



Caracterización del significado sobre el CDC de los estudiantes para profesor de matemáticas: el caso de la proporcionalidad

Angie Carolina **Cruz** Cáceres
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
anyulicmatematicas@gmail.com
Ángel Ricardo **Vargas** Peña
Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Colombia
anrivarpe@gmail.com

Resumen

El siguiente trabajo se enmarca en el campo de la formación de docentes de matemáticas y su propósito principal es brindar algunos elementos para el análisis de los significados sobre el conocimiento didáctico del contenido (CDC¹), para el objeto proporcionalidad, que poseen los estudiantes para profesor pertenecientes a los programas de formación de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) de la Universidad Distrital (UD) y Licenciatura en Matemáticas (LM) de la Universidad Pedagógica Nacional (UPN) de Bogotá, Colombia. Dichos elementos se estipulan a partir de una revisión sobre algunos antecedentes y referentes respecto al conocimiento profesional del profesor, y un acercamiento a los estudios y estados de arte realizados frente a la enseñanza y el aprendizaje de la proporcionalidad.

Palabras clave: formación, conocimiento, didáctico, proporcionalidad, significado, institucional, personal, EOS.

Problema de Investigación

En las últimas dos décadas, producto del análisis y reflexión sobre la importancia del rol del docente en los procesos de transformación de las concepciones, las prácticas, las actitudes que

¹ De aquí en adelante se utilizarán estos acrónimos para referirse al conocimiento didáctico del contenido, las universidades, los programas de formación y los estudiantes para profesor de matemáticas (EPMs)

inciden en forma directa en la educación, se han generado reformas educativas en varios países de América Latina (PREAL, 2004). El problema se produce, cuando estudios internacionales, como el de Arnaiz & Ballester, (1999), Hirmas & Eroles, (2008) y el de Sowder (2007) demuestran que esto no ha sido suficiente y como se señala en el último estudio, es necesario cambiar la formación tradicional de los docentes, centrada en lo disciplinar, en especial cuando se requiere formar docentes de matemáticas que reconozcan la diversidad de los contextos, avances tecnológicos, los ritmos de aprendizaje de los estudiantes, las situaciones económicas, entre otras, para que de esta forma el docente actúe a partir de dicho reconocimiento y facilite el acceso al conocimiento matemático.

Con relación al conocimiento que debe tener un profesor de matemáticas, se han realizado varias investigaciones, donde se identifica una tensión de presencia y relación entre el conocimiento disciplinar en matemáticas y el conocimiento didáctico, este aspecto que ha sido estudiado por Shulman, citado por Ruiz (2010) y Bromme, citado por Valbuena (2007) plantean la necesidad de articular los contenidos matemáticos, con los contenidos propios de la didáctica, para comprender que el CDC es un cuerpo de conocimientos necesarios para que el docente pueda proponer, diseñar, resolver, gestionar y evaluar las diferentes actividades y situaciones que se presentan en el aula de clase en el momento de trabajar con las matemáticas.

Al respecto, Marcelo, citado por Valbuena (2007) plantean que el CDC “se configura como una de las contribuciones más poderosas y actuales de la investigación didáctica para la formación del profesorado” (p.34). En este sentido, como lo señalan Marks (1989) y Shulman (1999), es necesario desarrollar más investigación sobre los diferentes componentes, categorías, características, dimensiones e indicadores del CDC para seguir generando un cuerpo de conocimientos que fundamente y oriente la formación inicial y permanente de los docentes de matemáticas.

En este sentido, Shulman, citado por Bolívar (2005) plantea que dentro del desarrollo del conocimiento didáctico del contenido debe incluirse el estudio de un conocimiento sobre una materia específica, aspecto que permite recurrir a los posibles significados que se le dan a los objetos matemáticos a enseñar por parte de los EPMs.

En cuanto a la importancia sobre el análisis de los significados respecto al conocimiento sobre el objeto matemático a estudiar, uno de los objetos presentes a lo largo del desarrollo curricular a nivel básico y medio en la escuela, es la proporcionalidad. Al respecto, Valverde & Castro (2009) establecen diversas investigaciones donde se afirma que:

El conocimiento matemático de los maestros en formación frecuentemente es descrito como insuficiente (Ball, 1990; Even 1990; Graeber, Tirosh, y Glover, 1989; Reys, 1974; Simon, 1993; Wheeler, 1983) . Investigaciones en el contexto de los números racionales han mostrado que el conocimiento que los maestros en formación poseen acerca de este tópico es procedimental y escasamente conectado. (Graeber, Tirosh y Glover, 1989; Harel, Behr, Post y Lesh, 1994, citados en Lamon 2007) (p.2)

En este orden de ideas, se hace necesario analizar los significados del CDC desde un objeto matemático, como en este caso específico la proporcionalidad, por lo tanto la propuesta desarrolla la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los significados sobre el conocimiento didáctico del contenido que poseen los estudiantes para profesor de matemáticas del objeto proporcionalidad en los programas de formación de matemáticas LEBEM y LM?

Marco de referencia

El presente marco de referencia se estipula desde dos aspectos fundamentales que permiten determinar algunos elementos para el análisis del significado que poseen los EPMs sobre el objeto proporcionalidad: En primera instancia, se presentan tres referentes que han realizado avances significativos hacia la caracterización del CDC, aspectos fundamentales que sirven como antecedentes para la construcción de una posible red categorial que permita analizar y describir tipos de significados. En segunda instancia se hace alusión a investigaciones que permiten determinar algunas categorías frente a los significados que poseen los EPMs entorno a la proporcionalidad.

Con relación a esta investigación específica del CDC y de la formación de docentes, autores como Da Ponte (2012), Godino (2009), y Bolívar (1993) han realizado acercamientos al tipo de caracterizaciones que se pueden hacer de este tipo de conocimientos en los cursos de didáctica para la formación de docentes de matemáticas. De acuerdo a estas posturas se realiza una exposición de las dimensiones propuestas por cada una de estas investigaciones:

En primera instancia Da Ponte (2012) concentra sus investigaciones en la caracterización del conocimiento profesional del profesor a partir del análisis de los procesos de desarrollo, específicamente coloca su interés en la práctica educativa, concibiéndola como el núcleo fundamental del conocimiento didáctico del profesor. Realiza un acercamiento a las cuatro dimensiones que componen el CDC (Conocimiento de la matemática para su enseñanza; del alumnado y su proceso de aprendizaje; del currículo y del modo de gestión de ese currículo y de la práctica educativa.). El objetivo fundamental de la investigación sobre el conocimiento didáctico del profesor propuesto por Da Ponte, hace una mirada hacia la formación del profesorado a partir de la colaboración, la práctica y la reflexión sobre la práctica.

En segundo lugar, Bolívar (1993) realiza un estudio a las investigaciones de la época acerca de lo que se concibe como conocimiento del contenido y conocimiento didáctico del contenido a partir de un acercamiento a las relaciones entre componente disciplinar, pedagógico y didáctico con el fin de establecer una base para la formación de docentes en didácticas específicas. De manera inicial expone los planteamientos de Shulman (1986) quien tenía como objetivo investigar el desarrollo del conocimiento profesional durante la formación del profesorado y cómo transforman el contenido en representaciones didácticas y lo utilizan en la enseñanza. A partir de esta definición, se empieza a determinar que dentro del conocimiento didáctico se incluyen unos componentes específicos para su caracterización, Bolívar (1993) expone cinco componentes: conocimiento de la comprensión de los alumnos, conocimiento de los materiales curriculares y medios de enseñanza en relación con los contenidos y los alumnos; estrategias didácticas y procesos instructivos; conocimiento de los propósitos o fines de la enseñanza de la materia y concepciones; valores y creencias de lo que significa enseñar una determinada materia en un determinado nivel y contexto.

Finalmente, otra caracterización del conocimiento del profesor, es la realizada por Godino (2009) a partir del enfoque ontosemiótico (EOS) en el cual se proponen categorías de análisis para el conocimiento didáctico-matemático del profesor a partir de la articulación de seis dimensiones (epistémica, cognitiva, mediacional, ecológica, afectiva e interaccional). Este autor

plantea como metodología el análisis didáctico que permite un estudio de sistemas complejos y heterogéneos a partir de un modelo teórico fundamentado que permita caracterizar cada uno de los componentes.

Al respecto, Godino, citado por Lurduy (2012) define el significado de los objetos como “el conjunto de prácticas discursivas, operativas y normativas de una persona o una institución frente a una situación problema, puestas en relación y en contexto con las informaciones (epistemología)” (p.77). En este sentido, teniendo en cuenta que el estudio se centra sobre la caracterización de los significados de los EPMs en torno a la proporcionalidad, se establece como punto de partida el estudio de los significados institucionales y personales que se pueden llegar a identificar al interior de dos programas de formación inicial de profesores.

En cuanto a los significados institucionales, este autor plantea cuatro tipos de significado dentro del sistema de prácticas discursivas, operativas y normativas como lo son: el significado referencial, pretendido, implementado y evaluado. Éstos tienen unas relaciones dialécticas con los significados personales dentro de los que se encuentran el significado global, declarado y logrado. El conjunto de los aspectos mencionados anteriormente son un elemento fundamental para lograr caracterizar los significados sobre el CDC de los EPMs a propósito del objeto matemático proporcionalidad.

En segunda Instancia, se destacan las investigaciones realizadas por Valverde y Castro (2008), Valverde, Castro y Molina (2013) frente al empleo del análisis didáctico en un experimento de enseñanza con futuros maestros de educación primaria, donde se establecen los conocimientos puestos en juego durante la enseñanza de la proporcionalidad en la Universidad de Costa Rica. Estas investigaciones son antecedentes frente al trabajo sobre la formación inicial de profesores de matemáticas acerca de la proporcionalidad.

Al respecto, los autores destacan la necesidad de analizar los procesos didácticos que se generan al interior de los programas de formación con relación a este objeto matemático, dado que, éste se aborda en muchos espacios de la escuela primaria y se establece como un punto de referencia para el desarrollo de otro tipo de objetos matemáticos como las relaciones funcionales directas, co-variaciones, entre otros. Existen investigaciones como las expuestas por Ball, Even, Graeber, Tirosh, y Glover, Reys, Simon, Wheeler, citados por Valverde y Castro (2009) en torno a las dificultades que tienen los EPMs en cuanto al tratamiento y profundización sobre los objetos matemáticos y didácticos propios en matemáticas, en este caso frente a la proporcionalidad.

Ante este objeto de reflexión didáctica, Valverde y Castro (2009) establece la necesidad de tener una consciencia clara frente a la relevancia que tiene el análisis de las actuaciones de los estudiantes para profesor en cualquier tópico de las matemáticas. Por ende, se considera que este tipo de análisis relacionado con la formación de profesores de matemáticas entorno a la proporcionalidad constituye un material fundamental para orientar los procesos de formación en las facultades de educación.

Aspectos metodológicos preliminares

Teniendo en cuenta que los objetivos establecidos para el desarrollo de la investigación son:

- a) Identificar los significados personales sobre el conocimiento didáctico del contenido que poseen los estudiantes para profesor de matemáticas al finalizar su formación inicial sobre el objeto proporcionalidad en los programas de formación LEBEM y LM.

- b) Describir los significados personales de los estudiantes para profesor de matemáticas sobre conocimiento didáctico del contenido del objeto proporcionalidad a partir del marco conceptual de referencia.
- c) Caracterizar los significados personales de los estudiantes para profesor de matemáticas al finalizar su formación inicial sobre el conocimiento didáctico del contenido en los programas de formación seleccionados sobre el objeto proporcionalidad.

Según los objetivos propuestos, se retoman algunos aspectos mencionados por Godino y Font (s.f) retomando las ideas del Enfoque Ontosemiótico respecto a los significados:

Con relación a los significados institucionales se proponen los siguientes tipos:

- Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.
- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- Referencial: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido. En una institución de enseñanza concreta este significado de referencia será una parte del significado holístico del objeto matemático. La determinación de dicho significado global requiere realizar un estudio histórico – epistemológico sobre el origen y evolución del objeto en cuestión, así como tener en cuenta la diversidad de contextos de uso donde se pone en juego dicho objeto. (p. 2)

Ahora bien, respecto a los significados personales, los autores manifiestan la siguiente tipología:

- Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencial del sujeto relativas a un objeto matemático.
- Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.
- Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida. En el análisis del cambio de los significados personales que tiene lugar en un proceso de estudio interesará tener en cuenta los significados iniciales o previos de los estudiantes y los que finalmente alcancen. (p.2)

Ante este tipo de significados, la propuesta se centraría en analizar el tipo de significado referencial y pretendido a nivel institucional y el tipo de significado global que poseen los estudiantes sobre el CDC entorno al objeto proporcionalidad a nivel personal. Esto con el fin de realizar una comparación de presencia y relación entre los significados declarados por los programas de formación inicial de profesores con los significados que los estudiantes para profesores de matemáticas construyeron a lo largo del proceso inicial de formación con miras a contribuir con el problema de investigación planteado anteriormente.

Teniendo en cuenta lo anterior, la propuesta es de carácter cualitativo cuyo propósito fundamental constituye la identificación, descripción y caracterización de los hechos que se estudian. En estos términos, la propuesta es descriptiva, caracterizada por Morales (2010) de la siguiente manera:

Con estos estudios se busca exponer una situación, pero no se establecen los por qué. Nos dicen cómo están las cosas. Consisten en descripciones sistemáticas; en principio no se plantean hipótesis previas. Los instrumentos utilizados para recoger los datos son cuestionarios, encuestas documentación de archivos, entrevistas, guías de observación, etc. Estos estudios descriptivos se pueden orientar de muchas maneras. Una frecuente es la descripción de una situación, de un centro, de un grupo, etc. La población que se va estudiar está bien delimitada (e incluso la muestra puede coincidir con la población. (p. 12)

A partir de esta definición el trabajo se realizará con una muestra de estudiantes de los programas de formación de docentes de matemáticas de la UDFJC y la UPN que participan en espacios académicos en los que se finaliza su formación inicial de pregrado.

Con la situación de estudio y muestra de la población definidas, las fases que se llevarían a cabo en la propuesta de investigación serían:

- **Fase 1: Identificación:**

Determinación de un marco conceptual de referencia sobre el conocimiento didáctico del contenido, sus dimensiones, desarrollo y sustentación teórica frente al sistema de significados personales e institucionales desde el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática (EOS) propuesto por el grupo de investigación de Godino y colaboradores.

Diseño de supra-categorías, categorías y elementos para analizar que permitan la caracterización de los significados a partir de los referentes teóricos.

- **Fase 2: Descripción**

Elaboración de instrumentos de indagación y recolección de datos.

Para los significados institucionales referenciales y pretendidos se plantea una revisión documental de los syllabus de los espacios de formación en los cuales se proyectan los objetivos, actividades de aprendizaje, posibles referentes sobre las temáticas que se abordan, en este caso, específicamente sobre proporcionalidad.

En cuanto a los significados personales de los EPMs se plantea el diseño e implementación de una entrevista semi-estructurada cuyas preguntas irían enfocadas hacia las posibles formas de tratamiento y representación del objeto matemático que guiarán la forma en que se llevarían a cabo posibles procesos de diseño, gestión y evaluación en torno a la enseñanza y aprendizaje de la proporcionalidad.

- **Fase 3: Caracterización**

Sistematización – Análisis de la Información recolectada.

Para esta fase se prevé que, una vez ampliado el marco de referencia estipulado en la fase 1 y a partir de las categorías de análisis se realizará un Análisis Cualitativo de Contenido descrito por Piñuel (2002) como:

El conjunto de procedimientos interpretativos de procesos comunicativos (mensajes, textos o discursos) que proceden de procesos singulares de comunicación previamente registrados, y que, basados en técnicas de medida, a veces, cuantitativas (estadísticas basadas en el recuento de unidades), a veces cualitativas (lógicas basadas en la combinación de categorías). Tienen por objeto elaborar y procesar datos relevantes sobre las condiciones mismas en que se han

producido aquellos textos, o sobre las condiciones que pueden darse para su empleo posterior.
(p.2)

Piñuel (2002) abarca cuatro pasos para desarrollar un análisis cualitativo de contenido:

- a) Selección de la comunicación que será estudiada, este paso concuerda con la fase 2 de la metodología propuesta.

En términos del tipo de estudio que se debe realizar, los análisis serán de tipo descriptivo que tienen por objeto, en un marco de estudio dado, la simple identificación y catalogación de la realidad empírica de los textos o documentos, mediante la definición de categorías o clases de sus elementos.

- b) Selección de las categorías que se utilizarán, este paso incluye los elementos establecidos en la fase 1 de la metodología.
- c) Selección de las unidades de análisis.

Las unidades de análisis se establecen con base en las categorías propuestas sobre el objeto de estudio y permiten analizar el texto a partir de los escritos o expresiones planteadas en cada documento ubicándolas y codificándolas de acuerdo a las descripciones de cada una de las categorías.

- d) Selección del sistema de recuento y de medida.

El sistema de medida puede ser de tipo cualitativo y cuantitativo, en este caso, la propuesta usaría el recuento como elemento para evidenciar a partir de la codificación de las categorías en los documentos recolectados la frecuencia con la cual aparecen las unidades de análisis, con ello a partir de las mediciones estadísticas de los datos descriptivos, se marca la dirección desde la cual caracterizar los significados.

- **Fase 5:** Elaboración del informe final

Conclusiones parciales y/o alcances del proyecto

- La determinación de un marco conceptual de referencia que permita la constitución de una base teórica fundamentada que permita tomar categorías generales para la caracterización del CDC respecto a la proporcionalidad.
- Establecer una aproximación a las relaciones que se pueden determinar entre los significados que poseen los estudiantes para profesor de matemáticas de las dos universidades sobre la proporcionalidad y sus formas de enseñanza-aprendizaje a partir de la revisión bibliográfica que se ha venido consolidando.
- Realizar un aporte a los programas de formación en cuanto a las formas en las que los EPMs finalizan su proceso de formación inicial y los elementos de significado que permiten dar cuenta del componente relacionado con su conocimiento profesional en torno a la didáctica y su relación con los significados referenciales y pretendidos a nivel institucional.

Referencias y bibliografía

Arnaiz, P., & Ballester, F. (1999). La formación del profesorado en educación secundaria y la atención a la diversidad. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*.

- Bolívar, A (1993). *Conocimiento didáctico del contenido y la formación del profesorado*. El programa de L. Shulman.
- Bolívar, A. (2005) El Conocimiento Didáctico del Contenido y las Didácticas Específicas. *Revista Curriculum y formación del Profesorado*, 9(2). Universidad de Granada, España.
- Da Ponte, P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática*.(pp. 93-98). Barcelona: Graó.
- Godino, J. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J., & Font, V. (s.f.) Algunos desarrollos de la teoría de los significados sistémicos. Anexo al artículo “Significado institucional y personal de los objetos matemáticos”. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Hirnas, & Eroles, (2008). *Convivencia democrática, inclusión y cultura de paz: Lecciones desde la práctica educativa innovadora en América Latina*. UNESCO. Recuperado en <http://unesdoc.unesco.org/images/0016/001621/162184s.pdf>
- Lurduy, J (2012). *El sistema didáctico y el tetraedro didáctico. Elementos para un análisis didáctico de los procesos de estudio de las matemáticas. Pensamiento, Epistemología y Lenguaje Matemático* (pp.75-99). Bogotá, Colombia. Doctorado Interinstitucional en Educación.
- Marks, R. (1989). *What exactly is pedagogical content knowledge? Examples from mathematics*. Ponencia presentada en la aera Annual Conference, San Francisco. EEUU.
- Morales, P. (2010). *Planteamientos generales sobre investigación en educación y psicología. Métodos cuantitativos en educación*. Universidad Pontificia Comillas, Madrid Facultad de Ciencias Humanas y Sociales. Recuperado en <http://www.upcomillas.es/personal/peter/investigacion/Planteamientosgenerales.pdf>
- Piñuel, J (2002). *Epistemología, metodología y técnica de análisis de contenido*. Universidad Complutense de Madrid. Facultad de CC de la Información. Madrid, España. Recuperado en http://www.ucm.es/data/cont/docs/268-2013-07-29-Pinuel_Raigada_AnalisisContenido_2002_EstudiosSociolingüísticaUVigo.pdf
- PREAL. (2004). *Construcción de la Profesión Docente en América Latina*. Santiago de Chile: PREAL.
- Ruíz, A. (2010). Conocimientos y currículo en la educación matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 5(6), 107-141.
- Shulman, L. (1999). Foreword. En J. Gess Newsome, & N. Lederman (Eds.), *Examining Pedagogical Content Knowledge* (pp. 9-11). Londres: Kluwer Academic Publishers.
- Sowder. (2007). The mathematical education and development of teachers. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 157-223). Charlotte, NC: National Council of Teachers of Mathematics.

- Valbuena, E. (2007). *El conocimiento didáctico del contenido biológico: estudio de las concepciones disciplinares y didácticas de futuros docentes de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)*. Tesis doctoral. Departamento de Didáctica de la Ciencias Experimentales. Universidad Complutense de Madrid. España.
- Valverde, G., & Castro, E. (2008). Errores y estrategias incorrectas manifestadas por maestros en formación en problemas de proporcionalidad directa. *En Actas del las XIV Jornadas Thales Investigación en el Aula de Matemáticas*. Granada: SAEM Thales y Depto. Didáctica de la Matemática Universidad de Granada.
- Valverde, G., & Castro, E. (2009). Razonamiento proporcional: un análisis de las actuaciones de maestros en formación. *Indivisa, Boletín de Estudios e Investigación. Monografía XII*, 121-137.
- Valverde, G., Castro, E., & Molina, M. (2013). Empleo del análisis didáctico en un experimento de enseñanza con futuros maestros de educación primaria. En J.L. Lupiáñez, M. Molina, & L. Rico (Eds.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular* (pp. 211-230). Granada: Universidad de Granada.