Análise da produção escrita como estratégia para Licenciatura em Matemática

João Ricardo **Viola dos Santos**
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul
Brasil
jr.violasantos@gmail.com
Regina Luzia Corio de **Buriasco**
Universidade Estadual de Londrina
Brasil
reginaburiasco@hasner.com.br

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo apresentar a análise produção escrita como uma estratégia para o desenvolvimento de aspectos do *conhecimento matemático para ensino* (Ball e Bass, 2003). Os cursos de formação inicial de professores de matemática ainda se estruturam muito distantes da prática profissional do professor da educação básica e isto, nos impulsiona a buscar estratégias para superar esta dificuldade. Exploraremos alguns trabalhos que apresentam análises de produções escritas de alunos e realizaremos leituras dessas produções buscando identificar possibilidades da análise da produção escrita nos cursos de Licenciatura em Matemática. Apresentamos alguns indicativos e repertórios para os formadores de professores de matemática.

Palavras chave: análise da produção escrita, formação de professores, conhecimento matemático para o ensino.

Introdução

Se conversarmos com professores nos primeiros anos de carreira, não será difícil encontrar muitos se lamentando sobre sua formação inicial. *"Tudo o que eu aprendi de Análise e Variáveis Complexas não me serve para nada em minhas aulas /.../ uma coisa eram as discussões que realizávamos nas aulas de Didática sobre resolução de problemas, outra coisa é como implementar essa metodologia com 40 alunos em sala, sendo que minha eterna briga é conseguir fazer que eles me ouçam"*. Esses, entre outros depoimentos denunciam que nossos cursos de formação inicial, apesar das últimas mudanças, ainda continuam distantes da realidade da sala de aula de matemática. Muitas vezes professores afirmam que o que conta para ministrarem suas aulas são suas experiências práticas e suas lembranças enquanto alunos do Ensino Fundamental e Médio.

É possível que se formos investigar a prática profissional de algum desses professores veremos algumas atitudes pedagógicas, discussões matemáticas que contemplaram seu curso de formação inicial. Entretanto, é que os cursos de Licenciatura ainda não tomam a prática profissional do professor de matemática, a realidade na qual ele estará inserido quando se formar, as demandas e problemas que ele enfrentará para constituir as temáticas e elaborar o currículo.

Busquem um argumento para a disciplina de Calculo Diferencial Integral estar no currículo da Licenciatura que se constitua com referência nas discussões matemáticas do professor em sala de aula. Busquem um argumento sistematizado fruto de pesquisas com professores, com práticas pedagógicas de professores. Não encontraremos. Grande parte dos argumentos para essa entre outras disciplinas comporem a formação inicial do futuro professor é em relação à tradição e a questões políticas. Como salienta Liljedahl *et all* (2009)

> Para os futuros professores de matemática das escolas secundárias são exigidos conhecimentos de matemática que não são relevantes para a matemática do ensino secundário. A razão para isso é a tradição, ou seja, desde o período clássico para ser professor, primeiro o candidato teria que ser um matemático. Este pensamento tem mudando mundo pouco nos último 2500 anos. Futuros professores de matemática primeiro devem se tornar matemáticos (p. 29, nossa tradução).

Fiorentini *et all* (2002) em um estudo sobre cursos de formação inicial e continuada no Brasil apontam os seguintes problemas

> dicotomia entre teoria e prática; dicotomia entre disciplinas específicas e pedagógicas; distanciamento entre o que os professores aprendem na literatura e o que eles realmente necessitam na prática escolar; predominância de práticas de ensino e avaliações tradicionais (sobretudo por parte dos professores da área específica); ausência de uma formação histórica, filosófica, e epistemológica do saber matemático; do menor prestígio da licenciatura em relação ao bacharelado (p.144)

Constatamos que os problemas indicados na citação anterior confirmam nosso argumento, inicialmente esboçado, de que o curso de formação inicial não é elaborado tomando a prática profissional do professor como referência. Vários trabalhos (Lins, 2004; Moreira e David, 2005) corroboram nossas ideias e apresentam outras insuficiências dos cursos de Licenciatura em relação a prática diária de sala de aula de um professor de matemática.

Nesse contexto de conflitos de referências para a elaboração de cursos de formação inicial de professores de matemática uma possibilidade para tematizar práticas de sala de aula com os alunos é utilizar a análise da produção escrita de alunos da Educação Básica. Investigar a atividade matemática de alunos, seus processos de resoluções de questões por meio de seus trabalhos escritos pode ser uma via de trabalho na Licenciatura. Esse tema de investigação vem se apresentando como uma estratégia para se conhecer como os alunos elaboram estratégias de resolução problemas, como utilizam procedimentos matemáticos, como lidam com as questões de matemática (Stein, Grover e Henningsen, 1996; Buriasco, 2004; Viola dos Santos e Buriasco, 2008).

Neste trabalho temos por objetivo apresentar possibilidades da análise da produção escrita como estratégia para o desenvolvimento de aspectos do *conhecimento matemático para o ensino*. Tomaremos exemplos de trabalhos que analisaram produções de alunos da Educação Básica para exemplificar tais possibilidades e teceremos algumas considerações sobre essa temática nos cursos de formação inicial de professores.

Conhecimento Matemático para Ensino

Se pedíssemos a dez educadores matemáticos uma caracterização da matemática do professor de matemática, é possível que tivéssemos mais de onze respostas diferentes. Qual matemática o futuro professor precisa conhecer para ministrar efetivamente suas aulas na

Educação Básica? Que tipos de discussões matemática devem fazer parte da formação inicial? Qual a natureza desses conhecimentos e dessas discussões? Perguntas como essas ainda se configuram com poucas respostas. Esforços estão sendo feito por diversos pesquisadores e é nessa direção que pretendemos apresentar alguma contribuição.

Algumas caracterizações para a matemática do professor de matemática aparecem em construção na literatura em educação matemática (Lins, 2004; Ma, 2009; Rowland, Huckstep e Thwaites, 2005). Essas caracterizações buscam superar as dicotomias entre os domínios matemático e pedagógico do conhecimento do professor de matemática e explicitam especificidades do trabalho em sala de aula. Elas ultrapassam a caracterização de Schulman (1986) de *conhecimento pedagógico do conteúdo,* que apesar de se constituir como um importante marco teórico para caracterizações dos conhecimentos específicos de professores, em particular de professores de matemática, carece de especificidades, sistematizações empíricas, limites em sua utilidade (Lins, 2004; Ball, Thames e Phelps, 2008).

Neste trabalho tomaremos a caracterização da matemática do professor de matemática de Deborah Ball e colegas, o *conhecimento matemático para o ensino*. Teceremos considerações tomando, principalmente, como referências os trabalhos de Ball e Bass (2003) e Ball, Thames, Phelps (2008). Apresentaremos sua caracterização e como o trabalho com a análise da produção escrita pode contribuir para desenvolver aspectos desse conhecimento no futuro professor de matemática[1].

Para a caracterização do conhecimento matemático para o ensino, Ball e Bass (2003) tomam como fonte de investigação as práticas de professores de matemática, quais demandas matemáticas eles enfrentam em sala de aula, quais conhecimentos eles precisam para discutir uma determinada ideia ou procedimento matemático com seus alunos. Os autores afirmam que

> /.../ ao invés de investigar o que professores precisam conhecer olhando para o que eles ensinam ou examinando o currículo que utilizam, eles decidiram focar no próprio trabalho do professor, /.../ em como a matemática emerge dentro do núcleo de domínios de suas tarefas (p. 5-6, nossa tradução).

Uma primeira característica desse conhecimento é que ele envolve um trabalho matemático substancial que não está ligado a aspectos pedagógicos, mas sim a certas características e especificidades das ideias e procedimentos matemáticos (Ball e Bass, 2003). Por exemplo, quando professores estão discutindo algum método para resolver alguma operação e um aluno apresenta outro que não lhes é familiar, os professores precisam responder uma possível pergunta: será que isto é um método? Se for, será que funciona para todos os casos? Para os autores esse é um questionamento essencialmente matemático.

Uma segunda característica do conhecimento matemático para o ensino é que o conhecimento matemático precisa ser *desempacotado*. Para exemplificar esse conceito os autores afirmam que quando um professor começa a trabalhar com frações com seus alunos, estes ainda não têm a noção de número racional. Assim, após utilizarem as frações para representarem várias ideias, como distâncias e razões, por exemplo, e com a expansão da notação de valor posicional para os números decimais, daí emerge o conceito de numero racional. É preciso que o professor

[1] Ball, Thames e Phelps (2008), apresentam mais dois domínios para o Conhecimento Matemática para o Ensino, conhecimento horizontal de matemática, e conhecimento curricular. Devido ao escopo desse artigo não faremos considerações a esses domínios.

tenha essa ideia de como um conceito matemático emerge nas discussões com os alunos, ele precisa ter esse conhecimento de *desempacotamento* das ideias matemáticas. Ball e Bass (2003) ressaltam que para o trabalho com a matemática essa característica da formalidade e da abstração das ideias matemáticas é extremamente útil, entretanto ela é inadequada para o trabalho do professor de matemática.

Uma terceira característica para o conhecimento matemático para o ensino é sua conectividade com o domínio matemático no nível estudado, bem como com as ideias matemáticas desenvolvidas e estendidas ao longo do tempo. O professor precisa ter um horizonte maior dos temas e das relações entre eles para que possam conectar as ideias que os alunos aprendem. Fazer conexões de alguma ideia nos domínio da geometria, aritmética e álgebra, por exemplo. Como a multiplicação de dois números pode ser o valor da área de uma figura, e como essa multiplicação pode ser comutativa, estendendo para quaisquer números (Ball e Bass, 2003).

Em 2008, Deborah Ball, Mark Hoower Thames e Geoffrey Phelps apresentaram uma sistematização para o conhecimento matemático para o ensino, caracterizando-o por meio de quatro domínios, *conhecimento comum do conteúdo*, *conhecimento especializado do conteúdo, conhecimento do conteúdo e dos estudantes, e conhecimento do conteúdo e do ensino*. Eles definem conhecimento matemático para o ensino como “um conhecimento matemático ‘decorrente do ensino’, em outras palavras, um conhecimento matemático necessário para executar tarefas recorrentes do ensino de matemática para os estudantes (Ball, Thames, Phelps, 2008, p.399, nossa tradução)”. Apresentaremos uma breve caracterização desses quatros domínios utilizados neste trabalho.

O primeiro domínio, *conhecimento comum do conteúdo*, os autores caracterizam como o conhecimento e habilidades matemáticas que são utilizadas em outros contextos além do ensino. Os professores precisam conhecer a resposta correta de uma soma de fração, por exemplo. Eles precisam reconhecer quando o livro apresenta uma definição incorreta. Para os autores, “o comum [nesse domínio] sugere que qualquer pessoa tem este conhecimento e que ele não é específico do ensino (p.399, nossa tradução)”.

Já o segundo domínio, *conhecimento especializado do conteúdo*, diz respeito a habilidades e conhecimentos matemáticos específicos do ensino. Este domínio é característico da prática pedagógica do professor. Entre outras características o professor necessita compreender diferentes interpretações das operações; diferentes interpretações para a ideia de subtração e divisão, por exemplo; eles precisam saber *desempacotar* o conhecimento matemático para poder auxiliar na compreensão dos conceitos pelos alunos; precisam ser capazes de falar explicitamente sobre como a linguagem matemática é utilizada; precisam saber utilizar diferentes representações matemáticas que são mais adequadas em diferentes contextos.

O terceiro domínio, *conhecimentos do conteúdo e dos alunos*, é “um conhecimento que combina saberes sobre os estudantes e a matemática. Professores precisam antecipar o que provavelmente os alunos pensam e em que eles podem se confundir (p.401, nossa tradução)”. Nesse domínio os professores precisam ser capazes de escutar e interpretar as ideias incompletas dos alunos; promover interações entre compreensões matemática específicas e o modo de pensamento dos alunos. O conhecimento do professor nesse domínio é “um amálgama do conhecimento sobre o conteúdo e sobre os estudantes, que envolve uma ideia ou procedimento matemático particular e a familiaridade com o que os alunos pensam ou fazem (p.401, nossa tradução)”.

O quarto e último domínio, diz respeito aos *conhecimentos do conteúdo e do ensino*. Este domínio combina conhecimentos em relação ao conteúdo e também ao ensino desse conteúdo. Segundo os autores, "cada tarefa requer uma interação entre uma compreensão matemática específica e uma compreensão das questões pedagógicas que afetam a aprendizagem dos alunos (p. 401, nossa tradução)". Neste domínio estão questões relativas à utilização de uma determinada linguagem ou metáfora que pode ajudar ou dificultar na aprendizagem de determinados tópicos matemáticos. Semelhante ao terceiro domínio, "o conhecimento do conteúdo e do ensino é um amálgama que envolve uma ideia ou procedimento matemático particular e uma familiaridade com princípios pedagógicos para o ensino de um tópico particular (402)".

Deborah Ball e seus colegas apresentam, em outros artigos, exemplificações e mais características do conhecimento matemático para ensino. Entretanto, dado o escopo deste artigo e seu objetivo, iremos focar nossas discussões nesses quatro domínios. Apresentaremos possibilidades da análise da produção escrita como estratégia para o desenvolvimento de aspectos do conhecimento matemático para o ensino. Teceremos a seguir algumas considerações sobre a análise da produção escrita.

Análise da produção escrita

A análise da produção escrita tem-se revelado um caminho para conhecer aspectos da atividade matemática dos alunos. Vários trabalhos apontam suas possibilidades enquanto meio de leitura de como alunos interpretam enunciados de questões, quais estratégias elaboram, e como elaboram, quais procedimentos utilizam, e como utilizam, quais são as dificuldades em relação ao contexto do problema, quais obstáculos relacionados à linguagem do enunciado, ou seja, vários trabalhos apresentam características de como alunos da Educação Básica lidam com questões de matemática e de que maneira constroem seus processos de resolução de questões de matemática (Kazemi e Franke, 2004; Buriasco, 2004; Viola dos Santos e Buriasco, 2008; D'ambrosio, Kastberg, Lambdin, 2007).

O trabalho de Kazemi e Franke (2004) apresenta resultados de uma pesquisa com um grupo de professores investigando coletivamente a produção escritas de alunos. Os professores trabalhando coletivamente, durante um ano, e investigando produções escritas desenvolveram um profundo conhecimento sobre o pensamento matemático de seus próprios alunos. Uma primeira mudança segundo as autoras foi que os professores começaram a dar mais atenção aos detalhes das produções escritas de seus alunos e consequentemente à atividade matemática deles. Uma segunda mudança foi que os professores começaram a desenvolver possíveis trajetórias instrucionais em matemática. Como afirma Kazemi e Franke, o

> uso da produção escrita dos alunos tem um potencial de influenciar o discurso profissional sobre o ensino e a aprendizagem, engajar os professores em ciclo de experimentação e reflexão e mudar o foco dos professores de uma pedagogia geral para uma particularmente conectada a seus próprios alunos (p.204, 2004, nossa tradução).

Para Buriasco (2004) a análise da produção escrita dos alunos configura-se como uma alternativa para o diálogo sobre as investigações que tanto o professor quanto seus alunos fazem durante o processo de aprender e ensinar matemática na escola.

Estudos desenvolvidos no interior do GEPEMA[2] (entre eles Buriasco, 2004; Nagy-Silva, Buriasco, 2005; Viola dos Santos e Buriasco, 2008; Viola dos santos, Buriasco e Ferreira, 2010) dizem respeito à ideia de avaliação como prática de investigação, apontam na direção de que a interpretação de observações feitas frequentemente a respeito do trabalho desenvolvido pelos estudantes em sala de aula, a reflexão sobre elas podem fornecer um 'retrato' do processo de ensino e de aprendizagem. Desse modo, durante o processo de formação do estudante, o professor, por meio da análise da produção escrita dos estudantes, pode obter vários "retratos" de um mesmo processo, em tempos e condições diferentes. Retratos que possibilitarão que ele questione qual matemática os estudantes estão aprendendo, que entendimento estão tendo do que é trabalhado em sala de aula, quais dificuldades estão apresentando, bem como o que pode ser feito para que estas sejam superadas por eles.

Para este trabalho, por conveniência, foram escolhidos os artigos de Dalto e Buriasco (2009), Santos e Buriasco (2010) e D'Ambrosio, Kastberg e Viola dos Santos (2010). Foram feitas leituras desses trabalhos, em particular de suas analises buscando apontar possibilidades de utilizar a análise da produção escrita como uma estratégia para o desenvolvimento de aspectos do conhecimento matemática para o ensino. Essas leituras foram feitas segundo alguns indicativos da metodologia de análise de conteúdo (Bardin, 2004)

A análise da produção escrita como estratégia para desenvolvimento de aspectos do *conhecimento matemático para o ensino*

Faremos breves considerações dos trabalhos e em seguida discutiremos suas possibilidades.

Dalto e Buriasco (2009) analisaram a produção escrita de alunos da Educação Básica do Paraná, buscando identificar quais foram os problemas que os alunos resolveram a partir do problema proposto. Segundo a classificação dos autores,

> "Problema Proposto aquele que constava originalmente na Prova e que se esperava que fosse resolvido pelo estudante, e Problema Resolvido aquele que, mediante a produção escrita, inferiu-se que cada estudante resolveu como resultado da interpretação que fez do Problema Proposto (456)".

A questão estudada:

Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R$60,00 mais R$18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R$24,00 mais R$36,00 por hora de trabalho. Sendo t o tempo, medido em horas, para quais valores de t o encanador A fica mais barato que o B?

Uma característica dos problemas resolvidos é que as estratégias e procedimentos que os alunos utilizaram para resolvê-los serviriam também para resolver o problema proposto. Segundo os autores, a dificuldade dos alunos está mais na interpretação do problema proposto, pois a

[2] GEPEMA - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática e Avaliação - Universidade Estadual de Londrina - http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/

resolução do problema resolvido envolve praticamente os mesmos procedimentos que resolveriam o problema proposto. Segue o enunciado de um dos problemas resolvidos:

> Um encanador A cobra por cada serviço feito um valor fixo de R$ 60,00 **ou** R$ 18,00 por hora de trabalho. Um outro encanador B cobra um valor fixo de R$ 24,00 **ou** R$ 36,00 por hora de trabalho. Em qual das opções o encanador A fica mais barato?

Segundo Dalto e Buriasco (2009)

> Na solução desse problema resolvido, os estudantes desconsideraram o preço fixo cobrado pelos dois encanadores para serviços de qualquer hora de duração. Tal fato pode ser claramente verificado, na resposta dada por um aluno, “A partir do momento que ao contratarmos o encanador A por horas se tornará mais barato por que ele cobra R$ 18,00 a hora e o encanador B cobra R$ 36,00.

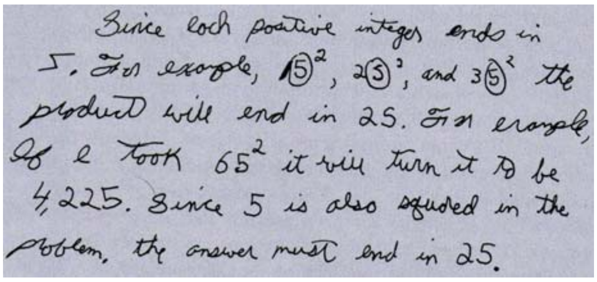
Por meio da análise desses autores, podemos primeiramente conhecer aspectos do conteúdo e dos estudantes, ou seja, o terceiro domínio do conhecimento matemático para o ensino. Dalto e Buriasco identificaram possíveis problemas resolvidos que os alunos interpretaram e resolveram a partir de um problema proposto. Conhecer sobre essas possíveis interpretações dos alunos auxilia os professores a elaborarem e proporem problemas, como também a explicitarem essas possíveis diferenças na interpretação. Ter conhecimento de que as estratégias que os alunos utilizaram nos problemas resolvidos, serviriam também para resolver o problema proposto, mostra ao professor que uma das grandes dificuldades dos alunos está nos processos de interpretar enunciados dos problemas. Isto nos leva a considerar a linguagem que é utilizada nos problemas. Neste ponto a análise da produção escrita poderia desenvolver aspectos do quarto domínio do conhecimento matemático para o ensino que diz respeito aos conhecimentos sobre o conteúdo e o ensino.

O trabalho de D’Ambrosio, Kastberg e Viola dos Santos (2010) apresenta uma análise de uma questão que envolve a apresentação de justificativas para uma afirmação matemática. Essa questão foi utilizada na Avaliação Nacional do Progresso da Avaliação do ano de 1996 dos Estados Unidos (NAEP) e as produções escritas utilizadas para o estudo foram de 20 alunos estadunidenses que realizaram a avaliação. Segue a questão:

> Esta questão requer que você mostre seu trabalho e explique seu raciocínio. Você pode usar desenhos, palavras e números na sua explicação. Sua resposta deve ser suficientemente clara para que outra pessoa possa ler e entender seu pensamento. É importante que você mostre todo o seu trabalho.
>
> $$15^2 = 225$$
> $$25^2 = 625$$
> $$35^2 = 1225$$
>
> Os exemplos acima sugerem a seguinte informação: *Quando um número inteiro positivo que acaba em 5 é elevado ao quadrado, o resultado é um número inteiro que termina em 25.* Explique por que esse resultado é sempre verdadeiro. Dica: $(10n + 5)^2 = ?$

Segundo os autores os alunos utilizaram diversas abordagens para resolver a questão, desde respostas que apresentavam alguns exemplos como aquelas que justificavam algebricamente a afirmação matemática. Um aluno apresentou a seguinte resposta para o problema: "*Isto é um fato. O que há para provar?*". Essa resposta mostra uma visão sobre matemática na qual não há a necessidade de se provar, mas apenas de realizar cálculos.

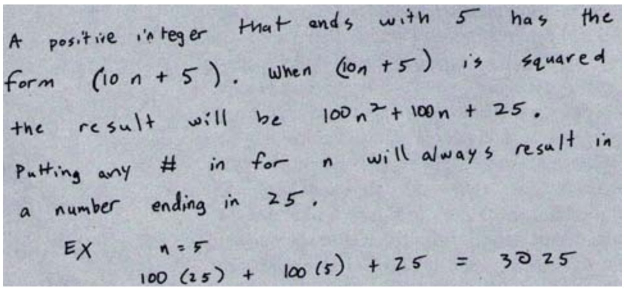
Em outras produções temos alunos que apresentaram alguns exemplos numéricos e a partir disso concluem que a afirmação sempre é verdadeira. Para os autores esses alunos "estão convencidos que exemplos são suficientes para explicar o que está acontecendo com a afirmação (p.490, nossa tradução)". Há produções nas quais os alunos identificam padrões nos exemplos e apresentam suas justificativas. Segue uma produção



Since each positive integer ends in 5. For example, 15^2, 25^2, and 35^2 the product will end in 25. For example, If I took 65^2 it will turn it to be 4,225. Since 5 is also squared in the problem, the answer must end in 25.

Figura 1 - Resolução de um aluno para a questão[3]

Na análise da produção escrita de alunos os autores encontraram produções nas quais os alunos utilizaram a dica para justificar a afirmação matemática. Segue a produção



A positive integer that ends with 5 has the form $(10n + 5)$. When $(10n+5)$ is squared the result will be $100n^2 + 100n + 25$. Putting any # in for n will always result in a number ending in 25.

EX $n = 5$

$100(25) + 100(5) + 25 = 3025$

Figura 2 - Resolução de um aluno para a questão[4]

Esse aluno manuseia o binômio mostrando a forma do número e ainda apresenta um exemplo em sua resolução. Segundo os autores por meio da análise da produção podem-se constatar diferentes concepções sobre como se justifica uma afirmação matemática e quais são as abordagem dos alunos para provas algébricas. Segundo eles

> os professores precisam passar mais tempo construindo com os alunos compreensões do que vale como uma prova e uma justificativa. Os alunos têm poucas experiências em

[3] Já que cada inteiro positivo acaba em 5. Por exemplo, 15^2, 25^2, e 35^2 o produto acabará em 25. Por exemplo se eu pegar 65^2 ele vai ficar 4,225. Já que no problema 5 também é elevado ao quadrado a resposta de acabar em 25 (nossa tradução).

[4] Um número inteiro positivo que acaba com5 tem a forma (10n+5). Quando (10n+5) é elevado ao quadrado o resultado é $100n^2 + 100n + 25$. Colocando qualquer número para *n* sempre resultará em um número que acaba em 25. Ex. nº 5, 100(25) + 100(5) + 25 =3025 (nossa tradução).

> utilizar a álgebra para descrever padrões aritméticos e com isso provar generalizações deles (p.493, nossa tradução).

Em relação ao conhecimento matemático para o ensino, este trabalho oportuniza uma análise na qual é possível conhecer sobre o terceiro domínio, conhecimento sobre o conteúdo e os alunos. Para muitos alunos que apresentaram exemplos como justificativas para mostrar que a afirmação é sempre verdadeira, esse é o modo correto para resolver a questão. Não adianta apenas dizer que o aluno está errado, mas é preciso investigar quais são suas ideias sobre a temática que está sendo trabalhada, neste caso abordagens de formas de demonstrações algébricas. Futuros professores precisam conhecer qual é a visão de prova e demonstrações de afirmações matemáticas para, a partir disso, propor atividades que possam provocar transformações nos modos dos alunos pensarem. Assim, a partir da análise da produção escrita, neste caso, podemos primeiramente conhecer aspectos do conteúdo e dos alunos e, depois, conhecer aspectos do conteúdo e do ensino, elaborando atividades nas quais os alunos possam explicitar diferenças e mudar suas concepções sobre um determinado tópico.

O trabalho de Santos e Buriasco (2010) teve como propósito compreender como alunos do Ensino Médio lidam com uma questão discursiva não-rotineira de matemática. A questão estudada é um problema utilizado nas avaliações do PISA:

Na escola de Marli, o professor de ciências aplica provas que valem 100 pontos. Marli obteve uma média de 60 pontos nas primeiras quatro provas de ciências. Na quinta prova, ela conseguiu 80 pontos. Qual a média da Marli em ciências após as cinco provas?

As autoras fazem suas análises apresentando algumas produções escritas dos alunos, como segue,

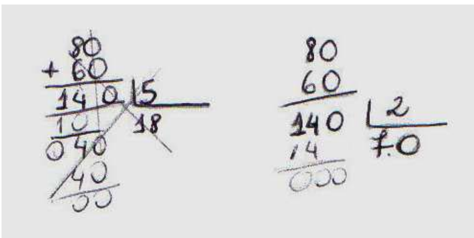


Figura 3 - Resolução presente na prova E122A

Por meio da produção escrita desse aluno acreditamos que ele tem algum conhecimento sobre como calcular a média e mesmo que ele não tenha apresentado uma resposta para o problema, acreditamos que ele elaborou uma estratégia e apresentou uma resposta que foi o resultado da divisão de 140 por 2. Segundo as autoras o aluno

> provavelmente considerou que Marli obteve 60 pontos após as quatro provas, e que pode ter interpretado que a média seria obtida dividindo o total de pontos obtidos pela quantidade de notas diferentes. Acredita-se também que esse estudante possa ter considerado que, apresentado os algoritmos das operações realizadas, ele estaria respondendo à questão (p.112).

Em outra prova apresentada no trabalho vemos que mesmo o aluno não apresentando os algoritmos das operações da maneira correta é possível inferir sobre seu modo de resolver a questão, ou seja, as estratégias que elaborou e os procedimentos que utilizou. Segundo Santos e Buriasco (2010),

> Provavelmente esse estudante interpretou que a soma das notas das quatro primeiras prova de Marli foi de 60 pontos e que, para obter a média de Marli após as cinco provas, ele precisaria adicionar a essa soma a nota da quinta prova (p.110).

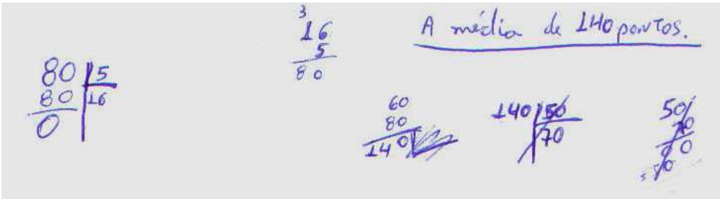


Figura 4 - Resolução presente na prova E021A

De maneira geral, Santos e Buriasco (2010) sugerem que por meio da análise da produção escrita "foi possível identificar as estratégias adotadas e que alguns estudantes relacionaram o contexto em que a questão é apresentada com outro contexto ou com outras informações".

Nesse trabalho também podemos conhecer sobre o terceiro, conhecimento do conteúdo e dos alunos, e quarto, conhecimento do conteúdo e do ensino, domínios do conhecimento matemático para o ensino. Em relação à primeira produção escrita temos que o aluno mesmo não apresentando resposta para o problema, o próprio procedimento, possivelmente, já serviu para ele como resposta. Em relação à segunda produção escrita temos as relações que os alunos estabelecem com outros contextos nos quais eles estão inseridos e como essas relações interferem nos processos de resoluções de problemas. Conhecer essas características em relação ao conceito de média e como ele é conceitualizado e utilizado pelos alunos está relacionado ao quarto domínio de conhecimento.

Em relação aos três trabalhos em tela, temos que a análise da produção escrita se apresentou como estratégia para desenvolver aspectos do terceiro e quarto domínios do conhecimento matemático para o ensino. Ela pode oportunizar a futuros professores a conhecer sobre o conteúdo e seus alunos bem como conhecer sobre conteúdo e seu ensino. Como afirmamos no segundo trabalho, D'ambrosio, Kastberg e Viola dos Santos (2010), a partir de conhecimentos de como os alunos lidam com um determinado tópico (terceiro domínio), os futuros professores podem elaborar estratégias mais adequadas para trabalhar com seus alunos (quarto domínio).

A produção escrita também pode servir como estratégia para desenvolver aspectos do segundo domínio do conhecimento matemático do professor, conhecimento especializado do conteúdo. Os alunos da Licenciatura podem fazer investigações com alunos da Educação Básica analisando como eles lidam com certos problemas matemáticos. Uma ideia seria utilizar três representações da ideia de função, construir três problemas "diferentes" e aplicar em uma sala. Os futuros professores ao investigar como alunos da Educação Básica lidam com esses problemas estariam aprendendo sobre diferentes representações de uma ideia, em que tipo de representação eles tiveram um melhor desempenho, entre outras coisas. Outro exemplo seria os alunos da Licenciatura utilizarem os problemas resolvidos do trabalho de Dalto e Buriasco (2009) e investigarem como os alunos da escola básica lidam com aqueles problemas e quais relações existem nestas resoluções com aquelas apresentadas por esses autores em relação ao problema proposto. A partir de trabalhos como esses, os futuros professores conheceriam aspectos do conhecimento matemático para o ensino e a análise da produção escrita serviria como mote para esse trabalho.

Algumas considerações

A análise da produção se apresenta como uma estratégia para o desenvolvimento de aspectos do conhecimento matemático para o ensino. Por meio de discussões de produções escritas de alunos podemos oportunizar aos professores em formação inicial conhecimentos sobre aspectos do terceiro e quarto domínio, ou seja, conhecimentos sobre o conteúdo e os alunos, e conhecimentos sobre o conteúdo e o ensino. Os futuros professores por meio de produções escritas de alunos podem conhecer modos como os alunos interpretam enunciados de problemas, quais relações que constroem dentro da linguagem do problema, como utilizam procedimentos, como lidam com as questões matemáticas. A partir de investigações que os futuros professores possam fazer analisando como os alunos da Educação Básica lidam com problemas matemáticos por meio de suas produções escritas, podemos oportunizar conhecimentos do segundo domínio, conhecimento especializado do conteúdo.

Por meio de discussões da produção escrita podemos também oportunizar experiências nas quais os licenciandos possam repensar seus modos de resolução dos problemas. Muitas vezes não se discutem as diversas maneiras de resolver problemas e com isso eles não conseguem elaborar outras resoluções para problemas que já sabem um meio de resolver. É importante que o professor de matemática não fique apenas com um modo de resolver determinados problemas, mas sim que ele tenha repertórios de estratégias de resolução.

Construir essa sensibilidade para professores reconhecer diferenças e saber lidar com elas é uma tarefa do curso de formação inicial.

A prática pedagógica e profissional do professor de matemática precisa ser tomada como referência para estruturar os cursos de formação inicial de professores de matemática. Formamos professores de matemática cuja profissão é educar matematicamente os alunos buscando problematizar suas vidas e construir posturas críticas para lidar com o mundo. Para isso é primordial caracterizar que conhecimentos matemáticos devem fazer parte dos repertórios do professores, e o conhecimento matemático para o ensino nos parece uma caminho promissor. Neste caminho a produção escrita e os trabalhos de análise da produção escrita podem servir como estratégia para o desenvolvimento de aspectos desse conhecimento matemático.

Bibliografia e referências

BALL, D.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching (2002) In B. Davis, E. Simmt (Eds). *Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Study Group*. p. 3-14. Edmonton, Alberta. Canada.

BALL, D.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. C. (2008) Content Knowledge for Teaching: What make it special? *Journal of Teacher Education* 59, n. 5, p. 389-407.

BARDIN, L. *Análise de conteúdo* (2004). 3 ed. Lisboa: Edições 70 Ltda.

BURIASCO, R. L. C. Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido (2004). IN: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. A. (orgs). *Conhecimento Local e Conhecimento Universal: a aula e os campos do conhecimento*. Curitiba: Champagnat.

DALTO, J. O.; BURIASCO, R. L. C. (2009) Problema proposto ou problema resolvido: qual a diferença?. *Educação* e Pesquisa v. 35, p. 449-461.

D'AMBROSIO, B., KASTBERG, S.; LAMBDIN, D. Designed to differentiate: what is NAEP measuring? (2007) In: KLOOSTERMAN, P.; LESTER JR, F. (Ed.) *Results and interpretations of the 2003 mathematics assessments of the National Assessment of Education Progress*. Reston, VA: NCTM.

D'AMBROSIO, B.; KASTBERG S.; VIOLA DOS SANTOS, J. R. (2010) Learning from Student Approaches to Algebraic Proofs. *The Mathematics Teacher* v. 103, p. 3-13.

FIORENTINI D. *et all*. Formação de professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira (2002). *Educação em Revista*, n. 36, p.137-160.

KAZEMI, E..; FRANKE,M. (2004) Teacher Learning in Mathematics: Using Student Work to Promote Collective Inquiry. *Journal of Mathematics Teacher Education* 7, p.203-235.

LIJEDAHL, P. et all. Components of Mathematics Teacher Training (2009). In: EVEN, R.; BALL, D. (Ed.) *The professional Education and Development of Teachers of Mathematics.* New York, Springer.

LINS, R. C. Characterizing the mathematics of the mathematics teacher from point of view of meaning production (2004). In: ICME, 10., Copenhagen-Denmark. *Proceedings***…**Copenhagen.

MA, L. *Saber e Ensinar Matemática Elementar* (2009). 1ª Ed. Lisboa. Gradiva.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. *A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente (2005)***.** Belo Horizonte: Autêntica, 120p.

NAGY-SILVA, M. C.; BURIASCO, R. L. C. (2005) Análise da Produção Escrita em Matemática: algumas considerações. *Ciência & educação*, v. 11, n. 3, p. 449-511.

ROWLAND, T.; HUCKSTEP, P.; THWAITES, A. (2005) Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education* 8, p.255–281

SANTOS, E. R.; BURIASCO, R. L. C. (2010) Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em uma Questão Não Rotineira de Matemática. *Unión - Revista Iberoamericana de Educação Matemática*, n. 24, p.103-115.

STEIN, K., M.,; GROVER, B., W.; HENNINGSEN, M (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used Reform Classrooms. *American Educational Research Journal.* v. 33, n. 2, pp. 455-488.

SHULMAN, L. S. (1986) Those who understand: knowledge Growth. *Teaching Educational Research*, v.15, n.2, p.4-14.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. ; BURIASCO, Regina L.C (2008) Uma Análise Interpretativa da Produção Escrita em Matemática de Alunos da Escola Básica. *Zetetike* v. 16, p. 11-43.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. ; BURIASCO, Regina L.C.; FERREIRA (2010) Interpretações de alunos da Educação Básica para a idéia de recorrência em uma questão aberta de matemática. *Educação Matemática Pesquisa (Impresso)*, v. 12, p. 143-163.