados e chegaram à resposta correta. Isso ficou evidenciado em quatro das nove questões analisadas, principalmente a questão 06 de 2007. Então concluímos que o formato de múltipla escolha encobriu os erros cometidos, e possivelmente selecionou alunos que não tinham condições de seguir para a segunda fase da OBMEP e de representar aquela escola. O que tornou a seleção para a segunda fase menos confiável, com o agravante de que seria impossível um professor utilizar os erros ou acertos como base no processo de ensino e de aprendizagem dos conteúdos envolvidos, pois não dispunha de dados para analisar.

Na compreensão dos autores deste artigo, a análise de erros como metodologia de ensino, utilizada para classificar os erros das questões de Geometria da primeira fase da OBMEP, ratificou

a ideia de que o “erro” é uma oportunidade de correção para o aluno e para o professor. Quando o aluno “erra”, ele está, na realidade, pondo em ação seus conhecimentos prévios, testando hipóteses e possibilidades e esperando do professor um *feedback*, positivo ou não, para que continue utilizando as habilidades já construídas ou opte por usar outros conhecimentos apresentados. E cabe ao professor ser crítico a respeito do que informa cada tipo de erro a fim de construir estratégias que possibilitem ao aluno melhorar sua eficiência nos seguintes aspectos: interpretação dos enunciados, domínio do conteúdo matemático, passagem da linguagem matemática para a linguagem corrente, abstração, precisão de raciocínio e de cálculo, manuseio de gráficos, desenhos e esquemas.

Referências

ALMOULOU, Saddo Ag et al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Rev. Bras. Educ.** [online]. 2004, n.27, p.94-108. ISSN 1413-2478. Doi: 10.1590/S1413-24782004000300007. Disponível em: <<http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=27502707>>. Acesso em: 15 out. 2010.

BERTONHA, Regina Aparecido. **O ensino de geometria e o dia a dia na sala de aula**. 1989. Dissertação de Mestrado. Campinas: Faculdade de Educação, Unicamp.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**: ensino de quinta a oitava séries. Brasília, 1998.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**: ensino de primeira a quarta séries. 3.ed. Brasília, 2002.

BURIASCO, Regina Luiza Curió. **Avaliação em matemática**: um estudo das respostas dos alunos e professores. Marília, 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, 1999.

_____. Sobre a avaliação em matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v.7, n.36, dez. 2002.

CENTRO de Informações e Dados do Rio de Janeiro (CIDE). Rio de Janeiro. Disponível em <http://www.cide.rj.gov.br/cide/divisao_regional.php>. Acesso em: 4 abr. 2009.

CORDEIRO, Clailton Costa. **Análise e classificação de erros de questões de Geometria Plana da**

Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. 170p. Dissertação (mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio “Prof. José de Souza Herdy”, Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, Duque de Caxias, 2009.

CRESWELL, John. **Projeto de pesquisa:** métodos qualitativo, quantitativo e misto. 2.ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.

CURY, Helena Noronha. Análise de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores. **Anais do III Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.** Águas de Lindoia, Brasil: SBEM, 2006.

_____. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DRUCK, Suely. Um pouco da OBMEP. **Revista do Professor de Matemática (RPM).** Rio de Janeiro, n.68, p.96-99, 2009.

OLIMPÍADA Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP). Rio de Janeiro. Disponível em <www.obmep.org.br>. Acesso em: ago. 2008.

OLIVEIRA, Débora Santana de. **Desigualdades socioespaciais e vulnerabilidade juvenil no con-**

texto metropolitano: o caso da cidade de Nova Iguaçu. 2006. 274p. Dissertação (Mestrado em Estudos Populacionais e Pesquisas Sociais. Área de concentração: Produção e Análise da Informação Geográfica). Rio de Janeiro: Escola Nacional de Ciências Estatísticas (Ence), 2006.

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono de ensino de geometria:** uma visão histórica. 1989. 196p. Dissertação de mestrado. Campinas: Faculdade de Educação, Unicamp.

RADATZ, Hendrik. Error Analysis in Mathematics Education. **Journal for Research in Mathematics Education** v.10, n.2, p.163-172, May 1979.

SEGURA, Raquel de Oliveira. **Estudo da produção escrita de professores em questões discursivas de matemática.** Londrina, 2005. 178p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, 2005.

SILVA, Marcia Cristina Nagy. **Do observável para o oculto:** um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de matemática. Londrina, 2005. 123p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, 2005.

Clailton Costa Cordeiro – Professor efetivo do ensino fundamental e médio do Governo do Estado do Rio de Janeiro e do Município de Duque de Caxias. Mestrando em Ensino das Ciências (UNIGRANRIO). E-mail: clailton@click21.com.br

Clicia Valladares Peixoto Friedmann – Professora do Mestrado em Ensino de Ciências da Universidade do Grande Rio (UNIGRANRIO) e professora da Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). E-mail: cliciavp@terra.com.br

Renato Silva – Professor do Mestrado em Ensino de Ciências da Universidade do Grande Rio (UNIGRANRIO). E-mail: redslv333@gmail.com

RECEBIDO EM: FEV. 2009
 CONCLUÍDO EM: NOV. 2010