Processo de ensino de função e representações semióticas

Deise Pedroso **Maggio**
Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ
Brasil
deisemaggio@yahoo.com.br
Cátia Maria **Nehring**
Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ
Brasil
catia@unijui.edu.br

Resumo

O presente texto objetiva abordar um resultado significativo emergente da análise de episódios de ensino do conceito de função. A coleta dos dados aqui analisados sucedeu-se por meio de gravações em vídeo da professora em sala de aula. As análises dos dados nortearam-se pelo foco seguinte: estratégias de ensino utilizadas na gestão das conversões e tratamentos e propriedade (s) utilizada (s) nas representações semióticas do conceito de função. E pelos pressupostos teóricos de Duval (1988a, 1993, 2003 e 2009), Tardif (2003) e Borges (2004). Observa-se que a professora, apesar de propor atividades de conversão em seus planejamentos de ensino para o conceito de função, recorre frequentemente a tratamentos no registro de representação semiótico da língua natural para conduzir o ensino de função. Em seus discursos é presente a reformulação de enunciados e a substituição de expressões na língua natural escrita por outras referencialmente equivalentes na língua natural discursiva.

Palavras - chave: ensino, gestão, função, representações semióticas.

Introdução

Este trabalho aborda um resultado significativo emergente das análises dos planejamentos de ensino do conceito de função organizados e conduzidos por uma professora que tem ciência da teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2000, 2003 e 2004). O resultado constitui um trabalho maior que é a pesquisa de Mestrado que está sendo desenvolvida e encaminhando-se para a sua finalização, junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ (Brasil).

No intuito de almejar o objetivo deste trabalho, na primeira seção são explicitadas as contribuições de Duval (1988a, 1993, 2003 e 2009) para o ensino do conceito de função. Na segunda seção, é apresentado, de forma breve, um levantamento das pesquisas realizadas no Brasil que enfocam o conceito de função e suas representações semióticas. Na terceira seção são apresentadas as análises de algumas situações de aprendizagem do conceito de função que compõem as aulas vídeo - gravadas do ensino de função e; algumas ponderações finais.

Contribuições de Duval para o ensino de função

A teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (1988a, 1993, 2003 e 2009) é uma teoria cognitivista e da aprendizagem, concerne à aquisição e organização de situações de aprendizagem de conceitos matemáticos. O teórico que desenvolve estudos relativos à Psicologia Cognitiva contribui com a área da Matemática, aponta a conversão como condição necessária para a aprendizagem dos conceitos matemáticos.

A noção de congruência e não - congruência semântica no contexto da matemática é apresentada ineditamente por Duval (1988a), a qual é um fenômeno característico da atividade de conversão assim como também é a heterogeneidade dos dois sentidos da conversão. A substitutividade, ou seja, a substituição de uma expressão por outra, é uma característica essencial do funcionamento cognitivo do pensamento matemático e; os fenômenos de congruência e não-congruência são importantes para essa substitutividade (1988a). A substitutividade é uma propriedade intrínseca aos registros de representação semióticos (1988a).

A noção de representações semióticas é abordada principalmente por Duval (1993). Representações semióticas "[...] são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações semióticas que revelam sistemas semióticos diferentes" (DUVAL, 1993, p. 2). São representações semióticas: língua natural, sistemas de escrita (numérico, algébrico e simbólico), figuras geométricas e gráficos cartesianos (DUVAL, 2003).

As representações semióticas têm um papel fundamental na atividade matemática. Os objetos matemáticos "[...] não são diretamente acessíveis na percepção, ou numa experiência intuitiva imediata, como estão os objetos dito "reais" ou físico"!" (DUVAL, 1993, p. 1). As representações semióticas, não são somente necessárias para comunicar as representações mentais, são necessárias para a atividade cognitiva do pensamento humano, para o pensamento matemático. E o desenvolvimento das representações mentais depende da interiorização das representações semióticas (DUVAL, 1993).

Na atividade matemática é essencial mobilizar muitos registros de representação semiótica concomitantemente. O recurso a muitos registros é condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que os mesmos possam ser reconhecidos em cada uma de suas representações. A apreensão ou produção de uma representação semiótica, ou seja, a *semiose* é inseparável da apreensão conceitual de um objeto (conceito, conteúdo), ou seja, da noesis. Não há *noesis* sem semiosis (DUVAL, 1993).

Segundo Duval (1993) um sistema semiótico é um registro de representação porque permite três atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiose: formação de uma representação identificável, tratamento e conversão.

A formação de uma representação identificável sugere a seleção de informações concernentes ao conteúdo a representar. A seleção é realizada de acordo com as regras de formação próprias do registro em que a representação é produto. Por exemplo, regras gramaticais para as línguas naturais e regras de formação para os sistemas formais (linguagem matemática) (DUVAL, 1993).

O tratamento de uma representação é uma transformação interna a um registro. Por exemplo, a paráfrase e a inferência são formas de tratamento em língua natural (DUVAL, 1993). A paráfrase “[...] ‘reformula’ um enunciado dado em outro seja para substituí-lo seja para explicá-lo” (DUVAL, 2009, p. 57).

A conversão de uma representação é uma transformação externa ao registro de início. Por exemplo, a descrição é a conversão de uma representação não verbal (gráfico, por exemplo) em uma representação lingüística; a descrição não é a mesma descrição que se faz de um objeto ou situação não representada semioticamente. Não existem regras de conversão, existe somente regras de tratamento; por exemplo, no registro da língua natural há poucas regras de tratamento para a expansão discursiva de um enunciado completo (DUVAL, 1993).

Segundo Duval (1993), com base em outro estudo seu[1], somente duas das três atividades cognitivas ligadas à semiose são levadas em consideração no ensino de matemática: formação de uma representação identificável e tratamento. A conversão, principalmente em seus dois sentidos, é que é relevante para a aprendizagem em matemática e que necessita ser levada em consideração nas atividades de ensino (DUVAL, 2003).

Voltando a noção de congruência e não - congruência que são peculiares às atividades de conversão. Duval (1993, p.13), impulsionado pela análise de Clark & Chase (1972, p. 2) da congruência entre imagem e frase, aponta três critérios de congruência: “a possibilidade de uma correspondência ‘semântica’ dos elementos significantes”; “a univocidade ‘semântica terminal’ e “ordem dentro da organização das unidades compondo cada uma das representações”.

As dificuldades atreladas a não-congruência semântica podem estar atreladas mesmo aquelas situações que impõem um operador (conceito); bem como as situações em que não impõem um operador ou ainda podem ser dependentes do desconhecimento das representações semióticas (DUVAL, 1988a e 2009).

Duval (1988a) no intuito de elucidar a relevância do fenômeno de não-congruência na aprendizagem dos conceitos matemáticos apresenta a análise de algumas situações. Neste texto são elucidadas duas situações que dizem respeito às analises realizadas pelo teórico de outras experiências psicológicas.

O problema ulterior diz respeito à compreensão do enunciado de um problema de proporcionalidade[2]: Duval (1993, p.9), “Eu paguei 51 francos por 6 kg de laranjas [...] 1-Que quantidade de laranjas terei com 85 francos? 2-Quanto deverei pagar por 4 kg de laranjas?” Com relação à análise do problema. A primeira questão remete diretamente à utilização do operador “função” – “a (kg) custam b (francos)”, a questão então é congruente ao enunciado. A segunda questão demanda uma inversão do operador “função”, a questão não é congruente ao enunciado. Os alunos obtiveram sucesso na primeira questão em detrimento da segunda questão.

---

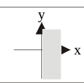
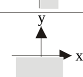
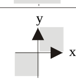
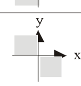
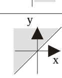
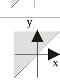
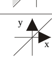
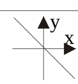
[1] DUVAL, R. *Graphiques e équations: l'articulation de deux régistres*. Annales de didactique et de sciences cognitives, v1, p.235-253, 1988. Neste texto, alude-se a esta referência por Duval (1988a).
[2] O conceito de proporcionalidade constitui o campo conceitual do conceito de função (conceito estruturador do campo multiplicativo).

Outro problema analisado por Duval (1988a, p.9) também concerne à proporcionalidade: “Um carro consumiu 28 litros de gasolina por 350 quilômetros [...] 1-Quanto o carro consumiu aos 100 km? 2-Qual a distância o carro pode percorrer se seu reservatório contém inicialmente 42 litros?”. Com relação aos esclarecimentos de Duval (1988). Os alunos que obtiveram sucesso foram aqueles que optaram por procedimentos que tornaram a questão congruente ao enunciado. A primeira questão é congruente ao enunciando e a segunda não é congruente. A segunda questão impõe a inversão do operador. As dificuldades ligadas a não-congruência podem ser fonte de dificuldades independentes do conteúdo matemático (nesse caso função).

Agora é apresentada uma tarefa de conversão que foi solicitada a alunos franceses do Seconde, o que corresponde ao primeiro ano do Ensino Médio no Brasil - e analisada por Duval (1988b e 2009 apud 1988a). A tarefa envolve, também, uma conversão entre uma representação algébrica e uma representação gráfica.

Tabela 1

Resultados dos alunos franceses

I	II	III	I → III Hachurar	III → II escolher a expressão
1......o conjunto de pontos que tem uma abscissa positiva	x >0		67%	51%
2......que tem uma ordenada negativa	y < 0		67%	61%
3......cuja abscissa e ordenada tem o mesmo sinal	xy ≥ 0		56%	25%
4	xy ≤ 0			23%
5......cuja ordenada é superior a abscissa (a reta y = x sendo já traçada no gráfico) .	y > x		38%	38%
6......cuja ordenada é superior a abscissa (a reta y = x não sendo traçada no gráfico)	y > x		19%	25%
7......cuja ordenada é igual a abscissa	y = x		60%	75%
8......cuja ordenada é oposta a abscissa	y = - x		34%	58%

Nota: Duval (1993,p.6 e 2009 apud 1988b, p.76)

Duval (2009 apud 1988b), as taxas de insucesso apontam para a não - congruência. As conversões na linha três da tabela 1 são destacadas. A conversão (III→II) que exigi o reconhecimento da expressão algébrica que representa a parte gráfica foi menos sucedida que a outra conversão (I→III), que exigi a representação gráfica da expressão lingüística. Na conversão III   II, não há correspondência semântica entre as unidades significantes da representação algébrica e gráfica, “[...] nenhuma unidade semiótica no registro algébrico permite traduzir a observação ‘mesmo sinal para x e y’ [...] É preciso recorrer à “[...] ‘(-).(-)>0’ e ‘(+).(+)>0’”. (DUVAL, 2009, p. 77 apud DUVAL 1988b). Na conversão I... III, há correspondência semântica entre as unidades significantes da representação na língua natural e gráfica; há univocidade semântica terminal e a ordem das unidades é neutra.

Duval (2009 apud 1988b) explica que os elementos evidenciados acima apontam para o fato de que as dificuldades atreladas ao fenômeno da não-congruência podem ser agravadas pelo desconhecimento de um dos dois registros de representação. Como no caso dos gráficos cartesianos. Constata que os insucessos são maiores nas conversões efetuadas no sentido gráfico para o algébrico. Duval (2003), chama atenção para que no ensino a organização de tarefas deve constituir-se de duas condições: tarefas que abordem os dois sentidos da conversão e; cada sentido da conversão deve compor casos de congruência e casos mais ou menos complexos de não-congruência.

A não-congruência é relevante na aprendizagem das matemáticas. No ensino há entre a reta e o conjunto dos números reais não-congruência. A passagem da representação numérica para a representação figural da reta passa pela noção de ponto. O problema dessa não-congruência está ligado aos fatos seguintes: a) a figura de uma reta é alheia a representação de um ponto, o traçado de uma reta é determinado por um movimento e a propriedade de continuidade depende da representação dinâmica da reta; b) o processo de representação de um ponto é diferente de uma reta, o ponto decorre de uma localização e do cruzamento de duas retas; c) enxerga-se figurativamente o ponto acrescentado ao traçado da reta e; d) a diferença entre a figura de um ponto e a noção geométrica de um ponto, a primeira representação é atomista e a segunda é dinâmica - busca-se reunir a diferença semântica entre estas duas representações para dar sentido à noção de ponto. Diante destes fenômenos de não-congruência, salienta, dentre outros aspectos:

> [...] a propriedade da continuidade, diferente da densidade, não tem exatamente o mesmo sentido se a apresentamos a partir do traçado de uma trajetória ou a partir da inacessibilidade de um limite na repetição de um processo de aproximação [...] Portanto o que se postula efetivamente quando se coloca os números reais em bijeção coma reta recorrendo para tanto a noção de ponto. (DUVAL, 1993, p.7)

Além disso, há a necessidade de nas tarefas de conversão discriminar as unidades significantes próprias a cada registro. A discriminação das unidades significantes nos registros de saída e de chegada faz falta no ensino. Essa discriminação deve ser objeto de aprendizagem. É condição necessária para a conversão. E logo para a coordenação dos registros de representação que, por sua vez, é necessária à conceitualização (noesis). (DUVAL, 1993 e 2009)

O registro gráfico e algébrico são focos de atenção do teórico, tanto que para esses registros são discriminadas unidades significantes. No registro gráfico, as variáveis visuais com seus diferentes valores. No registro algébrico, as diferentes posições dos símbolos. Para Duval (2009), as unidades significantes próprias do registro gráfico (função afim) são determinadas por oito valores visuais: traço reto ascendente e descendente; partição simétrica, ângulo menor e maior (eixo dos x) e; corta acima, corta abaixo e na origem (eixo dos y). Os valores visuais correspondem a três variáveis visuais pertinentes ao registro gráfico: sentido da inclinação da reta; ângulo com os eixos e; posição sobre os eixos. Como nota-se na tabela.

Tabela 2

Variações para o traço reto ascendente

Sentido da inclinação	**Ângulo com os eixos**	**Posição sobre o eixo**	**Exemplo de escrita**
	Partição simétrica	Corta na origem	y = x (+1x)
		Corta acima	y = x + 1
		Corta abaixo	y = x - 1

Traço ascendente	Ângulo maior	Corta na origem Corta acima Corta abaixo	$y = 2x$ $y = 2x + 1$ $y = 2x - 1$
	Ângulo menor	Corta na origem Corta acima Corta abaixo	$y = \frac{1}{2}x$ $y = \frac{1}{2}x + 1$ $y = \frac{1}{2}x - 1$

Nota: Duval (1993, p.7 apud 1988b)

Observa-se que o teórico preocupa-se, experimentalmente, principalmente, com o registro gráfico e algébrico. Com relação ao método utilizado para discriminar as unidades significantes desses registros. Duval (2009) menciona a necessidade de recorrer à variação de um só fator a cada vez e invariabilidade dos outros fatores. O registro da língua natural oferece um número elevado de variações.

Ensino de função e as pesquisas realizadas no Brasil

A teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval vem sendo considerada no Brasil como aporte teórico de muitas pesquisas, principalmente no que tange a área de Educação Matemática. Nesta perspectiva e no intuito de evidenciar que essas pesquisas raramente consideram os professores em suas investigações, destaca-se a ulteriormente um levantamento das pesquisas brasileiras que enfocam essa teoria e; principalmente aquelas que enfocam o conceito de função (as referências bibliográficas destas encontram-se na dissertação mencionada no final deste trabalho).

Mariani (2006) analisou como a coordenação de registros de representação contribui para a explicitação dos conhecimentos por alunos ingressantes em um Curso de Cálculo, frente a tarefas organizadas com base no conceito de função e com o auxilio de um software educativo de matemática (Derive). Conforme a pesquisadora as tarefas propiciaram aos alunos a coordenação de registros de representação semiótica do conceito de função. A identificação das variáveis visuais da representação gráfica e variáveis simbólicas da representação algébrica de algumas funções permitiram procedimentos de interpretação global.

Silva (2007) investigou em livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental e Ensino Médio a abordagem do conceito de função. Mais especificamente, as estratégias utilizadas pelos autores dos livros didáticos para apresentar o conceito de função, a relação discreto/contínuo na construção de gráficos, os sentidos da conversão entre o registro gráfico e algébrico. Segundo o pesquisador na maioria dos livros, no tratamento gráfico a passagem do discreto ao contínuo é automática e insuficiente; conversões da representação algébrica para a gráfica são privilegiadas em detrimento das conversões da representação gráfica para a algébrica e; variáveis visuais pertinentes ao registro gráfico não são consideradas nessas conversões.

Franco (2008) analisou as aulas de matemática de cinco professores do terceiro ano do Ensino Médio (Curso intitulado “Terceirão” que envolvia conteúdos dos três anos do Ensino

Médio ministrados por professores diferentes). Especificamente, como os professores usavam as *Formas de Negação* (contrapositiva, complementaridade e contra - exemplo) no ensino de alguns conteúdos, dentre eles funções. Conforme a pesquisadora os professores que utilizam as *Formas de Negação* usavam de forma equivocada algumas regras. Os professores apresentam o que não é função para depois apresentar o que é função. Os professores empregam as *Formas de Negação* como uma "técnica de ensino" durante a leitura do conteúdo e utilizam outra forma de negação para apresentar o conteúdo. No intuito de evitar o formalismo matemático, os professores produzem "regras" próprias na língua natural que não condizem com a totalidade dos conceitos. Por exemplo, no ensino de função: "para ser função, todas as linhas paralelas ao eixo Oy não podem cortar em mais de um ponto da função". O uso correto das *Formas de Negação* pode aumentar as potencialidades dos tratamentos e conversões.

Silva (2008) analisou no material de matemática do Ensino Fundamental da Secretária do Estado de São Paulo as atividades introdutórias do conceito de função propostas para alunos da oitava série. Mais especificamente, analisou, dentre outros aspectos, as representações semióticas dos enunciados, bem como se tem tratamento ou conversão nas possíveis estratégias de solução e se as atividades proporcionavam uma apreensão futura. Segundo o pesquisador são observados registros de representação nos enunciados das atividades: língua natural, numérica, tabular e geométrica; não tem excesso de expressões algébricas. E há tratamentos e conversões, conversões congruentes e não-congruentes e em um único sentido.

Bica (2009) analisou em livros didáticos de matemática da primeira série do Ensino Médio os aspectos visuais e textuais do conceito de função (e função afim). Especificamente, a representação gráfica, a articulação entre os parâmetros algébricos e visuais e se os exercícios promoviam atividades de conversão, dentre outros aspectos. Segundo o pesquisador apenas dois dos três livros apresentavam distintos registros de representação semiótica do conceito de função e a sua apreensão global. Bem como exercícios com fenômenos de não-congruência. Somente um livro enfatiza o texto matemático.

Bueno (2009) investigou o conceito de função em uma perspectiva histórica e as abordagens atuais em Educação Matemática para a aprendizagem desse conceito, com atenção para os registros de representação. Conforme o pesquisador a primeira noção de função foi alicerçada em representações tabulares. Posteriormente, o registro de representação gráfica contribuiu para o desenvolvimento da ideia de relação funcional. Mais tarde, o registro de representação algébrico expressou o conceito de função como uma relação entre conjuntos numéricos e como uma expressão analítica por meio de fórmulas. Depois com o advento da aplicação da álgebra à geometria (analítica), surge a prática da transformação do registro de representação gráfico para o algébrico - denominada atualmente por Duval de conversão.

Silva (2009) desenvolveu aplicativos informatizados para o ensino e aprendizagem do conceito de função para alunos de um Curso de Matemática, um de caráter instrucional (Microsoft Office Power Point 2003) e outro de caráter funcional (ApliRFunction). Segundo o pesquisador ocorreram discretas melhorias no desempenho dos alunos e; há a necessidade de aprimoramento dos aplicativos. O software desenvolvido por ele objetivou envolver a mobilização do maior número possível de representações, o seu software exigia a mobilização da representação gráfica, algébrica e tabular. Além disso, o pesquisador analisou alguns softwares educativos: WinPlot, GrafEq, Graph e Derive. Para ele apenas um desses softwares (Graph) aborda, além da representação gráfica e algébrica, a representação tabular.

Silva (2010) analisou em quatro livros didáticos de matemática do Ensino Médio a abordagem do conceito de função. Especificamente, os tratamentos e as preocupações dos autores com o ensino de função na perspectiva dos registros de representação. Segundo a pesquisadora na maioria dos livros a resolução dos exemplos e exercícios envolve tratamentos e conversões que, por sua vez, abarcam diferentes registros de representação de função: língua natural, algébrico, numérico, figural e gráfico. Os tratamentos são enfatizados em detrimento das conversões. O registro da língua natural é enfocado, principalmente nos enunciados.

Zucco (2010) analisou em protocolos de alunos do terceiro ano do Ensino Médio o desempenho na resolução de quatro questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas, envolvendo o conceito de função crescente e descrente. Conforme o pesquisador os alunos apresentavam dificuldades em transitar pelas diferentes representações semióticas, nas conversões e nos tratamentos. O não conhecimento dos diversos registros de representação semiótica do conceito de função e a incapacidade de transitar entre os diferentes registros de representação podem explicar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Observa-se nessas pesquisas que consideram o aporte teórico dos Registros de Representação Semiótica e o conceito de função que o foco principal são os alunos. Apenas uma pesquisa considera os professores em sala de aula. E os registros de representação semiótica gráfico e algébrico são os que mais aparecem nas pesquisas; talvez em razão de Duval enfocar justamente esses registros em suas pesquisas, como nota-se na seção inicial deste texto.

Destaca-se uma pesquisa não explicitada antes, que enfoca, além da teoria referida, o ensino de função afim e quadrática por uma professora na sala de aula. Essa pesquisa, diferentemente da pesquisa que foca função em sala de aula, aborda concomitantemente a organização e condução do ensino. Ulteriormente a pesquisa é apresentada.

Bassoi (2006) verificou os registros de representação semiótica utilizados por uma professora e seus alunos da oitava série do Ensino Fundamental em aulas de matemática sobre o conceito de função afim e quadrática, bem como os tratamentos e as conversões dos registros de representação constituintes da organização e condução dos planejamentos de ensino desses conceitos. Conforme a pesquisadora, com base na análise das quatro aulas selecionadas, a professora empenhava-se no decorrer das aulas em trabalhar com os diferentes registros de representação do conceito de função (algébrica, gráfica, numérica e língua natural); tanto nos tratamentos como nas conversões. Utilizava o registro numérico (tabular) como registro intermediário nas conversões dos registros gráficos para os registros algébricos, principalmente no que tange a função afim. Na construção da tabela e também do gráfico da função quadrática utilizava a propriedade geométrica da simetria. Incentivava os alunos a expressarem os tratamentos e as conversões por meio, além da linguagem matemática escrita, da linguagem matemática oral. Iniciava o conteúdo de funções por meio de escritas genéricas, conversões de escrita numéricas ou pictóricas em escrita algébrica.

Com relação às duas pesquisas que consideram a sala de aula, a representação gráfica e algébrica são igualmente enfocadas. Abordam, principalmente, propriedades geométricas da parábola e a língua natural e formal. Não enfocam função propriamente.

Com relação às pesquisas que dizem respeito ao ensino, não devem interessar-se exclusivamente no que os professores devem ou não devem fazer, mas no que fazem realmente. (TARDIF, 2003). Com relação ao específico conceito de função, o essencial não são as representações semióticas que são utilizadas pelo professor, mas a maneira como são utilizadas

(DAMM, 2002). Fatos estes apontam para a necessidade de mais pesquisas enfocando o ensino em sala de aula.

Análise de situações de aprendizagem do conceito de função conduzidas em sala de aula

Para este trabalho são selecionadas algumas situações de aprendizagem constitutivas do planejamento de ensino do conceito de função de uma professora que tem ciência da teoria de Duval (2000, 2003 e 2004). As análises nesta ocasião são realizadas tendo por base, sobretudo, a professora em situação de ensino; focando o seu “saber fazer”.

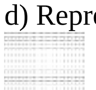
Conforme Borges (2004, p. 93) o docente “não pode ser absolutamente consciente de tudo o que faz ou pensa!”, tornando necessário levar em conta o “saber fazer” do professor, cujo é mais amplo que o saber discursivo. O saber discursivo pressupõe discurso verbal dos próprios saberes de quem remete a fala. E a consciência discursiva, implicada pelo saber discursivo, concerne a uma parte do “saber ensinar”, permite observar alguns aspectos do saber docente.

A gestão das situações de aprendizagem (função) é analisada seguindo o foco, a saber: estratégias de ensino utilizadas na condução do ensino real e propriedade (s) enfatizada (s) nas representações semióticas. Para tanto, episódios de ensino de duas aulas são optados. Episódios de ensino são recortes significativos e representativos de uma aula, conforme Carvalho (2006).

As situações selecionadas para análise são apresentadas na tabela ulterior:

Tabela 3

Situações de aprendizagem do conceito de função conduzidas em sala de aula

<table>
<tr><th>Situação de aprendizagem 1</th><th>Situação de aprendizagem 2</th></tr>
<tr><td>Considere a tabela abaixo que relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles.
<table>
<tr><td>Número de litros</td><td>1</td><td>2</td><td>2,5</td><td>3</td><td>30,5</td><td>x</td></tr>
<tr><td>Preço (R$)</td><td>2,50</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
a) O que é dado em função do quê?
b) Qual é a variável dependente? E qual é a variável independente?
c) Qual é a lei da função que associa o número de litros de gasolina em função custo?
d) Represente graficamente a lei obtida o item “c”.
</td>
<td>8- A tabela abaixo, construída experimentalmente, apresenta a relação entre pressão e volume de um gás ideal numa certa temperatura. Na físico-química, considera-se P com função de V, sendo então V a variável independente e P a variável dependente.
<table>
<tr><td>P(atm)</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td><td>10</td></tr>
<tr><td>V(l)</td><td>40</td><td>20</td><td>10</td><td>8</td><td>5</td><td>4</td></tr>
</table>
a) Trace o gráfico dessa função.
b) Determine a lei dessa função.</td></tr>
</table>

Nota: Planejamento de ensino da professora que tem ciência da teoria dos Registros de Representação

A primeira situação a ser investigada concerne ao momento em que a professora busca de forma intuitiva conduzir os alunos (grande grupo) à formalização do conceito de função que, por sua vez, ocorre em outra aula. A segunda situação diz respeito à ocasião em que a professora procura gestar os pequenos grupos de alunos no processo intuitivo de conceitualização.

A professora propõe atividades de conversão. A primeira situação exige a conversão da representação numérica (da tabela) para a representação algébrica; a conversão desta para a representação gráfica ou da representação numérica para a gráfica. A segunda situação exige a conversão da representação numérica (da tabela) para a gráfica; desta para a representação algébrica ou da gráfica para a algébrica.

Com relação à primeira situação, ressaltam-se alguns aspectos interessantes na condução. A professora, inicialmente, busca generalizar a escrita algébrica $2{,}50.x$ para então determinar que o preço depende do litro. Recorre à leitura da tabela que por sua vez é transposta por várias perguntas que aludem aos pontos (pares ordenados) da tabela. Como observa-se no fragmento a seguir, principalmente nos grifos. Denota-se a professora por “P” e o (s) aluno (s) por “A”.

> [P] Se um litro custa dois e cinquenta...*Quanto é que eu vou pagar por dois litros?* [...] [A] Cinco... [P] *Dois litros e meio?* [...] [A] Seis com vinte e cinco... [P] [...] *Três litros?...* [A] Sete com cinquenta... [P] [...] *Se eu for comprar trinta vírgula cinco litros/?...*[...] [A diz que não entendeu] [...] *Vamos de novo* [...] *Se for um quanto é que eu vou pagar?...* [P] Dois com cinquenta... *Se for dois?...* [A] Cinco reais... [P] *Se for dois vírgula cinco? [...]* [P] Seis com vinte e cinco... [P] *Se for três?...* [A] Sete com cinquenta...[...] [P] *Se for trinta vírgula cinco?...* [A] Setenta e seis vírgula vinte e cinco... [P] *O que que fizeram para descobrir o setenta e seis vírgula vinte e cinco?...* [P] Exatamente [P em relação a resposta de um aluno]...Cada litro custa dois e cinquenta...Para saber trinta litros e meio multiplica esses valores... *Então se eu quiser saber x litros?...*Setenta e seis vírgula vinte e cinco?...[P em relação à resposta de um aluno]...*Quanto que vai ser x litros?...*x?...[P em relação a resposta de um aluno]... [A] Dois vírgula cinco vezes x... [P] [...] Ou dois e cinquenta vezes x...

A professora ainda aproveita para explorar a expressão algébrica anterior ($2{,}50.\,x$), especificamente no que refere-se ao valores assumidos pela variável x, isto é, pela grandeza que nesse caso é o número de litro de gasolina. Chama a atenção para a continuidade dos números reais que constituem o que ela futuramente chamará de domínio quando da formalização do conceito de função.

> [P] [...] *eu posso ir lá no posto de gasolina e...abastecer...vamos dizer...dez vírgula um litro?...* [A] Pode... [P] Pode!...*Esses valores/ essa quantidade de litros ela é contínua/ uma grandeza contínua ou uma grandeza discreta?...Continua ou discreta?...O que que é [grandeza] discreta?...* Aquilo que é resultado de uma contagem...por exemplo...número de alunos...é sempre um resultado inteiro...*Essa grandeza é contínua ou discreta?...* [A] Contínua... [P] Contínua!...*Pode ser dois vírgula cinco?...Pode ser dois litros e meio?* ... [A] Pode ... [P] Pode!...Não precisa ser só dois ou só três ... Certo?! [...]

Após, também, sublinha a lei ($y = 2{,}50.x$) que representa a relação funcional da tabela. Por meio da leitura dos valores da tabela. Por fim, com relação à representação gráfica da relação funcional entre as grandezas contínuas (preço e litros), parte da escrita numérica da tabela, novamente. Recorre à noção de ponto em ambas as conversões. Como nota-se a seguir.

> [P] [...] *nós vamos utilizar os dados da tabela*...[...] Quando é um, dois e cinquenta...Quando é dois, cinco...*O que a gente acaba tendo na tabela?...os pares ordenados para marcar lá no gráfico...*O que eu quero que vocês façam?...[...] *tracem os eixos né perpendiculares aí...o eixo que vai ter os valores de y e o eixo que de x...E a unidade façam de dois em dois* [no eixo y] [...] a unidade vai ser dois ladinhos [do quadradinho da malha quadriculada] [...]

Após, a professora inicia a representação gráfica. Recorre à noção de ponto. A ideia de bijeção entre os números reais e a reta parece estar subentendida no seu discurso. A impressão que fica explicita é a da reta como conjunto infinito de pontos.

> [P] [...] *Me ajudem a pensar isso que está aqui (y=2,5.x)...Esse x pertence a que conjunto?...*Naturais?... [A] Não... [P] Só posso comprar um litro ou dois litros ou três

> litros?...Não...*Esse x pertence aos reais...Todos os reais?...* [P] Não ... [P] Não...*Os reais positivos e o? [...] [P] Zero...*Se for zero vai ser zero...[marca esse ponto no plano cartesiano]...[...] Quando for um...quanto é que eu vou pagar?...Quando for um litro eu pago dois e cinquenta...*Aonde eu vou colocar esse dois e cinquenta?...* [A] No meio do dois e do três... [P] *Exatamente no meio do dois e do três* que vai ser para vocês uma divisão aí....Um e dois e cinquenta... Está aqui o meu ponto...[Marca o ponto]...[...] Quando for dois litros quanto é que eu vou pagar...[A] Cinco... [P] Cinco!...[Marca o ponto]... [...] Dois e meio vai ser seis e vinte e cinco...Como que eu vou marcar seis vírgula vinte e cinco?... [A] A metade da metade... [P] [...] Aqui é seis e aqui é sete...*Exatamente aqui na metade eu tenho seis...E agora seis vírgula vinte e cinco, metade da metade...mais ou menos aqui seis vírgula vinte e cinco* [Marca o ponto]...*É o dois vírgula cinco agora né!?...entre dois e três...*[Marca esse ponto]...Quando for três vai ser quanto?...sete vírgula/? .... [P] Cinquenta... [P] Isso...Vocês vão conseguir marcar aí...Eu...vai faltar [espaço no quadro, na direção vertical ascendente]...vou deixar sem marcar...[...]

A professora agora deixa transparecer mais nitidamente em seu discurso verbal o destaque dado ao traçado da reta e a aproximação por intervalos.

> [P] [...] *entre zero e um eu tenho a possibilidade de comprar zero três do litro?* (zero vírgula três do litro)...*meio litro?* ... [A] Tem... [P] Tem!...*Entre zero eu um tem infinitos valores para x não tem?!...Entre zero e dois vírgula cinco não vai ter infinitos valores para y também?!* [...] *Posso unir esses pontos?...* [A] Pode... [P] [...] *Porque que eu deixei um pouquinho mais?* [prolongou o traçado na direção ascendente]...*Porque que eu não parei aqui esse gráfico?* [no ponto de abscissa dois virgula cinco e ordenada seis vírgula vinte e cinco]...*Porque quando for três vai ser sete vírgula cinco...Quando for quatro vai ser quanto?* [...] [A] Dez... [P] *Dez reais...Então continua....* certo?!.... Quando for trinta vírgula cinco quanto é que eu vou pagar?... [A] Setenta e seis vírgula vinte e cinco... [P] *Se eu tivesse como continuar esse gráfico mais para cima...ou diminui a minha escala...eu conseguiria traçar...Então por isso que agente deixa indicado e contínua...Agora que para baixo eu posso riscar para cá?* ... [A] Não... [P] Não!... Porque eu não tenho valores negativos ... que a minha variável independente pertence aos reais não negativos...

Os discursos verbais da professora na condução do ensino de função evidenciam com frequência a recorrência à noção de ponto, tanto na conversão da representação numérica para a representação algébrica como, principalmente, na transformação da representação algébrica para a representação gráfica. Embora a intenção de mediação possa ser outra, a de correspondência biunívoca, a ideia vislumbrada é a de uma reta como um amontoado de pontos.

Com relação à segunda situação e sua gestão, a professora recorre à explicação - língua natural na forma oral - de uma parte do enunciado - língua natural na forma escrita. Substitui “função” por “dependência”. Como observa-se nos grifos no fragmento seguinte.

> [P] [...] Leu a situação?...*P como uma função de V!...Quando agente está lendo função...agente está lendo depende...*A pressão depende do volume...Então o volume é o x...e a pressão é o y... [grupo 1]
>
> [P] [...] O que que depende do que aí?...A pressão depende do volume ou o volume depende da pressão?...[A] O volume depende da pressão...porque P em função de V... [P] P em função de V!...*Como é que eu leio isso?...[...] função é dependência...*Certo?!... [A] A pressão depende do volume... [P] Isso... [...] Aqui é a nossa pressão...Ela depende desse [volume]... [grupo 2]

Portanto, a professora, embora tenha ciência da necessidade da mobilização de diferentes representações semióticas de um mesmo conceito em atividades de conversão no processo de conceitualização em matemática; a mesma organiza situações de aprendizagem de modo a favorecer a conversão das várias representações semióticas do conceito de função: numérica - da tabela, algébrica, gráfica e língua natural.

Na condução do ensino desse conceito a professora prima, sobretudo, por tratamentos. Nas explicações, remete-se à reformulações dos enunciados ou substituições suas da língua natural na forma escrita para a forma discursiva; fato denominado por Duval (2009) de paráfrase. Conforme Duval (2009, p. 57), "[...] o tratamento de uma representação semiótica corresponde a sua expansão informacional [...] O poder criativo de toda linguagem repousa sobre uma *expansão discursiva* cuja paráfrase constitui a forma mais pobre". Subtende-se, assim, que a conversão necessita estar, também, presente no discurso do professor em situação de ensino.

Por fim, salienta-se que a teoria dos Registros de Representação Semiótica é aprofundada pela professora em sua formação continuada. No entanto, em sua formação contínua refletiu em torno apenas de planejamentos de ensino ideais, não considerando o ensino real em sala de aula. A professora tem conhecimento desta opção didática no ensino do conceito de função, porém quando da sua mediação em sala de aula os fatos mudam. Parece que além de teorias de caráter cognitivo e da aprendizagem - teorias didáticas, as teorias do ensino - teorias pedagógicas terão que ter suas presenças potencializadas tanto em Grades Curriculares de Cursos de Graduações como de Pós-Graduações (Lato Sensu e Stricto Sensu).

Bibliografia e referências

Borges, C. M. F. (2004). Investigando os saberes dos docentes. In C. M. F Borges, *O professor da educação básica e seus saberes profissionais* (pp.63-109). Araraquara: JM Editora.

Carvalho, A. M. P. de. (2006). Uma metodologia de pesquisa para estudar os processos de ensino e aprendizagem em salas de aula. In F. M. T dos SANTOS & I. M GRECA, *A pesquisa em Ensino de Ciências no Brasil e suas Metodologia* (pp. 13-48). Ijuí: Unijuí.

Damm, R. F. (2002). Registros de Representação. In S. D de A. MACHADO, *Educação matemática: uma introdução* (pp.135-153). São Paulo: EDUC.

Duval, R. *Écarts sémantiques et cohérence mathématique: introduction aux problèmes de congruence* (C. R. Flores & M. T. Moretti). Strasbourg: IREM (Obra original publicada, 1988a).

Duval, R. *Registre de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée*. Strasbourg: IREM – ULP. (Obra original publicada, 1993).

Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In A. Franchi, B. A. da Silva, J. L. M. de Freitas, L. C. Pais, M. C. S de A. Maranhão, R. F. Damm et. al, *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus

Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano:* registros semióticos e aprendizagens intelectuais (L. F Levy & M. R. A. da Silveira. São Paulo: Livraria da Física (Obra original publicada, 1995).

Maggio, D. P. (2009-2011). *Ensino do conceito de função e representações semióticas: planejamentos de ensino.* Dissertação de Mestrado em andamento, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí.

Tardif, M. (2003). Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. In M. TARDIF, *Saberes docentes e formação profissional* (pp. 56-111). Petrópolis: Vozes.