



Implicações de um processo formativo continuado na prática pedagógica de professores quando ensinam frações

Angélica da Fontoura **Garcia Silva**
Universidade Anhanguera de São Paulo- UNIAN
Brasil

angelicafontoura@gmail.com

Maria Gracilene de Carvalho **Pinheiro**
Universidade Anhanguera de São Paulo- UNIAN
Brasil

gracilenepinheiro@gmail.com

Ruy Cesar **Pietro Paolo**
Universidade Anhanguera de São Paulo- UNIAN
Brasil

rpietro Paolo@gmail.com

Resumo

Nesta comunicação apresentam-se as implicações de um processo formativo observadas na prática pedagógica de professoras que lecionam para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para coleta de informações foram desenvolvidas sessões de formação sobre os limites e possibilidades da utilização de situações parte-todo e quociente para introduzir a fração. Decorridos um ano após o término do curso, observou-se aulas de três participantes. Quanto as questões didáticas relativas à fração, este estudo fundamenta-se em Vergnaud e Nunes et al.. Em relação à formação de professores e reflexão sobre a prática em Shulman, Ball et al e Serrazina. A observação das aulas evidenciou que as professoras desenvolveram o ensino a partir da leitura de uma história envolvendo uma situação parte-todo, mas utilizaram-se da ideia de quociente para apresentar às crianças a representação fracionária da situação. Esta investigação, concluiu que a formação contribuiu para a (re)construção dos conhecimentos, das professoras, acerca desse conceito.

Palavras-chave: Educação Matemática, Formação de Professores, Conceito de frações, Reflexão da prática.

Introdução

Este artigo busca analisar as implicações observadas na prática docente, decorrentes de um processo formativo¹. O grupo de professores participantes da formação era composto por 18 professoras que lecionavam matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas públicas estaduais de São Paulo, mas para este estudo analisamos a prática de 3 delas, *Professora Ana, Professora Renata e Professora Marcela*². Nossa escolha se deve ao fato de que essas professoras participaram de todas as sessões de formação e concordaram em abrir as portas de suas salas de aula para nossa observação.

Esta comunicação está organizada de modo que, inicialmente abordaremos a relevância do estudo, apresentando resultados de algumas pesquisas que discutem sobre os processos de ensino e aprendizagem das frações, e as teorias que fundamentaram o planejamento e análise das informações produzidas no decorrer da pesquisa. Na sequência, apresentamos uma breve descrição da investigação, os procedimentos metodológicos, a análise e discussão dos resultados da prática pedagógica das professoras, sujeitos do estudo, e as considerações finais.

Relevância e Fundamentação teórica

Inúmeros estudos³ desenvolvidos no Brasil e em outros países apontam dificuldades encontradas por alunos e também por professores em relação à compreensão do conceito de fração⁴.

Garcia Silva (2007), assim como Campos, Jahn, Silva e Silva (1995), Nunes e Bryant (1997), evidenciaram dificuldades encontradas por alunos quanto ao domínio do conceito de fração. Ao realizar uma investigação com os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental (crianças com 9 e 10 anos), a autora, observou que esses estudantes apresentavam pouco domínio do conceito de fração.

Esse mesmo estudo analisou o conhecimento profissional docente e concluiu ser esse um dos fatores que exerce influência sobre o processo de desenvolvimento profissional dos docentes. Ao analisar depoimentos de professores participantes de um processo de formação continuada, Garcia Silva (2007) identificou também a relação entre o domínio do conteúdo e a prática pedagógica dos sujeitos envolvidos e que:

[...] as limitações nos procedimentos de ensino foram acarretadas pelo fato de as docentes terem um domínio não suficiente do conteúdo a ser ensinado. Este fato pode ter impedido que os professores percebessem a possibilidade de variações da metodologia utilizada (Garcia Silva, 2007, P.272).

Na literatura, observamos que pesquisas recentes apontam que o problema ainda continua. Campos (2011), por exemplo, afirma que “*O ensino e a aprendizagem de frações constituem um obstáculo considerável para professores e alunos, desde o 4º ano do ensino fundamental no Brasil, quando esse tema é abordado*” (Campos, 2011, P.1).

¹ O mesmo constitui parte de uma pesquisa de Mestrado em Educação Matemática desenvolvida sob o título: Formação de Professores dos Anos Iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração, realizada no contexto do Projeto Observatório da Educação Auxílio número 99/2010 – projeto de pesquisa e formação desenvolvido na Universidade Anhanguera de São Paulo e financiado pela Capes.

² Para preservar o anonimato dos nossos sujeitos de pesquisa, os nomes apresentados são fictícios

³ Dentre eles citamos Nunes et al (2009), Cardoso e Mamede (2009), Campos et. al (1995), Rodrigues (2005), Damico (2007), Garcia Silva (2007), Monteiro Cervantes (2010), Campos (2011), Canova (2013).

⁴ Utilizamos o termo fração para designar os números racionais na representação fracionária.

Dessa forma, a partir desses e de outros resultados, iniciamos a investigação sobre o conhecimento de professoras acerca de diferentes situações que dão sentido ao conceito de frações. Para tanto, buscamos apoio teórico em Vergnaud (1990,1993). Com base em sua teoria, entendemos que a compreensão de um conceito ou conteúdo não ocorre a partir de uma única experiência, nem em um único momento, mas em um longo período de tempo e a partir da experiência, maturidade e aprendizagem.

Ainda em relação às questões didáticas, tomamos como base as pesquisas de Nunes e Bryant (1997). Esses pesquisadores, apoiados em Vergnaud (1990), perceberam a tendência dos professores em iniciar o ensino dessa temática utilizando-se apenas do significado parte-todo. Anos mais tarde, esses e outros pesquisadores propõem que a construção do significado de fração se dê por meio das situações parte-todo, quociente, quantidades intensivas e operador multiplicativo (Nunes, Bryant, Pretzik, Wade, Bell, 2003).

Em nossa investigação, no processo formativo, abordamos apenas duas dessas situações quais sejam: parte-todo e quociente. Nunes et al (2009) apoiados em Behr et al (1983, 1984) assim as definem:

- Situações parte-todo como aquelas em que um todo é dividido em n partes iguais, tomam-se uma ou mais partes e a fração correspondente estabelece uma relação entre as partes em que o todo foi dividida e as partes consideradas na situação. Dessa forma, o denominador indica em quantas partes iguais o todo foi dividido, ao passo que o numerador indica o número de partes referentes à situação. Um exemplo dessa situação pode ser um bolo dividido igualmente em 5 partes, das quais tomam-se 2 dessas partes; a fração correspondente a essa situação é $\frac{2}{5}$, sendo que 2 e 5 são partes do bolo.

- Situações quociente são situações em que está presente a ideia de partilha na divisão. Nelas aparecem duas quantidades: o dividendo e o divisor. Estes representam tanto a divisão como o resultado dessa divisão. Por exemplo: 3 chocolates divididos para 5 crianças, a representação $\frac{3}{5}$ indica tanto a divisão, 3 dividido por 5, como a quantidade que cada criança irá receber $\frac{3}{5}$.

Nossa pesquisa esteve fundamentada também nos estudos de Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) e Serrazina (1999, 2010), por meio dos quais foi possível realizar a análise das questões relativas à formação de professores, reflexões sobre a prática pedagógica e conhecimento profissional docente.

Ball et al (2008), ao ampliarem as Categorias de Conhecimento para o Ensino instituídas por Shulman (1986), estudaram a prática docente e, com base nele, criaram a Teoria do Conhecimento para o Ensino da Matemática (MTK). De acordo com essa Teoria, alguns domínios são necessários para o ensino de Matemática: o *Conhecimento do Conteúdo da Disciplina (comum e especializado)* e o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo Matemático* que, segundo os autores se subdividem em *Conhecimento do Conteúdo e do Estudante*, *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino* e, finalmente, *Conhecimento Curricular do Conteúdo*.

Considerando nossa temática de investigação: frações e as categorias de Ball, apresentamos uma interpretação nossa de alguns tipos de conhecimentos propostos por Ball et al (2008) para as frações:

O *conhecimento do conteúdo comum*, descrito pelos autores, refere-se ao conhecimento matemático relativo à fração que todos deveriam ter, fossem ou não professores. Nesse sentido,

consideramos, por exemplo, que o professor deve compreender o significado da representação fracionária, reconhecer outras formas de representar esses números, além de operar com eles e conhecer suas propriedades.

Dentre os conhecimentos considerados por Ball et al (2008) como os necessários para o ensino das frações podemos citar a compreensão, advindas da experiência, de quais são os erros comuns cometidos pelos estudantes e quais estratégias de ensino poderiam ser propostas a eles. Nesse sentido, o professor pode perceber, por exemplo, que um procedimento equivocado dos alunos para efetuar a adição de frações é adicionar numeradores e denominadores. Sabendo que os estudantes trazem do seu conhecimento intuitivo a ideia de metade, depois de identificar tal equívoco, o professor pode propor que eles efetuem a operação $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ e que comparem o resultado. Possivelmente os estudantes utilizarão o mesmo raciocínio e encontrarão $\frac{2}{4}$.

Acreditamos que tal fato, possivelmente, os desestabilizaria, pois os estudantes sabem, mesmo que informalmente, que duas metades formam um inteiro ou $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

Nesta comunicação, apresentamos apenas alguns exemplos, mas chamamos a atenção para o fato de que consideramos assim como Ball *et al* ser relevante que se investigue profundamente os conhecimentos envolvidos no ato de ensinar, é necessário que compreendamos mais profundamente o que os professores fazem quando ensinam. Procuramos, neste estudo olhar um pouco mais para o ensino das frações.

A investigação

Como mencionamos anteriormente, muitos estudos que antecederam o nosso apontam que, em geral, o significado parte-todo é o único explorado pelos professores em situação de ensino (Campos et al., 1995; Nunes e Bryant, 1997; Garcia Silva, 2007 dentre outros). Essas investigações indicam que o ensino baseado apenas nesse significado não é suficiente para a compreensão do conceito de fração, uma vez que na prática o procedimento parte-todo normalmente apoia-se apenas no “*procedimento de dupla contagem*” (NUNES et al. 1997, p. 212-213). Dessa forma, sugerem, da mesma forma que Vergnaud (1990), que tal ensino deva abordar outros significados.

Sendo assim, reunimos pesquisadores em Educação Matemática e professores que ensinam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental do Estado de São Paulo, em um curso de formação que buscou refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem da fração. Dessa forma, acreditávamos que seria possível ampliar os conhecimentos necessários ao ensino de professores participantes e investigar esses conhecimentos.

Nossa pesquisa foi desenvolvida em três fases: a primeira constituiu-se na aplicação de dois questionários preliminares, por meio dos quais pretendíamos analisar quais eram os conhecimentos que as professoras possuíam acerca do tema em estudo. A análise desses instrumentos possibilitou o planejamento e desenvolvimento da segunda fase que foi destinada à intervenção, definida como processo formativo. Por fim, a terceira foi reservada às entrevistas e observações em sala de aula, com o objetivo de identificar implicações do processo formativo na prática pedagógica das três professoras, sujeitos da pesquisa.

Neste artigo apresentaremos os resultados observados na terceira fase do estudo. Antes, porém, para melhor compreensão do leitor, exporemos, de maneira breve, alguns resultados observados das duas primeiras fases.

O Processo Formativo

Conforme descrito anteriormente, tomando como base o referencial teórico adotado neste estudo, alguns saberes são necessários ao professor para o ensino de Matemática: *Conhecimento do Conteúdo da Disciplina e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo Matemático* (Ball et al, 2008).

A análise das informações colhidas na fase preliminar nos fez concluir que as professoras não experienciaram, na sua formação inicial e em cursos de formação continuada, situações que lhes permitissem refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem das frações. Aquela seria a primeira oportunidade das professoras de participar de um curso de formação sobre essa temática. A análise das informações apresentadas no questionário inicial nos permitiu concluir também que: a situação parte-todo era a única trabalhada pelo grupo em situação de ensino; de maneira geral, elas representavam corretamente as frações em situações parte-todo, porém não as reconheciam como um quociente e apresentavam dificuldades com os invariantes: ordem, equivalência e conservação da unidade de referência.

Em relação ao processo formativo, podemos afirmar que este ofereceu aos sujeitos deste estudo a oportunidade de vivenciar propostas diferenciadas de ensino sobre as frações. Durante as sessões de formação, as professoras puderam discutir sobre a Sequência de tarefas criada por Nunes et al (2009) como possibilidade para introduzir o ensino das frações a partir do significado quociente, bem como vivenciar outras atividades⁵ que lhes possibilitaram refletir sobre os invariantes ordem, equivalência e conservação da unidade de referência, cuja compreensão é fundamental para a construção do conceito de fração.

As reflexões, nessa fase do estudo, foram voltadas para o levantamento de hipóteses relativas ao pensamento do aluno e seus esquemas de resolução e à proposição de encaminhamentos de estratégias didáticas que viessem contribuir para a compreensão de ideias importantes na construção do conceito de fração.

Ao final dessa fase, analisando os depoimentos dos professores durante a sua participação nas sessões de formação pudemos observar que ela proporcionou melhorias tanto no que se refere à compreensão do tema em estudo quanto à possibilidade de aprimoramento da prática docente. Para buscar mais evidências sobre tais conclusões, entrevistamos três professoras sobre o planejamento de uma aula introdutória de frações que se constituiu como a terceira fase do nosso estudo. Dessa forma, a seguir apresentamos os resultados dessa fase.

Resultados: sobre a prática pedagógica das professoras

Decorridos um ano do processo formativo, realizamos entrevistas com os sujeitos desse estudo e assistimos à aula que eles haviam preparado para introduzirem o ensino de frações com seus alunos. Dessa forma, foi possível perceber implicações da formação na prática pedagógica. Vale ressaltar, que as três professoras investigadas optaram por introduzir fração por meio da exploração do livro de literatura infantil “*O pirulito do pato*”⁶ de autoria de Machado (2003).

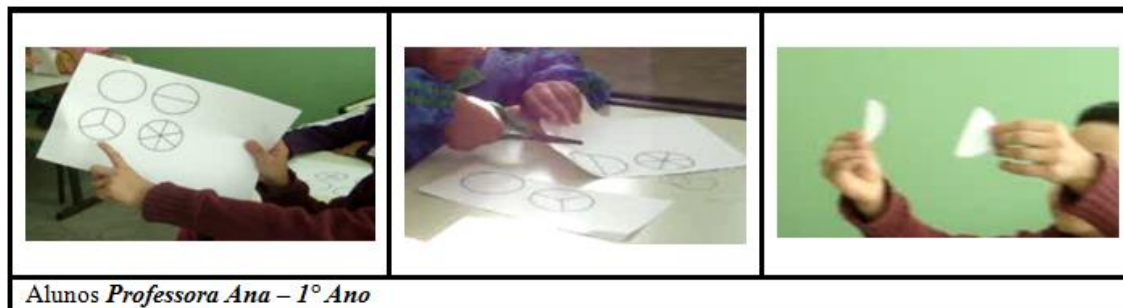
⁵ Na formação propomos a vivência de atividades com a literatura infantil “O pirulito do pato” – livro do Nilson José Machado – para trabalhar o significado parte-todo. Além disso, fizemos uso do Tangram e a leitura e discussão de estudos que abordam questões relacionadas ao conceito de fração.

⁶ Trata-se de um livro de literatura infantil que descreve a história de dois patinhos que ganham um pirulito da mãe e têm que dividi-lo de forma diferente na medida em que chegam seus amiguinhos.

Para melhor compreensão do leitor sobre a análise dessa fase da investigação, achamos importante descrever um pouco o que pudemos observar:

De princípio, um fator que consideramos importante de ser evidenciado é que, de maneira geral, as três professoras deram início à aula utilizando-se das mesmas estratégias: apresentação da história em *Power Point*, seguida da leitura interpretativa.

Passado esse primeiro momento, as *Professoras Ana e Renata* convidaram os alunos a interpretarem a história da divisão do pirulito. Para tanto, ofereceram papel com desenhos representando as partes em que o pirulito havia sido dividido e tesoura para que eles fizessem o recorte das partes de acordo com o contado na história, conforme retratam imagens a seguir:



Alunos *Professora Ana* – 1º Ano

Figura 1: Imagens vídeo: alunos realizando atividade sugerida pela *Professora Ana*

Na Sequência as professoras propuseram o ensino do tema em questão, fração. Um aspecto nos chamou a atenção. Pois percebemos que as três professoras, conseguiram reunir as ideias contidas nos significados parte-todo (esse era o significado trabalhado na história) e quociente. Observemos como isso ocorreu a partir do ensino na descrição a seguir:

“Existe uma coisa que se chama fração. Dá para a gente mostrar essa divisão do pirulito com números agora. A gente fez com papel e agora a gente vai fazer com números. Então olha só: quantos pirulitos tinham?” (Professora Ana).

Nesse momento as crianças respondem que havia um pirulito. Nesse sentido, a professora segue o ensino, fazendo o registro na lousa:

“Um pirulito. Então olha: o número 1 [apontando para o registro que ela fez na lousa] [...] esse tracinho que a prô vai colocar aqui olha, ele significa dividido [apontando mais uma vez para o registro feito na lousa] (Professora Ana).

Dessa forma inicia a leitura, apontando para os registros contidos na lousa “Então olha: um pirulito dividido...” (Professora Ana), conforme imagens a seguir:



Aula ministrada pela *Professora Ana*

Figura 2: Imagem vídeo 1: Ensino desenvolvido pela *Professora Ana*⁷

⁷ As imagens apresentadas neste artigo foram autorizadas pela professora conforme TCLE.

A professora dá continuidade reforçando a pergunta: “*um pirulito dividido para quantos patinhos?*” (Professora Ana).

Quando as crianças respondem, a professora registra o algarismo dois, concluindo a representação da fração $\frac{1}{2}$. Em seguida, faz a leitura da representação fracionária, como mostra a imagem a seguir:



Aula ministrada pela Professora Ana

Figura 3: Imagem vídeo 2: Ensino desenvolvido pela **Professora Ana**

Feito o registro da primeira quantidade fracionária, a professora segue problematizando, fazendo o registro de novas frações. Vejamos alguns trechos de como ela prosseguiu no ensino:

[...] se eu fosse dividir um pirulito para quatro crianças, como que eu iria colocar aqui? [referindo-se à forma de como fazer o registro da fração] Eu tenho um pirulito, como que eu mostro aqui em números? [...] Olha um pirulito [referindo-se ao registro que fez na lousa] [...] como que é o dividido? [referindo-se ao registro do traço que indica divisão] (Professora Ana).

[...] em cima eu coloco o número de quê? De patinhos ou de pirulito? [e faz o registro na lousa] [...] E isso aqui? O quê que é esse traço? O que significa ele? [...] Então é o número de pirulito dividido por... [referindo-se ao registro da fração $\frac{1}{4}$] (Professora Ana).

Vale ressaltar, que a todo instante ela reforça a divisão do pirulito em partes iguais (ideia do parte-todo). Após registrar a representação de diferentes frações, a professora faz a ilustração com desenhos (ideia do parte-todo), como podemos observar na imagem a seguir:

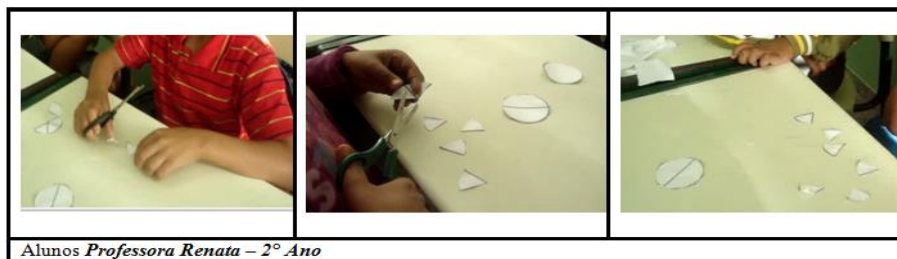


Aula ministrada pela Professora Ana

Figura 4: Imagem vídeo 3: Ensino desenvolvido pela **Professora Ana**

Estratégia de ensino semelhante foi observada nas aulas das professoras *Renata e Marcela*. A professora Marcela, por exemplo, durante o ensino, faz alguns questionamentos às crianças: “*[...] como é que eu escrevo um inteiro dividido em dois? [...] se for dividido em três? [...] dividido em quatro? [...] dividido em cinco? Em seis? Se dividido em sete? E em dez?*” (Professora Marcela).

A Professora Renata, antes de iniciar o registro das quantidades fracionárias que apareciam na história, fez junto com as crianças o recorte do que representava cada parte (ideia de parte-todo).



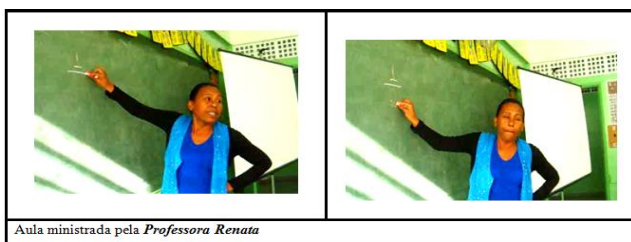
Alunos Professora Renata – 2º Ano
Figura 5: Imagens vídeo: Alunos realizando atividade sugerida pela Professora Renata

Em seguida, iniciou o registro. Vejamos trechos do ensino:

“[...] e como que eu represento aqui? Um pirulito dividido por três? Como é que eu faço? Como é que eu ponho?” [referindo-se à forma de como escrever a representação da fração] (Professora Renata).

As crianças responderam que ela deveria escrever o algarismo um (1), e indicar a divisão com um traço abaixo do algarismo. A professora então questiona: “Ah! Se eu colocar esse risco assim, significa que é dividir?” (Professora Renata). As crianças confirmam.

Dessa forma, ela inicia o registro na lousa, sempre dialogando com os alunos: “Este um aqui em cima significa que eu tenho um pirulito. Aqui significa o quê? Esse risco. Esse risco significa o quê? [...] Um pirulito dividido por... dois” (Professora Renata), conforme ilustram imagens a seguir:



Aula ministrada pela Professora Renata
Figura 6: Imagens vídeo 1: Ensino desenvolvido pela Professora Renata

A professora dá continuidade ao ensino, exemplificando a divisão do pirulito entre as crianças, de modo a fazer a representação de várias frações. Um ponto interessante, observado na aula da Professora Renata e que não foi explorado nas aulas das demais professoras é que ela iniciou o ensino sobre a equivalência entre as quantidades fracionárias, uma vez que durante a construção das representações fracionárias, chamou a atenção dos alunos para a correspondência existente entre as partes que representavam terços e sextos do pirulito de maneira que eles puderam perceber que um terço representa o mesmo que as duas partes de um sexto:

“[...] então foi um sexto. Significa que tanto o Mateus como a Sabrina receberam um sexto do pirulito [...] essas duas partes juntas é uma parte dessa? [referindo aos pedaços de sextos e terços]” (Professora Renata).

As imagens a seguir ilustram esse momento do ensino:



Figura 7: Imagens vídeo 2: Ensino desenvolvido pela Professora Renata

Discussão dos Resultados

Frente às informações produzidas ao longo da investigação, podemos afirmar dois aspectos que consideramos importantes confirmando o que já descrevemos anteriormente. O primeiro aspecto a ser discutido se refere ao fato de que, anterior à formação, assim como apontam pesquisas de Garcia Silva (2007), Monteiro Cervantes (2011), dentre outras as professoras, sujeitos deste estudo, também apresentavam conhecimento limitado sobre frações, pois trabalhavam apenas com o significado parte-todo, desconheciam os demais significados e também se utilizavam apenas das ideias de partição na resolução de qualquer situação.

O segundo aspecto é que com a formação, elas superaram dificuldades, ampliaram seus conhecimentos. Em entrevista, a professora Renata comentou que considerava um aspecto positivo da formação “[...] compreender o que significava parte-todo, quociente e razão, pois eu nunca havia aprendido e agora eu percebo claramente o que significa cada um deles.” (Professora Renata).

Ao analisar o observado nas aulas, pudemos perceber que, de maneira geral, as professoras introduziram a fração por meio de uma situação parte-todo, mas diferentemente do que ocorria antes da participação no processo formativo, acrescentaram à apresentação da representação fracionária a utilização da linguagem do significado quociente. Nesse sentido, podemos afirmar que houve, para esse grupo de professoras, a preocupação em relacionar os conhecimentos das ideias contidas em um significado e no outro.

Dessa forma, acreditamos que o ensino do conceito de frações por meio da abordagem dos diferentes significados foi possível a partir da reflexão sobre a prática que, por sua vez também favoreceu a ampliação do conhecimento profissional docente. Tais dados corroboram com a base teórica adotada na análise do nosso trabalho de pesquisa, os conhecimentos cuja combinação do domínio do conteúdo matemático com a compreensão de questões relacionadas ao ensino de tal conteúdo, nesse caso, sobre os diferentes significados da fração e seus invariantes, é fundamental para a eficácia no ensino da Matemática (Ball et al, 2008; Shulman, 1986).

Podemos afirmar também que alguns conhecimentos como *Conhecimento de Conteúdo e de Ensino* (capacidade de relacionar diferentes significados e elaborar estratégias de intervenção) foram adquiridos pelas professoras no decorrer da formação. Porém, acreditamos que o conhecimento profissional das professoras será ampliado ao longo do tempo à medida que elas, no contexto de outras formações, dialoguem com diferentes experiências vivenciadas “no contexto das escolas em que leciona e com as turmas que vai encontrando.” (Serrazina, 2013, p. 79).

Considerações Finais

As evidências aqui descritas foram percebidas quando analisamos as implicações da formação reveladas no trabalho desenvolvido pelos sujeitos deste estudo em sala de aula um ano após a intervenção. Foi possível perceber, analisando as atividades desenvolvidas pelas três professoras, que elas relacionaram as ideias presentes nos dois significados da fração que foram abordados na formação.

Sendo assim, a partir da análise da observação dessa atividade, pudemos concluir que, de maneira geral, houve modificações no modo de abordar o conteúdo, pois as professoras partiram de uma atividade com o significado parte-todo, porém, percebemos que no desenvolvimento da aula, durante as discussões com os alunos, que todas elas exploraram ideias contidas no significado quociente, estabelecendo relações importantes sobre ideias contidas nos dois significados discutidos na formação.

Todavia, vale ressaltar que, considerando o tempo destinado para a investigação, neste estudo observamos somente a aula introdutória do tema frações. Consideramos ser importante que outras pesquisas estabeleçam relações entre a formação e a prática docente analisando o planejamento e todas as aulas destinadas ao ensino dessa temática. Além disso, poderia ser realizadas entrevistas a fim de discutir o observado em sala.

Agradecimentos

Agradecemos o apoio financeiro recebido da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES – Brasil, por meio do Projeto Observatório da Educação (Convênio ou AUXPE n.º: OE 99/10), bem como a disponibilidade das escolas parceiras deste projeto.

Referências Bibliográficas

- Ball, D. L., Thames, M. H., Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: what makes it special? In: *Journal of Teacher Education*. V. 59, n. 5, p. 389-407.
- Campos, T. Jahn, A. P.; Leme da Silva, M. C. e da Silva, M. J. (1995). *Lógica das equivalências*. Relatório de pesquisa não publicado. São Paulo: PUC.
- Campos, T. M. M. (2011). Sobre o ensino e aprendizagem de frações. In: XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática, 2011, Recife. *Anais XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Disponível em: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/2896/1194> Acesso em: 25 março. 2013, às 20:02h.
- Canova, R. F. (2013). *Um Estudo das Situações Parte-todo e Quociente no Ensino e Aprendizagem do Conceito de Fração*. Tese de Doutorado em Educação Matemática na Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo.
- Cardoso, P., Mamede, E. (2009). *Considerações sobre o Ensino-aprendizagem do Conceito de Fração à Luz de um Estudo com Alunos do 6º ano do Ensino Básico*. In: Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia. Braga: Universidade do Minho. ISBN- 978-972-8746-71-1.

Damico, A. (2007). *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental*. Tese de Doutorado em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Garcia Silva, A. F. (2007). *O desafio do desenvolvimento profissional docente: Análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo do ensino e aprendizagem de frações*. Tese de Doutorado em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Machado, N. J. (2003). *O Pirulito do Pato*. São Paulo: Scipione.

Monteiro Cervantes, P. B. (2010) *Uma formação continuada sobre as frações*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática na Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

Nunes, T., Bryant, P. (1997) *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Nunes, T., Bryant, P., Pretzlik, U. & Hurry, J. (2003). *The effect of situations on children's understanding of fractions*. Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, Reino Unido.

Pereira, M. D. (2013). *Um estudo sobre interpretações das diretrizes curriculares para o curso de licenciatura em matemática por uma instituição federal de São Paulo*. Tese de Doutorado em Educação Matemática na Universidade Bandeirante Anhanguera de São Paulo, São Paulo.

Rodrigues, W. R. (2005). *Números Racionais: um estudo das concepções dos alunos após o estudo formal*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Serrazina, M. L. (1999). Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo". *Quadrante*. Revista Teórica e de Investigação.

Serrazina, M. L. (2010). A Formação Contínua de Professores em Matemática: o conhecimento e a supervisão em sala de aula e a sua influência na alteração das práticas. *International Journal for Studies in Mathematics Education* 2(1). Disponível em: <<http://periodicos.uniban.br/index.php/JIEEM/article/viewFile/112/92>>. Acesso em 19 Outubro. 2013

Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. In: *Educational Researcher*. American Educational Research Association, p. 1-24.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23), p. 133-170.

Vergnaud, G. (1990). *Epistemologia e psicologia da educação matemática*. *Mathematics and Cognition*, p. 1-18.

Vergnaud, G. (1993). Teoria dos campos conceituais. In: Nasser, L. (Ed.) *Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro*. p. 1-26.