

MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E CIÊNCIAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Modelling for Mathematics and Science Education in the First Grades in Elementary School

Maria Salett Biembengut

Resumo

Este artigo apresenta os principais resultados de uma pesquisa cujos dados empíricos foram obtidos de uma experiência pedagógica usando modelagem na educação com 43 crianças dos 4º e 5º anos das séries iniciais do ensino fundamental integrando matemática e ciências. O objetivo da pesquisa foi compreender como as crianças percebem o meio, como o explicitam e o representam usando conceitos de matemática e ciências. A partir de atividades didáticas sobre o tema embalagem, duas professoras aplicaram a proposta e forneceram dados durante um semestre letivo. As crianças se envolveram em situações nas quais puderam relatar suas experiências, percepções e compreensões do meio. As atividades desenvolvidas permitiram que elas aprendessem a: observar, interpretar símbolos e significados, relacionar e integrar os dados e avaliar situações de diversos contextos. E, por fim, dotadas de senso imaginativo, puderam atrever-se a criar algo, propondo uma embalagem para um produto, envolvendo-se na associação de elementos que a compõem.

Palavras-chave: Modelagem. Matemática e Ciências. Anos iniciais do ensino fundamental.

Abstract

In this paper present the main results of research where empirical data was obtained from a pedagogical experiences using modeling for education with 43 children from the early grades of Elementary School integrating mathematics

and science. The objective of the research was to understand how children in the early school years perceives its environment, explains, and represent using concepts of mathematics and science. From didactical activities about theme packaging, two teachers applied the proposal and supplied with information. Children dealt with situations that could relate their experiences, perceptions and understanding of the environment. The activities developed allowed them to observe, to interpret symbols and meaning, to relate and to integrate the data, and to value situations from various context. And with their imaginative senses, they could create something, proposing a packaging to a product, getting involved at the association of elements that consist its.

Keywords: Modelling. Mathematics and Science. Early grades of Elementary School.

Introdução

A criança se apercebe de seu meio, capta informações, identifica objetos e respectivas denominações, assimila os mais diversos entes que a rodeiam e desenvolve significados específicos às palavras e às ideias. E, à medida que tais informações, ideias, palavras instigam-na a se comunicar com seus entes, a linguagem a conduz a estruturar seu pensamento, construir generalizações sobre seu entorno e fazer conexões entre suas ideias, levando-a a conceber e criar símbolos ou objetos, formar conceitos, dar a forma, a cor, o sentido ao mundo em que vive.

A compreensão da criança sobre seu entorno é mediada por suas interações sociais. O diálogo e a comunicação estão no âmago de suas interações. A contínua interação entre suas representações internas de pensamento e suas experiências diárias modifica e aprimora essas estruturas, levando-a à formação de um conceito de mundo, de realidade. A relação entre o pensamento e a palavra num processo dinâmico, num ir e vir do pensamento à palavra, da palavra ao pensamento, manifesta-se na aprendizagem da criança, continuamente (KOZULIN, 1990; JOHN-STEINER; MAHN, 1996). Este processo, que ocorre desde os primeiros meses de sua vida, “trata-se de uma enorme tarefa de aprendizado, mas que é alcançada tão suavemente, tão inconscientemente, que sua imensa complexidade mal é percebida” (SACKS, 1995, p.141).

Nessa dinâmica contínua de reelaborar conceitos, cada vez mais complexa e refinada, facilitada pela sua comunicação com entes ao redor, o conhecimento da criança ocorre. E a contínua afluência de novos conhecimentos, enraizada em seu ambiente social, caracteriza sua interação entre o que ela já sabe e o que está para aprender. Neste ambiente ela desenvolve consciência da realização dos seus processos mentais e aprende a usar, deliberadamente, operações específicas mentais. Sua concepção sobre certos conceitos, relações, objetos, grosso modo ‘refina-se’, (re)conceituando seus conhecimentos existentes (VAN DER VEER; VALSINER, 1991).

A matemática, por exemplo, está presente em muitas atividades realizadas pela criança ao brincar, ao conversar, ao resolver situações-problema que se apresentam em seu dia a dia. O meio é rico em formas, tamanhos e cores; um cenário repleto de símbolos, signos e significados. Contar, comparar, classificar, medir, representar os mais diversos entes são ações presentes na criança em quase todos os momentos. Esse seu conhecimento matemático informal deriva de todos os aspectos do seu meio circundante, de suas experiências diárias.

Essas experiências que formam a base de seu entendimento matemático a criança trará à escola ao passar a frequentá-la. São especiais ideias e conceitos intuitivos que valem como base para a aprendizagem formal. Um entendimento intuitivo, mas que lhe permite modelar e resolver situações-problema mesmo que não lhe

tenha sido ensinada qualquer operação formal. Ela age fora do evento descrito no problema que ela vê e percebe. O que ela faz com os objetos que usa para modelar “matematicamente” reflete seu entendimento da estrutura da situação (SHIFTER; BASTABLE; RUSSELL, 1999).

Quando a criança tem uma situação-problema para resolver, e esta lhe é familiar, ela pode encontrar solução a partir de seu conhecimento informal (BRASIL, 1998). E, por assim ser, na escola esses conceitos intuitivos ou espontâneos podem tornar-se conceitos científicos à criança, ao utilizar procedimentos metodológicos que lhe propiciem dispor de um quadro mais formal e abstrato de suas concepções espontâneas, de um novo resumo a partir do que ela já sabe sobre o meio circundante (VYGOTSKY, 1986).

Para isso, a escola precisa atentar a essa questão e propiciar a aprendizagem matemática da criança de forma natural, fazendo os conceitos matemáticos ‘emergirem’ de situações presentes no cotidiano dela, relacionando a matemática aos conteúdos de outras ciências, na aplicabilidade, na compreensão e na atuação. É preciso criar condições para que ela vivencie o meio que a cerca, capacitando-a a fazer associações, transferências; adquirindo mecanismos interpretativos e formadores de conceitos e imagens mentais. A aprendizagem matemática, nessa perspectiva, depende de ações que caracterizam o ‘fazer matemática’, ou seja, experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjeturar, abstrair, generalizar e, enfim, demonstrar e representar (JOHN-STEINER; MAHN, 1996).

Na maior parte dos casos, a criança está inserida no conhecer e no fazer as coisas. Por requerer raciocínio lógico e abstrato, o ensino da matemática em algumas escolas ainda tem sido praticado de forma dissociada da realidade da criança, cumulativa de conceitos, justificado pela sequência dos conteúdos previstos no currículo escolar. Essa forma de ensino, muitas vezes, leva a criança a responder de certo modo às questões específicas (em geral de aritmética), sem considerar a quantidade de informações que ela já recebe do seu meio, e tampouco suas capacidades singulares. Isso contribui para sua passividade e inibição na resolução de questões efetivamente significativas. Essa passividade acaba por tornar-se obstáculo que a inibe, especialmente durante a aprendizagem matemática.

Segundo Win Van Doren et al. (2007), vários estudos mostram que a criança, ao longo dos anos iniciais do ensino fundamental, tende a aplicar de forma superficial as estratégias para resolver problemas, excluindo seu conhecimento informal. A criança não entende matematicamente uma situação-problema, nem o sentido dessa situação, ignorando aspectos familiares pertinentes e plausíveis de seu contexto. Contribuem para isso as convicções dos professores sobre os objetivos do ensino de matemática e ainda a adoção de práticas de ensino que não fazem uso da linguagem matemática para interpretar diversas situações que rodeiam a criança (PALM, 2007; SCHWARZKOPF, 2007).

A perspectiva sociocultural da aprendizagem reconhece a necessidade da Escola em estabelecer um ambiente de aprendizagem para apoiar e orientar a criança nos primeiros anos de escolaridade no seu desenvolvimento intelectual. A partir de uma contínua e dinâmica relação entre pensamento e expressão, orientá-la, cada vez mais, para níveis maiores de compreensão. Um estímulo para que a criança interaja com os demais colegas neste processo de aprendizagem, facilitado por meio de atividades colaborativas, socialmente mediadas pela linguagem, é salutar para o desenvolvimento intelectual (ECHEVERRIA; GRAVES, 1998).

Assim, utilizar-se das situações cotidianas ou do meio circundante pode contribuir, por exemplo, para melhor formação do conhecimento da criança em qualquer fase da escolaridade. Desde identificar, descrever, comparar e classificar os objetos e coisas ao redor; visualizar e representar os mais diversos entes; representar e resolver situações-problema e, especialmente, melhor compreender os entes que a rodeiam. Carpenter et al. (1993) argumentam que a criança tem ampla gama de conhecimentos e experiências anteriores ao usar formas para solucionar as situações-problema propostas. E Usiskin (2007) e Sendova (2007) defendem que a criança, em qualquer período de escolaridade, não precisa de estratégias específicas, mas sim das que lhe permitam desenvolver suas próprias estratégias de aprendizagem dentro de ambientes socialmente favoráveis.

Diversas pesquisas que têm como fonte as práticas de sala de aula reconhecem a importância da interseção entre o conhecimento

formal, que faz parte dos programas curriculares, e o conhecimento que a criança dispõe das influências e dos padrões de interação social e cultural. Entre essas pesquisas, Kamii, Rumelsburg e Kari (2005), e Carpenter, Fennema e Franke (1994; 1996) promoveram a utilização de resolução de problemas para ajudar a desenvolver nas crianças dos anos iniciais do ensino fundamental a capacidade de classificar, criar uma série de objetos, descobrir e decidir sobre as relações espaciais e temporais. Eles se utilizaram de modelagem da situação-problema visando ao entendimento das crianças, avançando por meio de contagem, experiências, erros e fatos derivados no processo de obter uma solução. Esses pesquisadores constataram que quando as crianças eram levadas a resolver problemas, analisar suas próprias ideias para a solução de situações-problema, elas melhoraram seus processos cognitivos e suas habilidades requeridas, apresentando resultados melhores em comparação com as crianças que aprenderam sem essa forma de abordar a matemática.

Com base em diversas pesquisas como as acima referidas, pode-se afirmar que a capacidade das crianças dos anos iniciais do ensino fundamental em compartilhar eficazmente seus pensamentos, suas ideias umas com as outras, e ainda aprender umas com as outras, demanda tempo e procedimentos metodológicos de ensino que lhes permitam desenvolver formas de linguagem e comunicação formais, no âmbito escolar. Nessa perspectiva, o ensino de matemática precisa ser por meio de atividades práticas e questões que levem a criança a expressar seu entendimento matemático aos seus pares de forma oral e, posteriormente, escrita, utilizando-se da linguagem formal matemática.

Isso implica promover atividades que lhe permitam ultrapassar imagens apreendidas, levando-a a conceber outras imagens, delinear símbolos, estimulando a associação de ideias, a compreensão. Consiste em ensiná-la a entender o meio que a cerca no sentido quantitativo e levá-la a representar, por meio de símbolos matemáticos, os entes ou artefatos que observa e pelos quais se interessa. Baseado nas ideias que ela já possui sobre conceitos e símbolos matemáticos, o professor precisa ensinar outros conceitos e símbolos que ela ainda desconhece (BIEMBENGUT, 2007).

Destarte, considera-se a modelagem matemática no âmbito escolar, em particular nos anos iniciais do ensino fundamental, antes que a escola iniba o senso imaginativo inerente à criança. A modelagem e as aplicações matemáticas têm estado presentes, mais ou menos explícitas, nos documentos oficiais educacionais, como processo ou método de ensino de matemática nas diversas fases de escolaridade. Nos anos iniciais, o propósito não é somente motivar a criança com contextos diários, mas também criar condições para que ela aprenda a pesquisar e passe a fazer e a compreender o significado do que está estudando (BLUM, 2007).

Saeki, Ujiie e Kuroki (2007) defendem que a modelagem matemática pode levar o estudante a entender melhor o tangível e a aprimorar e ampliar o conhecimento matemático que ele já tem, aprender a integrar a matemática às outras áreas do conhecimento e dispor de habilidade para: fazer previsões, analisar dados utilizando-se de tecnologias disponíveis, simular, discutir e aprender uma situação-problema ou um assunto de seu interesse. Nesse sentido, a modelagem pode propiciar ao estudante aprendizagem e desenvolvimento de habilidades para fazer uso da matemática além dos limites das salas de aula, especialmente à medida que lhe é estimulada a curiosidade em compreender o meio em que ele habita, em formalizar ou representar diferentes acontecimentos ou informações percebidas e em elaborar categorias próprias, como símbolos e mensagens.

O conhecimento floresce à medida que se consegue representar diferentes acontecimentos ou informações percebidas, por meio de símbolos e mensagens. Assim, a modelagem matemática nos anos iniciais escolares pode contribuir para este ‘florescer’, uma vez que as atividades envolvidas no processo buscam levar a criança a entender uma situação ou um contexto e conhecer a linguagem da matemática que lhe permita descrever, representar, resolver uma situação ou um assunto de seu contexto e interpretar/validar o resultado dentro desse contexto.

No processo de perceber um fenômeno, compreender e explicar por meio de uma teoria e respectivas linguagens ou sistemas de símbolos e, a seguir, descrever ou representar externamente, podem-se reconhecer os mesmos processos mentais que se realizam para construir

o percebido. Isto é, ao se fazer um modelo de um fenômeno observado ou utilizar-se de um modelo para compreensão ou resolução de alguma coisa, pode-se identificar as três fases do processo cognitivo: *percepção, compreensão e representação* (KOVACS, 1997; GEORGE, 1973). Considerando essa condição natural do processo cognitivo, *como a criança dos anos iniciais do ensino fundamental por meio da modelagem percebe alguns entes do meio, explícita e representa-os por meio de conceitos matemáticos e de ciências da natureza?*

Material e métodos

Como para resolver uma situação-problema requer construir adequada interação entre o contexto e alguns específicos conceitos, por exemplo, de matemática e ciências da natureza, e para evitar que o senso imaginativo da criança não se iniba ou obscureça ao longo de sua trajetória escolar, inteira-se das denominações das fases do processo cognitivo para adaptar os procedimentos da modelagem na educação de matemática e ciências da natureza para os anos iniciais do ensino fundamental. Esses procedimentos da modelagem sintetizam-se em três fases, assim denominadas: (1ª) *percepção e apreensão*, (2ª) *compreensão e explicação* e (3ª) *representação e modelação* (BIEMBENGUT, 2007).

– 1ª fase: *percepção e apreensão*. Visa estimular a percepção e o interesse das crianças sobre algum ente ou tema do contexto delas, escolhido para valer como guia. As atividades propostas buscam envolvê-las com a natureza desse ente (beleza, encanto, harmonia) e com os símbolos contidos nesse ente ou tema que lhes sejam familiares, aguçando a observação e a atenção delas para as coisas que ainda não tenham sido percebidas. Isso significa que esse tema ou ente valha como um modelo ou algo que as motivem, em outra instância, a aprenderem matemática, ciências, entre outros conteúdos. É a fase em que as crianças buscam inteirar-se do tema em questão e obter o maior número de dados.

– 2ª fase: *compreensão e explicação*. Consiste em levar as crianças a identificar alguns elementos do ente ou tema do seu contexto no sentido quantitativo e qualitativo e, com base nas ideias as quais elas já possuem, ensiná-las

o que ainda desconhecem: conhecimentos que fazem parte do conteúdo curricular e também conteúdos não curriculares, mas que se fazem presentes, se julgar relevante e se as crianças tiverem interesse. À medida que se ensina cada conteúdo, as crianças são instigadas a explicitar conceitos de matemática e ciências das mais diversas formas: oralmente, questionando-as, ou por escrito, por meio de desenhos, exercícios, entre outros.

– 3ª fase: *representação e modelação*. Trata-se de aguçar o senso criativo das crianças para resolver questões, fazendo uso de conceitos matemáticos e ciências da natureza aos entes que observam e se interessam, e fazer representações de algum ente em termos de um modelo. É o momento de serem encorajadas a reorganizar variedades de situações passíveis de serem traduzidas em linguagem matemática e ciências da natureza, que lhes permitam fazer uso destes para aprender mais sobre outras tantas coisas de seu entorno fora do contexto escolar.

Essas três fases não ocorrem disjuntas. O processo envolve as crianças em um ‘ir e vir’ entre a *percepção e apreensão* de um ente ou tema do contexto delas que podem manusear e observar, a *compreensão e explicitação* dos conteúdos curriculares sem que elas os desvinculem da realidade e a *representação e modelação* destes de forma que seus conhecimentos floresçam. Isso quer dizer que as crianças, ao buscar compreender e explicitar um conceito ou conteúdo de ciência ou matemática, podem recorrer à primeira fase, ou ainda, ao passar a representar, precisem retornar à primeira e/ou à segunda fase.

Baseados na aplicação da modelagem por meio desses procedimentos, nesta pesquisa o objetivo foi compreender como as crianças dos anos iniciais do ensino fundamental percebem o meio que as circunda, explicitam e representam esse meio usando conceitos de matemática e ciências da natureza. Para alcançar esse objetivo, a pesquisa foi organizada em três etapas: a *primeira*, para elaboração das atividades didáticas e preparação de professoras, colaboradoras da pesquisa na aplicação; a *segunda*, aplicação em sala de aula para dois grupos de estudantes, e a *terceira*, para estudo e análise dos dados, conforme explicitados a seguir.

1ª etapa: atividades didáticas e preparação de professoras

Foi reelaborado um material de apoio didático a partir de um assunto-guia: *embalagem*. Reelaborado, pois uma versão feita e aplicada em 1998 envolveu 1.060 estudantes do 6º ano do ensino fundamental (que se denominava 5ª série), com propósito primacial em desenvolver conteúdos matemáticos. Para essa pesquisa, fez-se uma reorientação deste material considerando as fases *percepção e apreensão*, *compreensão e explicação* e *significação e modelação* com foco nos conteúdos de matemática e ciências da natureza simultaneamente. Embora o processo da modelagem leve à integração de tópicos de diversas áreas, os conteúdos programáticos de ciências da natureza foram formalizados, tanto quanto os de matemática.

Em seguida, foram convidadas professoras dos anos iniciais de ensino fundamental de escolas públicas e privadas a participar de um curso para se inteirarem de modelagem na Educação e do projeto. O curso teve duração de 45 horas em quatro finais de semana, no mês de maio de 2009. Participaram 22 professoras que realizaram as atividades propostas no material de apoio didático. A partir das explicitações, reflexões e sugestões das professoras durante e no final do curso, buscou-se aprimorar o material. Embora todas se propusessem a aplicar as atividades didáticas, optou-se por acompanhar e analisar os dados das aplicações didáticas de duas professoras por atuarem em uma mesma escola pública de uma periferia da região do Vale do Itajaí (SC). Elas aplicaram a proposta durante o segundo semestre letivo de 2009 e forneceram informações durante o processo. Por compromisso ético, não serão revelados no texto os nomes das pessoas envolvidas e tampouco da escola.

2ª etapa: aplicação e relato das ocorrências

Participaram desta pesquisa 43 crianças, subdivididas em duas turmas: 20 do 4º ano e 23 do 5º ano (denominadas de 3ª e 4ª séries) do ensino fundamental. Vale destacar que o material didático serviu apenas de guia às professoras para se utilizar da modelagem nos anos iniciais. A forma de conduzir as atividades com as crian-

ças foram próprias de cada uma das professoras. O material didático dividido em 10 atividades envolve conceitos matemáticos (aritmética, geometria e sistemas de medidas) e de ciências da natureza.

Cada professora reorientou cada atividade em diversas subatividades, bem como estabeleceu momentos, prazos e formas de abordagem de acordo com a apreensão das crianças referente aos conteúdos programáticos e aos cumprimentos de regras escolares. Ou seja, as atividades foram realizadas considerando os tempos requeridos pelas crianças para perceberem e entenderem tanto as propostas quanto os conteúdos programáticos, sem se limitarem ao programa a ser cumprido.

Embora as professoras tenham recebido o aval da direção escolar e da maioria dos familiares das crianças, elas optaram por aplicar a proposta de modelagem em dois dias por semana, por duas razões: desenvolver os demais conteúdos do programa curricular de acordo com o livro didático nos demais dias e evitar possíveis contratempos com familiares das crianças, caso algo não ocorresse a contento.

Quinzenalmente, em reunião com a coordenação desta pesquisa, as professoras relatavam as ocorrências, apresentavam as atividades realizadas pelas crianças e trocavam ideias e sugestões sobre as próximas etapas. Assim os dados foram obtidos: das observações feitas pelas professoras sobre as ocorrências, dos trabalhos realizados pelas crianças e de uma avaliação escrita realizada no final do semestre contendo questões que envolviam os conteúdos programáticos.

Ressalta-se que durante o semestre letivo as professoras efetuaram algumas avaliações escritas sobre específicos conteúdos, a fim de atender às recomendações legais. Mas, para efeito desta pesquisa, considerou-se apenas a especialmente preparada pela coordenação e cada uma das professoras. As professoras dispunham de um quadro para registrar as ocorrências, contendo data, subatividade, conteúdos desenvolvidos e ocorrências. Entre as ocorrências, as professoras apresentavam dificuldades e avanços de aprendizagem das crianças e tempo requerido.

3ª etapa: análise dos dados

Para compreender como essas crianças dos anos iniciais do ensino fundamental, por meio da modelagem nas ciências da natureza e matemática, perceberam, explicitaram e representaram as atividades didáticas, apoiou-se na essência dos processos cognitivos (*percepção, compreensão, representação*) apresentados por alguns pesquisadores de ciência cognitiva e pesquisadores de educação matemática que se fundamentam em teorias sociocognitivas.

Pela teoria cognitiva, cada pessoa processa a informação que percebe de um modo, de acordo com as suas próprias funções. Na realização de qualquer atividade, requer-se da pessoa uma série de procedimentos que começa pela cuidadosa observação da situação a ser realizada, depois pela interpretação e pela representação do que realizou. O resultado desse processo cognitivo leva uma pessoa a dispor de concepções sobre os mais diversos entes do meio que a cerca. George (1973) considera que no primeiro estágio, *percepção*, ocorre uma produção divergente (ou indução) e valoração; no segundo, *compreensão*, ocorrem os produtos do pensamento, ou seja, unidades, classes, relações, e, no terceiro estágio, *representação*, ocorram tipos de conteúdo, isto é, figurativo, simbólico e semântico.

Embora esse processo ocorra sem que a pessoa se dê conta dessas fases, a forma como realiza cada atividade requerida expressa suas percepções da realidade, do desejo de compreensão e da representação. São os significados, os conceitos, as proposições, as regras, as imagens mentais, as preferências, entre outros. É um processo, simultaneamente, individual como resultado de suas atividades e vivências, e social como resultado do confronto, da interação com outras pessoas e outros entes do meio (THOMPSON, 1992). A essência dessas afirmações guiou a análise desta pesquisa.

Descrição e discussão dos resultados

Apresentam-se, a seguir, (a) relato e discussão das atividades realizadas pelas duas turmas e conjuntamente, e (b) síntese dos principais resultados. As diferenças das aplicações entre cada turma (4º e 5º anos) ocorreram na

extensão dos conteúdos de matemática e ciências e no tempo requerido para cada turma. Devido à similaridade das ocorrências e por razão de espaço, a descrição e a discussão dos resultados são feitas das duas turmas conjuntamente, salientando confluências de acontecimentos e desenvolvimento.

Relato e discussão das atividades realizadas pelas crianças

Passa-se a descrever e discutir ocorrências comuns e constantes nas três fases: percepção e apreensão, compreensão e representação, e representação e significação. Vale destacar que essas três fases ocorreram em cada atividade num processo circular de construção de relações entre cada componente, cada conteúdo curricular ou não curricular ensinado.

(1ª) Percepção e apreensão

Essa fase visou estimular a percepção das crianças de entes que envolvem uma embalagem. Ela ocorreu em diversos momentos, durante o semestre letivo, a cada questionamento sobre embalagem, a cada conteúdo programático que se pretendia desenvolver. É certo que nos dois primeiros dias do início da proposta de modelagem para as crianças, essa fase teve um especial caráter. Assim, relata-se esse primeiro momento e são feitas considerações de ocorrências do período letivo que requereu percepção.

As professoras começaram a proposta questionando as crianças sobre *o que é uma embalagem, para que serve e quais elas conheciam*. Esse momento foi de euforia: todas queriam dizer, ao mesmo tempo, as respostas às questões; que conheciam diversas embalagens, salientando para quais produtos, formas, cores, entre outros. Na sequência, as professoras explicitaram a proposta – aprender os conceitos de matemática e ciências da natureza a partir de embalagens e que deveriam trazer algumas embalagens no próximo dia.

Além das embalagens trazidas pelas crianças, as professoras levaram imagens de outras que supostamente não fariam parte do contexto delas. Assim, organizadas em grupos de quatro ou cinco, as crianças passaram a manipular as embalagens, observá-las e dizer o que perce-

biam nelas. Foi um especial momento em que as crianças buscaram inteirar-se do contexto em questão e obter o maior número de dados. A maioria identificou cores, números, palavras. Dois grupos do 5º ano identificaram o código de barras e alguns símbolos como de porcentagem, unidades de medidas; e um do 4º ano identificou algumas formas geométricas (planas), tamanhos. Na sequência, descreveram e registraram o que identificaram nas embalagens.

Desse ponto, as professoras apresentaram às crianças a questão-guia que permitiria desenvolver a proposta de modelagem: *o que é preciso para fazer uma embalagem?* E, após instigá-las à resposta, as professoras escreveram as sugestões das crianças no quadro e incluíram algumas outras que foram discutidas e tratadas durante o curso de modelagem de que participaram. Entre elas: (1) *Embalagem para qual produto e qual consumidor?* (2) *Como devem ser a forma, a cor, as imagens?* (3) *Qual o material necessário?* (4) *Quais as informações a serem impressas?* (5) *Quais devem ser as dimensões: área, volume, capacidade, massa?* (6) *Qual a quantidade de material?* (7) *Se a embalagem será transportada, como embalar a embalagem?* (8) *Quanto tempo levará para chegar ao destino?* (9) *De onde vem e para quais lugares irá?* (10) *Sobre o código de barras: o que é? que informações trazem? como inserir as informações?* (11) *Que destino se pode dar à embalagem após utilizada?*

Embora a percepção não seja a fonte única do conhecimento, permitiu às crianças decodificarem, aguçarem a observação e a atenção de aspectos das embalagens que elas ainda não tinham percebido. Esse contexto instigou seus interesses em aprender. A percepção primeira das crianças focou formas, tamanhos, cores e imagens sugestivas do produto que vem contido na respectiva embalagem. Como disse Gombrich (1986), primeiro se olha para o objeto com um olhar atento, e depois para outros elementos que o compõem. Esse primeiro olhar é para a imagem simples, aquilo que mais atrai a visão; depois se toma conhecimento de detalhes técnicos ou complementares.

Essa condição indicada por Gombrich (1986) mostrou-se no momento seguinte, quando as crianças foram instigadas a perceber outros itens impressos na embalagem como palavras, números, quadros de valores, código de barras,

entre outros. Na percepção desses itens, colaborou muito a troca de ideias entre as crianças. Diálogo e comunicação que contribuíram para que as crianças aguçassem suas percepções e, por conseguinte, conhecimentos (SFARD, 2001). A variedade de embalagens, em especial as apreciadas pelas crianças, captaram suas percepções pelas formas, cores, imagens, por fim, pela estética, e levou-as à abstração de formas geométricas e a representá-las por meio do desenho ou da construção do que foi idealizado. A comunicação da percepção visual não apenas valeu a descrição objetiva dos diversos elementos que estavam impressos na embalagem, como ainda expôs um tom emotivo pela atividade realizada.

(2ª) *Compreensão e explicação*

Uma vez percebidos e apreendidos diversos elementos, esta segunda fase consistiu em ensinar as crianças a entender o contexto no sentido também quantitativo e levá-las a representar, baseadas nos conceitos apreendidos de matemática e ciências, as respostas das 11 questões (apresentadas anteriormente). Essas questões permitiram às professoras desenvolver todos os conteúdos programáticos de matemática e ciências, durante o semestre letivo, na medida em que buscavam respostas. As professoras planejaram respondê-las em tal ordem que pudessem desenvolver os conteúdos (e também os não programáticos) de cada turma (4º e 5º ano) de tal forma que as crianças pudessem compreendê-los e não perdessem o interesse pela proposta.

As questões permitiram às professoras tratar, discutir e ensinar às crianças, por exemplos, sobre estética, ética (Q_1 e Q_2); natureza do material (papelão, plástico, metal) e composição dos produtos (Q_3 e Q_4); formas, tamanhos e medidas linear, superfície, volume, capacidade e massa (Q_5 e Q_6); meios de transporte, espaços geográficos, escala, fazendo um mapa (Q_7 , Q_8 , Q_9); formas de linguagem (Q_{10}); importância da reciclagem das embalagens, proteção ao meio ambiente e recomendações à saúde (Q_{11}). Além dos conteúdos programáticos de matemática e ciências, as respostas a essas questões levaram as professoras a tratar de vários conteúdos sugeridos nos PCNs referentes às demais áreas, por exemplo: geografia, artes, língua materna.

Durante todo o período de desenvolvimento das atividades, as crianças dispunham

de diversos tipos de embalagem, as quais eram manipuladas, consultadas. Com apoio do laboratório de informática, foram planejados momentos em que as crianças puderam buscar mais informações sobre as diversas questões em sítios eletrônicos por meio da rede *internet*. As professoras formalizavam os conteúdos e apresentavam um conjunto de exercícios complementares no momento que julgavam necessário. Além disso, elas buscaram instigar nas crianças um senso investigativo e explicitar seus feitos umas às outras.

Kieran (2001) e Lerman (2001) destacam quão produtivas são as discussões entre os estudantes ao procurarem comunicar suas ideias aos demais, e quão capazes os tornam na realização das tarefas propostas, inclusive em suas atividades fora do ambiente escolar. Nessa tentativa do estudante de tentar apresentar suas ideias aos outros estudantes, e nos questionamentos entre eles, num esforço para que se façam entender, a aprendizagem firma-se no grupo.

As embalagens permaneceram todo o tempo ao alcance das crianças, de tal forma que estas pudessem observar diversos aspectos delas/nelas e pudessem manuseá-las à medida que os conteúdos eram desenvolvidos, não desvinculando os conteúdos da realidade e ainda compreendendo fatos não conhecidos, por meio de um processo que as assimilavam ou reduziam a fatos familiares. Foram momentos importantes em que as crianças foram orientadas a ultrapassar conceitos apreendidos e estimuladas a compreender e a explicitar verbalmente entre elas os conceitos novos.

Conforme Cobb e Yackel (1996) e Van Oers (2001), as crianças, nas interações das práticas de sala de aula, reestruturam suas crenças e seus valores sobre seus próprios conhecimentos, melhoram suas capacidades de comunicar umas com as outras, internalizam os conceitos, desenvolvem seus sentidos críticos e criativos e ainda aprendem a ouvir, uma a outra, reafirmando seu pensamento e sua prática de diferentes maneiras. Comunicar uma ideia, uma compreensão de algo a outro requer uma dinâmica sempre em mudança e extremamente sensível ao contexto e à compreensão.

A compreensão das crianças dos conteúdos de matemática e ciências que constam nos programas curriculares de cada ano (4º e 5º) foi

explicitada por elas também por meio impresso, através de atividades realizadas (desenhos, mapas, quadros de dados, imagens identificadas e por elas selecionadas, representações gráficas), da resolução de exercícios e questões. Os diversos trabalhos realizados pelas crianças compreendem suas manifestações resultantes de suas compreensões, aprendizagens.

Segundo George (1973), a percepção está estreitamente relacionada com o pensamento, a resolução de problemas e os processos decisórios. A diferença entre esses pontos reside no grau de complexidade da percepção e sua relação com a situação real da resolução de problemas – o que, sobremaneira, se cristaliza em torno da natureza da percepção influenciada pelas emoções, pelos projetos, desejos e/ou intenções inconscientes.

(3ª) Significação e modelação

Nessa fase, as crianças foram encorajadas a representar os diversos dados obtidos de cada atividade e/ou subatividade proposta e ainda a reconhecer conteúdos matemáticos e de ciências da natureza aprendidos em outros assuntos, outras questões, com base no conhecimento e nas referências dos aportes sobre embalagens. Significou, conforme Schwarzkopf (2007), construir relações entre os conteúdos curriculares e o contexto a partir de uma subjacente concepção de matemática e ciências da natureza, com a qual provém a integração do conhecimento dentro da estrutura teórica.

No final do semestre letivo, foi proposta às crianças a criação de embalagem para algum produto, alguma coisa. Reunidas em grupos de três ou quatro, elas deveriam escolher um produto que se utiliza de alguma embalagem, analisar esta embalagem e assim imaginar outra embalagem para este produto. Deveriam discutir sobre forma, tamanho, cores, estética, dados a constar na embalagem a ser criada. Formaram quatro grupos no 4º ano e cinco no 5º ano. As embalagens escolhidas foram para produtos a que tinham acesso como guloseimas (2), biscoitos (2), refrigerante ou suco (4), sabonete (1).

As crianças trouxeram às aulas as embalagens de produtos que elegeram, e por três dias letivos, respectivamente, 6 horas/aula, em cada grupo se analisaram os diversos elementos presentes na embalagem, discutiram sobre o

que mudar, o que alterar e por que alterar. Em sequência, passaram a esboçar possíveis versões do modelo da embalagem. Este esboço/desenho foi uma primeira expressão delas no respectivo grupo. E desse desenho buscaram utilizar materiais que pudessem criar uma nova embalagem. Por meio desse modelo geométrico, cada grupo pôde aplicar os diversos conceitos apreendidos; efetuar interpretações geométricas e ter compreensão do que é abstrato (simbólico), mudando suas percepções em relação aos demais entes dos seus redores.

As embalagens criadas pelos nove grupos centraram-se no modelo geométrico, na expressão estética (cores, formas e tamanhos das fontes de letras) e na criação de outra marca ao respectivo produto. Apenas um grupo do 4º ano apresentou uma forma prismática de embalagem para refrigerante. Os demais grupos alteraram somente os tamanhos. Em todas as embalagens constavam os dados, copiando-se alguns, alterando-se outros. As alterações mais expressivas foram nas cores e nas marcas. Conforme Herskovits (1963, p.177), “o impulso para criar e apreciar a beleza é inerente à natureza humana: se a beleza, em si mesma, surge de um concerto do que se considera belo ou se transcende os modos pelos quais ela se manifesta”.

Os nove trabalhos das crianças mostram que a maioria teve boa produção linguística e utilizou registros diferentes. A atividade cognitiva das crianças começou com a experiência, passou da experiência vivida por palavras, na comunicação de suas ideias aos professores e entre elas no grupo e continuou conectando-se com a representação de dados, culminando com a elaboração de um modelo geométrico de embalagem fazendo constarem os diversos elementos requeridos. Uma soma de informações que expressou além de dados matemáticos e de ciências.

Como a representação externa – modelo antes de tudo depende de como as crianças percebem, compreendem, representam o meio e procuram comunicá-lo, as embalagens criadas por elas não deixam de ser uma simplificação do que conheceram, do que perceberam e apreenderam. Se as embalagens por elas criadas nesse caso são despidas de detalhes, referindo-se ao que perceberam, compreenderam, os resultados asseguram verdade em muitas isomórficas situações

(ENGEL; VOGEL, 2007). Conforme Maturana e Varela (2001), somente se aprende a fazer fazendo. Um processo em que hesitações primárias, dúvidas, erros, ratificações fazem parte nesses momentos fugazes da vida da criança. E, assim, o conhecimento vai se formando harmônico, estrutural, vital e orgânico.

Síntese dos principais resultados

Conforme dito anteriormente, em cada atividade, com base nas questões levantadas, as professoras, de acordo com seus planejamentos, aplicaram avaliações de forma oral e escrita para verificar o que as crianças haviam aprendido em relação aos conteúdos de matemática e ciências. Cada avaliação teve dois momentos: no primeiro, cada professora levava seu grupo de crianças a algum ambiente da escola e/ou apresentava algum material (filme, revista, imagem do meio ambiente) e efetuava questões sobre elementos desse ambiente ou desses materiais cujas respostas implicassem conceitos matemáticos e de ciências desenvolvidos; no segundo momento, foi proposto um conjunto de questões escritas, não somente relacionadas ao tema embalagem, em que cada criança, individualmente, deveria resolver aplicando esses conceitos.

Nas avaliações orais, todas participaram respondendo às questões satisfatoriamente. Se algumas crianças deixavam de responder num primeiro momento alguma questão, à medida que uma delas apresentava a resposta correta, a professora questionava as demais novamente, e a maioria respondia. Nas avaliações escritas, focaram somente os conteúdos que constavam nos respectivos programas curriculares. No final de cada atividade, na avaliação escrita, acima de 65% das crianças efetuaram corretamente quase todas as questões. Para efeito desta pesquisa, os resultados dessas avaliações constaram apenas na descrição de ocorrências realizadas pelas professoras.

Na avaliação escrita final, organizada especialmente com a finalidade de verificar a aprendizagem de todos os conteúdos de matemática e ciências tratados no semestre, os percentuais de questões resolvidas de forma correta foram: das 23 crianças do 4º ano, 9 atingiram acima de 70%, 10 atingiram entre 50 e 70%, e 4 abaixo de 50%; das 20 crianças do 5º ano, 7 atingiram acima de

70%, 11 entre 50 e 70% e 2 abaixo de 50%. As dificuldades da maioria das crianças foram em operações aritméticas que envolviam medidas de superfície e volume, e em alguns conceitos relativos aos componentes do meio ambiente e da preservação da saúde. Dificuldades que poderão ser sanadas nos próximos anos letivos, uma vez que esses conteúdos continuam presentes nos programas curriculares, diferenciando apenas na abrangência e na formalização.

Em síntese, os resultados apresentados por essas 43 crianças, integrando matemática e ciências da natureza por meio dos procedimentos envolvidos na modelagem durante um semestre letivo, advindos dos nove trabalhos realizados por elas (embalagens) no final do período letivo, da avaliação escrita contendo os conteúdos desenvolvidos no semestre letivo e, especialmente, da descrição das ocorrências observadas e registradas pelas professoras em cada atividade, justificam e encorajam continuar com essa proposta para os anos iniciais do ensino fundamental. Alguns resultados evidenciaram-se:

- As crianças realizaram todas as atividades em clima de motivação e interesse. Continuamente elas queriam relatar suas ideias e seus trabalhos e, gradualmente, sentiam que suas ideias eram importantes e válidas. Entre tantos dizeres das crianças, as professoras salientaram: *Na embalagem que fizemos para pôr bala, a gente desenhou uma bala vermelha e que é gostosa; mas a gente sabe que não pode comer toda hora porque estraga o dente* (criança C₁, nove anos). *Nós vimos um monte de embalagem, ela serve para o que está dentro não estrague quando tem que viajar de uma cidade* (criança C₂, oito anos). *O que é estes risquinhos pretos do lado desta caixa? Têm uns fininhos e outros gordinhos?* (criança C₃, dez anos).

- A concepção de matemática e ciências foi se formando a partir do processo de ensino utilizado, levando a criança continuamente a perceber e apreender os diversos entes que trazem as embalagens, que vão além da questão estética e da conservação do produto, mas especialmente sobre a responsabilidade de todos com o meio ambiente e com a saúde.

- Os conteúdos de ciências da natureza, como diferentes ambientes naturais dos seres vivos, componentes que se apresentam nesses ambientes (água, luz, calor, solo), funções de ali-

mentação, sustentação, locomoção e reprodução, preservação da saúde e do meio ambiente, entre outros, foram desenvolvidos de forma integrada, sem desvincular da matemática e das práticas de oralidade, leitura e escrita da língua materna.

- As crianças passaram etapas da pesquisa científica, conforme proposta dos PCN (BRASIL, 1998) ao serem instigadas durante todo o processo a formular perguntas e suposições sobre os diversos elementos que envolvem uma embalagem; buscar e coletar dados por meio de observação direta ou leitura de textos; organizar e registrar esses dados através de desenhos, quadros, esquemas, listas e pequenos textos; interpretar esses dados e, ao comunicar oralmente e por escrito suas ideias, dados, resultados.

- A síntese do entendimento desses conteúdos por parte das crianças, ao terem que criar uma embalagem: conceber as formas, as cores, os ritmos; representar esse meio a partir da técnica e dos conceitos apreendidos, com liberdade de criar. Representações que se tornaram base para aprendizagem de diversos assuntos que constam ou não nos programas curriculares e, especialmente, em saber utilizar deste conhecimento em outras situações, na resolução de problemas que possam surgir em outras instâncias de suas vidas.

- Os trabalhos feitos pelas crianças mostram que elas perceberam, compreenderam os conteúdos desenvolvidos a partir das questões relativas à embalagem e ainda souberam modelar. Com base em sua percepção e composição do modelo geométrico da embalagem, cada criança pôde compreender melhor os conceitos de matemática e ciências, melhorar o entendimento sobre a responsabilidade de todos com o meio ambiente e com a saúde das pessoas.

- As professoras voluntárias mostraram-se motivadas com o processo e os resultados, assumindo a proposta como parte de seu programa curricular. A quase todo momento elas tinham que tomar decisões sobre o que ensinar, a quem orientar e como responder a determinadas solicitações de cada uma das crianças. O que sobremaneira as encorajava a entender o contexto, a fim de serem capazes de ensinar as crianças e, ao mesmo tempo, lhes permitia fazer seus desenhos de acordo com suas ideias, suas vontades. De acordo com as professoras: *Embora a modelagem exigiu mais de mim em ter que estudar, me preparar para ensinar e ao mesmo*

tempo responder as muitas perguntas dos alunos ver eles aprendendo foi maravilhoso (professora P₁ do 4º ano). *Eu aprendi bastante com esta proposta, acho que mais que as crianças; desde que sou professora, há dez, anos ensinava cada hora uma matéria, e desta vez fui vendo que as matérias se integram para resolver um problema, para criar alguma coisa, daí nos outros dias que eu tinha que ensinar as outras matérias eu continuava usando as embalagens por que tem tudo ali* (professora P₂ do 5º ano).

- Os dirigentes pedagógicos da escola mostraram-se satisfeitos não somente pelo resultado positivo em relação ao bom estado motivacional das crianças, mas, principalmente, por ter sido um trabalho que instigou o senso criativo e o valor da questão ambiental e da saúde. Como disse a diretora: *Foi bonito de ver as crianças das duas classes motivadas, mexendo em embalagens e procurando saber tudo delas: palavras, números, cores, desenhos, tipo de material; depois no final, levando nas lixeiras e ensinando os outros alunos da importância de deixar tudo limpo para se ter saúde e reciclagem para proteger a natureza. Projeto como este deveria estar sempre nas escolas, com professores da universidade trabalhando com a gente para melhorar a educação* (Diretora).

Considerações finais

Nesta pesquisa, teve-se como guia a questão: como a criança dos anos iniciais do ensino fundamental, por meio da modelagem, percebe alguns entes do meio, explícita e representa-os por meio de conceitos matemáticos e de ciências da natureza? Para responder a esta questão, utilizaram-se os dados empíricos de práticas em sala de aula, integrando 43 crianças de duas turmas dos 4º e 5º anos do ensino fundamental e duas professoras voluntárias, especialmente motivadas em aprimorar seus processos de ensino, durante um semestre letivo. Para Granger (1969, p.60), o “projeto do conhecimento científico é o de se propor o conhecimento”[...], “não é um saber de pura forma”. Mas constrói caminhos e objetos que se enriquecem e se revelam.

Esses dizeres permitem afirmar que, ao se estimular a curiosidade das crianças em perceber e compreender o meio em que habitam, formalizar ou representar diferentes acontecimentos

ou informações percebidas e elaborar categorias próprias, símbolos e mensagens, a maioria das crianças exibiu avanço gradual em sua habilidade de entender e de responder às atividades propostas. Isso afetou tanto a avaliação do que elas conheciam como do que desconheciam.

Essas crianças se envolveram em situações nas quais puderam relatar suas próprias experiências diretas, suas próprias percepções e compreensões do meio circundante para então aprender os conceitos de matemática e ciências, descrevendo ou interpretando esse meio. As atividades desenvolvidas permitiram às crianças intensificar e alargar seus entendimentos, bem como a utilidade desses conteúdos desenvolvidos, além de aprender a observar, a interpretar símbolos e significados, a relacionar e integrar os dados do meio externo, resolver e avaliar situações de diversos contextos e interesses. E, por fim, dotadas de senso imaginativo aguçado, puderam atrever-se a criar algo, propondo uma embalagem para um produto, envolvendo-se na associação de elementos que a compõem.

Baseada nos processos e resultados da aplicação dessa proposta com esse grupo de crianças e nas produções de pesquisas similares, esta pesquisa indica, uma vez mais, que a educação escolar precisa ter como ponto de partida o conhecimento intuitivo das crianças, a partir de atividades que lhes permitam perceber, compreender, representar seu contexto e levá-las a ampliar seus conhecimentos e suas habilidades em utilizá-los. Uma educação que desenvolva o potencial inerente às crianças, de tal modo que possam aprimorar seus conhecimentos continuamente; conhecimentos que lhes assegurem suas independências pessoais, suas próprias existências no decorrer da vida.

Para Dewey (1922), a educação tem dois aspectos: *um* consiste em estimular o processo cognitivo da criança; *outro* em derivar esse estímulo da situação social em que se acha a criança. Esses dois aspectos se completam e não são mais do que visões de um mesmo processo apreciado sob dois pontos de vista. Dessa perspectiva, a modelagem na matemática e nas ciências da natureza guia as crianças dos anos iniciais do ensino fundamental a adquirir conhecimento em torno de um tema ou um ente do contexto delas que lhes desperte interesse. Interesse que permita ao professor estimular o processo cogni-

tivo dessas crianças (em perceber, compreender e representar), desenvolver todo conhecimento (ou conteúdo curricular e não curricular) que julgar necessário e, além de tudo, propiciar que elas efetuem conexões com outros temas, outros conhecimentos, aprendendo a pesquisar.

A escola é um lugar onde a experiência fortuita do viver se sistematiza e se adapta às necessidades do tempo e da capacidade das crianças. O conhecimento que mais tem valor na educação escolar não é o que mais vale em si mesmo, tampouco o que mais capacita e mais contribui para formar uma mente clara, mas sim o que sua vida deve requerer. O conteúdo se define e se valoriza por sua utilidade prática, por sua aplicação às necessidades da vida quotidiana. (ENCICLOPÉDIA, p.136, 1956)

Referências

- BIEMBENGUT, M. S. Modelling and Applications in Primary Education. In: HAINES, C. et al. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. New York: Springer, 2007, p.451-456.
- BLUM, W., et al. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Primeiro e Segundo Ciclos: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CARPENTER, T. P., et al. Models of Problem Solving: A study of kindergarten children's problem-solving processes. **Journal for Research in Mathematics Education**. v.24, n.5, p.427-440, 1993.
- CARPENTER, T. P.; FENNEMA, E.; FRANKE, M. L. **Cognitively Guided Instruction: Children's thinking about whole numbers**. Madison, WI: Wisconsin Center for Education Research, 1994.
- _____. Cognitively Guided Instruction: A knowledge base for reform in Primary Mathematics Instruction. **The Elementary School Journal**. v.97, n.1, p.3-20, 1996.
- COBB, P.; YACKEL, E. Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of development research. **Educational Psychologist**, n.31, p.175-190, 1996.
- DEWEY, J. **Human nature and conduct**. New York: Henry Holt and Co. 1922.
- ECHEVARRIA, J.; GRAVES, A. **Sheltered Content Instruction: Teaching English Language Learners with Diverse Abilities**. Boston, MA: Allyn & Bacon, 1998.

- ENCICLOPÉDIA Prática Jackson: **conjunto de conhecimentos para a formação autodidática**. Volume 2. Rio de Janeiro: W. M. Jackson, 1956.
- ENGEL, J.; VOGEL, M. Mathematical Problem Solving as Modeling Process. In: BLUM, W. et al. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007. p.275-284
- GEORGE, F. **Modelos de pensamento**. Trad. Mario Guerreiro. Petrópolis: Vozes, 1973.
- GOMBRICH, E. H. **Arte e ilusão**. Trad. Raul de Sá Barbosa. São Paulo: Martins Fontes, 1986.
- GRANGER, G. **A Razão**. 2.ed. São Paulo: Difusão Europeia do Livro, 1969.
- HERSKOVITS, M. J. **Man and his works**. Tradução de Maria José de Carvalho e Hélio Bichels. São Paulo: Mestre Jou, s.d, 1963.
- JOHN-STEINER, V.; MAHN, H. Sociocultural Approaches to Learning and Development: A Vygotskian Framework. **Educational Psychologist**. v.4, n.31, p.191-206, 1996.
- KAMII, C.; RUMMELSBURG, J.; KARI, A. . Teaching arithmetic to low-performing, low-SES first graders. **Journal of Mathematical Behavior**. v.1, n.24, p.39-50, 2005.
- KIERAN, C. The mathematical discourse of 13-year-old partnered problem solving and its relation to the mathematics that emerges. **Educational Studies in Mathematics**. v.46, n.1-3, p.187-228, 2001.
- KOVACS, Z. L. **O cérebro e a sua mente: uma introdução à neurociência computacional**. São Paulo: Acadêmica, 1997.
- KOZULIN, A. Thought and Language. In: **Vygotsky's Psychology: A biography of ideas**. Cambridge: Harvard Univ. Press, 1990.
- LERMAN, S. Cultural, discursive psychology: A sociocultural approach to studying the teaching and learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**. v.46, n.1-3, p.87-113, 2001.
- MATURANA, H. R.; VARELA, F. G. **A árvore do conhecimento**. Tradução de Humberto Mariotti e Lia Diskin. São Paulo: Palas Athena, 2001.
- PALM, T. Features and Impact of the Authenticity of Mathematical School Task. In: BLUM, W. et al. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007, p.201-208.
- SACKS, O. **Um antropólogo em Marte**. Trad. Bernardo Carvalho. São Paulo: Companhia das Letras, 1995.
- SAEKI, A.; UJIIE, A.; KUROKI, N. Students' Analysis of the Cooling Rate of Hot Water in a Mathematical. In: BLUM, W. et al. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007.
- SHIFTER, D.; BASTABLE, V.; RUSSELL S. J. **Making Meaning for Operations**. Dale Seymour Publications, Parsippany, NJ – USA, 1999
- SCHWARZKOPF, R. Elementary Modelling in Mathematics Lessons: The Interplay between "realWorld" Knowledge and "Mathematical Structures". In: BLUM, W. et al. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007, p.209-216.
- SENDOVA, E. Motivating young students to study mathematics via visual modelling. In: BLUM, W. et al. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007. p.497-502.
- SFARD, A. There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. **Educational Studies in Mathematics**. v.46, n.1-3, p.13-57, 2001.
- THOMPSON, A. G. Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In: GROUWS, D. A. (Ed.). **Handbook of research in mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, 1992.
- USISKIN, Z. The Arithmetic Operations as Mathematical Models. In: BLUM, W., et al. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007.
- VAN DER VEER, R.; VALSINER, J. The Universe of Words: Vygotsky's View on Concept-Formation. In: **Understanding Vygotsky: A quest for synthesis**. Cambridge: Blackwell, 1991, p.256-283.
- VAN DOOREN, W. et al. Students' Overreliance of Proportionality: Evidence from Primary School Students Solving Elementary Arithmetic Problems. In: BLUM, W., et al. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007. p.241-248.
- VAN OERS, B. Educational forms of initiation in mathematical culture. **Educational Studies in Mathematics**. v.46, n. 1-3, p.59-85. 2001.
- VYGOTSKY, L. Thought and language. Cambridge: MIT Press, 1986.

Maria Salett Biembengut – Doutora em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC e pós-doutora em Educação pela Universidade de São Paulo – USP e New Mexico University. Professora e pesquisadora do Programa de Pós-Graduação em Educação de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS.

RECEBIDO EM: DEZ. 2011
 CONCLUÍDO EM: JUN. 2012

