Um olhar para as dízimas periódicas: convite ao professor da educação básica

Willian José da Cruz
Universidade Federal de Juiz de Fora
Barbacena - MG
lukinha@barbacena.com.br
Carlos Alberto Santana Soares
Universidade Federal de Juiz de Fora
Juiz de Fora - MG
Carlos.soares@ufjf.br

Resumo

Esta oficina se caracteriza por desenvolver um trabalho com as dízimas periódicas, propondo uma melhor compreensão dos conceitos e concepções atribuidas a este conteúdo no ensino básico. Dispoem-se neste trabalho, utilizar de varios recursos, quer seja humanos, quer seja tecnológicos, contribuindo para formação inicial ou continuada do professor de matemática. Esta oficina é resultado do trabalho de pesquisa para obtenção do grau de mestre em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora. Se configura como proposta para iniciar uma reflexão sobre como poderia ser o trabalho da disciplina Análise Real nos cursos de licenciatura em matemática. É também um convite ao professor do ensino básico a entender aspectos formais na apresentação das dízimas periódicas, identificando conseqüências dessa, na matemática produzida no ambiente escolar.

***Palavras chave*:** Educação Matemática, Matemática Escolar, Análise Real, Representação decimal, Dízimas periódicas.

Justificativa

Em 2009, o autor ingressou no curso de Pós Gradução Stricto Sensu da Universidade Federal de Juiz de Fora UFJF, (Mestrado Profissional em Educação Matemática) e nesta trajetória, tendo mais contato com esta forma de fazer Educação pela Matemática, compreende que toda prática a qual possa ser determinada por uma concepção matemática é Educação Matemática. Para Bicudo (1991), a Educação Matemática se constrói fazendo e pensando criticamente sobre o que faz.

O autor compreende também que a Educação Matemática necessita compreender o humano, o social, abrindo mão da Filosofia, Psicologia, da Sociologia, da Economia, da Antropologia, da História da linguagem como conhecimentos estanques, pois sua região de inquérito é formada por esse todo.

Mais próximo das leituras em Educação Matemática, outras reflexões são compreendidas e assumidas pelo autor, o qual acredita que a matemática, nas concepções de Educação Matemática, é considerada apenas um termo ou palavra que ganha consistência, se materializando apenas em uma prática. A matemática não é determinada a priori, ela se desfaz de seu caráter absoluto, adquirindo um caráter de subjetividade e relatividade.

A Etnomatemática é um exemplo de Educação Matemática, já que considera a existência de várias matemáticas que se definem em última instância, de acordo com as características culturais e étnicas de diferentes povos.

Essas reflexões e as experiências vividas pelo autor, tanto como estudante mas também como professor, reforçou a percepção de que havia um afastamento entre o que se aprende no conteúdo de Análise Real no curso de licenciatura em matemática e o que é praticado pelo professor de matemática no ensino básico.

Essa percepção, associada às questões anteriores quando cursava a graduação e pós-graduação e quando era professor desse conteúdo em Universidades particulares, o deixou instigado e motivado a buscar um aprofundamento conceitual para entender como estão sendo abordados os números reais na perspectiva da Análise, no ensino básico.

Com esta percepção, o autor se sentiu motivado em desenvolver uma pesquisa, que tem como ponto principal a vontade de aproximar os conhecimentos formais da matemática apresentada nos cursos de Análise Real ao desenvolvimento da matemática no ensino básico, valorizando os aspectos construtivos da matemática escolar e respeitando as objetividades da matemática acadêmica.

Lecionando atualmente no ensino superior, da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), o autor percebe que esse afastamento entre o que se aprende no curso de Análise Real e a matemática desenvolvida no ensino básico, se acentuam por uma dificuldade de encontrar leituras que possam contribuir para essa possível aproximação, o que justifica o empenho em empreender sua pesquisa, a qual se mostra na vontade de apresentar os números reais em suas estruturas algébrica e topológica, no intuito de desvelar conseqüências desses no âmbito do ensino básico e iniciar, se possível, uma reflexão de como poderia ser trabalhado o conteúdo de Análise Real, nos cursos de licenciatura, sugerindo tanto ao professor do ensino básico, quanto ao estudante em matemática, uma forma de compreender o formalismo matemático das demonstrações, teoremas e definições, mas não esquecendo das validades da matemática desenvolvida no ambiente escolar.

Atribuir certos aspectos formais ao desenvolvimento das dízimas periódicas pode contribuir para elucidar questões que ainda não foram totalmente discutidas ou compreendidas pelos professores que lecionam essa materia.

Objetivos

Objetivando esta oficina em apresentar as dízimas periódicas em um desenvolvimento formal e discutuir questões que envolvem este assunto no âmbito do ensino básico, destaca-se também outro objetivo, que é desenvolver junto ao professor do ensino fundamental e médio, uma relação de proximidade entre o conteúdo Análise Real e a matemática produzida no seio escolar:

Plano de ação

A organização do plano de ação para o desenvolvimento desta oficina, será divido em três etapas, preenchendo o tempo de trabalho destinado a mesma.

1º tempo - 30 min: Será feito uma apresentação expositiva do que é dízima periódica, sendo abordadas algumas considerações que possam ser importantes no decorrer do trabalho.

As dízimas periódicas

Transformação de frações ordinárias em frações decimais infinitas dá origem ao fenômeno curioso das dízimas periódicas, gerando controvérsias, provocando questões e desencadeando problemas. Para ilustrar o desenvolvimento das dízimas periódicas, considere o fato de que numa divisão a exigência é que o resto seja sempre menor que o divisor, mas supondo que a exigência fosse um resto igual ao divisor, como por exemplo, na divisão de 5 por 5, desencadearia um fenômeno heterodoxo[1]:

```
5,0 |_5_______
  5   0,9999...
   5
   .....
```

$5 \div 5 = 0{,}999\ldots$, como $5 \div 5 = 1$, então é facilmente compreensível que 0,9999... = 1. Na linguagem de série geométrica, escreve-se o número 0,999... como a soma infinita $\frac{9}{10}+\frac{9}{10^2}+\frac{9}{10^3}+\frac{9}{10^4}+\cdots=\frac{9}{10}\left(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^3}+\cdots\right)=\frac{9}{10}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{10}}\right)=1$. Logo, 0,9999.... = 1.

Ao pensar na representação decimal de um número, seria possível considerar que a decimal finita 0,34 e a decimal infinita 0,33999.... representa o mesmo número? Uma questão a ser discutida e poderia causar dúvidas se não estivesse bem definido o conceito de números decimais.

Pode-se dizer que um número decimal finito pode ser escrito na forma infinita, bastando para isto considerar a dízima periódica 0,999... . No caso do exemplo, observa-se que 0,33999...

[1] Heterodoxo é Que ou Aquele que se manifesta contrário a doutrina ortodoxa ou uma opinião tradicional (LAROUSSE, 2001, P. 509)

é o mesmo que:

$$\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{9}{10^3}+\frac{9}{10^4}+\cdots=\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{9}{10^3}\left(1+\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\cdots\right)=\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{9}{10^3}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{10}}\right)=\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{9}{10^3}\left(\frac{10}{9}\right)=\frac{3}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{1}{10^2}=\frac{3}{10}+\frac{4}{10^2}=0{,}34$$

De uma forma generalizada, um número racional inteiro ou decimal finito, pode ser escrito na forma de uma dízima periódica, representando o período dessa dízima por 9.

2º tempo – 30 min: Serão apresentados neste segundo tempo, quatro situações de sala de aula, na forma de questões, as quais serão discutidos e resolvidos durante esse tempo.

- A primeira relacionada a transformação de frações em dízimas periódicas.
- A segunda referente a transformação de dízimas periódicas na forma de frações geratrizes.
- A terceira envolvendo decimais finitos escritos na forma infinita.
- A quarta envolvendo o período da dízima.

3º tempo – 1 hora: debate final em relação aos problemas propostos, apresentação formal das dízimas periódicas e sugestões para reflexão de cómo poderia ser trabalhado o conteúdo Análise Real nos cursos de licenciatura**.**

Incursão histórica – o que é Análise Real

Análise Real é a área da matemática que trata do formalismo e o rigor matemático usados para justificar os conceitos do cálculo. Geralmente divide-se a matemática em três áreas: a Álgebra, Geometria e a Análise, sendo esta última a mais nova delas, que se constitui como uma ramificação do cálculo que é uma teoria criada no século XVII, por Newton e Leibniz, sendo este um fato histórico de grande importância para o desenvolvimento da física moderna.

O estabelecimento dos fundamentos do Cálculo caminhou pelo século XVIII, quando aconteceram as primeiras tentativas de rigorização do cálculo (REIS, 2009, p. 83), adentrando pelo século XIX, com o movimento da arimetização da análise.

Segundo Reis (2009), as tentativas fracassadas de obter uma rigorização do Cálculo, realizadas no século XVIII, foram os primeiros passos para a fundação da Análise.

A mudança do modelo geométrico por um modelo mais formal, baseado na idéia de número, o que é conhecido como aritmetização, foi pensada de forma que pudesse ter o rigor necessário e nesse modelo, as questões observadas poderiam ser abarcadas e resolvidas.

Vários matemáticos contribuíram para o desenvolvimento da aritmetização da Análise, dos quais, destacam-se Karl Theodor Wilhelm Weierstrass (1815 – 1897) e Bernhard Bolzano (1781 – 1848). O primeiro autor foi considerado um dos precursores do movimento e o segundo autor foi considerado por Felix Klein (1849-1925) o pai da aritmetização da Análise.

Desde a criação do cálculo, a Análise inseriu-se em praticamente todas as áreas da matemática, quer seja por causa de sua riqueza intrínseca, quer seja pelas suas aplicações. Suas subdivisões adquiriam vida própria e são frequentemente estudadas com fins em si próprios.

A disciplina Análise Real, costuma integrar os currículos de bacharelado e licenciatura e de acordo com as diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura, elencadas no parecer do Conselho Nacional de Educação e Câmara de Educação Superior (2001), deve fazer parte dos conteúdos comuns a todos os cursos de licenciatura, porém, segundo Reis (2009), tem-se observado no Brasil que as disciplinas de Análise I ou Análise Real, estão sendo consideradas disciplinas eletivas ou optativas, oferecendo ao estudante de licenciatura a opção de cursar ou não esta disciplina.

Para esta perspectiva, Reis (2001) que realizou um estudo baseado na análise de manuais didáticos e entrevistas semi-estruturadas com professores-pesquisadores que se destacam na área de Cálculo e Análise Real como autores de estudos e livros didáticos argumenta:

> Isto nos traz uma série de indagações: Fica, então, a critério do estudante decidir se Análise é ou não importante para sua formação de professor ? Por outro lado, perguntamos: Os próprios professores do curso de Licenciatura não consideram mais a disciplina de Análise, importante para a formação profissional de seus alunos? (REIS, 2001, p. 80).

Esse mesmo autor esclarece que considera fundamental a disciplina de Análise na formação do futuro professor de matemática e continua afirmando:

> Antes de mais nada, gostaríamos de deixar claro nossa convicção de que Análise é uma disciplina / área fundamental para a formação do professor de Matemática, convicção esta proveniente de nossa prática pedagógica com formação de professores e que pretendemos reafirmar / reelaborar durante a análise das entrevistas, momento em que questionamos nossos entrevistados a respeito da importância do Cálculo e da Análise na formação do professor de Matemática (REIS, 2001, p. 80).

Para Ávila (2006, p.4) esta disciplina é uma grande oportunidade para desenvolver o estudante de licenciatura e o futuro professor, aproximando-o do tratamento refinado com definições, teoremas, demonstrações que são os embasamentos lógicos da matemática.

Algumas considerações sobre as dízimas:

Os números racionais $\frac{p}{q}$ que não são frações decimais finitas podem ser desenvolvidos como frações decimais infinitas realizando o processo elementar do algoritmo da divisão. Em cada etapa, há a necessidade de haver um resto não nulo, pois caso contrário, a fração decimal seria finita.

$$\begin{array}{l|l} p & \qquad q \\ \cline{2-2} r_i & c, a_1a_2a_3a_4a_5 \ldots a_k\overline{b_1b_2b_3 \ldots b_j} \end{array}$$

Os restos r_i que surgem no processo da divisão, serão 1, 2, 3 …, $q-1$ (todos inteiros), de tal forma que haja no máximo $q-1$ possibilidades diferentes para valores dos restos, significando que algum resto r aparecerá uma segunda vez, fazendo com que todos os restos subseqüente repitam novamente, mostrando que a expressão decimal para qualquer número racional é periódica.

O traço em cima dos dígitos $b_1 \ldots b_j$, indica que esse conjunto repete infinitamente, determinando dessa forma o período da dízima.

De uma forma generalizada, o teorema seguinte, apontará para uma melhor percepção do desenvolvimento das dízimas periódicas, aproximando do formalismo conceitual exigido nos cursos de Análise e abrindo campo para novas considerações.

Considere $p < q$, números primos entre si, logo $\frac{p}{q} = 0,a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k\overline{b_1b_2b_3 \dots b_j}$. Se multiplicar membro a membro por 10^k, implicará na seguinte igualdade:
$10^k \cdot \frac{p}{q} = a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k,\overline{b_1b_2b_3 \dots b_j} \Leftrightarrow 10^k \cdot \frac{p}{q} = a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k + 0,\overline{b_1b_2b_3 \dots b_j}$.

Sabendo que:

$$0,\overline{b_1b_2b_3 \dots b_j} = \frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^j} + \frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^{2j}} + \frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^{3j}} + \cdots = \frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^j}\left(1 + \frac{1}{10^j} + \frac{1}{10^{2j}} + \cdots\right) =$$
$$\frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^j}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{10^j}}\right) = \frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^j}\left(\frac{10^j}{10^j-1}\right) = \frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^j-1}$$

Novamente, retorna-se a igualdade $10^k \cdot \frac{p}{q} = a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k + 0,\overline{b_1b_2b_3 \dots b_j}$ e verifica que: $10^k\ \frac{p}{q} = a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k + 0,\overline{b_1b_2b_3 \dots b_j} = \ 10^k\ \frac{p}{q} = a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k + \frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^j-1}$
$10^k\ \frac{p}{q} = a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k + 0,\overline{b_1b_2b_3 \dots b_j} = \ 10^k\ \frac{p}{q} = a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k + \frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^j-1}$.

Multiplicando membro a membro por $10^j - 1$, tem-se a nova igualdade $(10^j - 1)10^k\ \frac{p}{q} = (10^j - 1)a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k + b_1b_2 \dots b_j$. Multiplicando membro a membro por q, tem-se: $(10^j - 1)10^k p = q\left[(10^j - 1)(a_1a_2a_3a_4a_5 \dots a_k) + b_1b_2 \dots b_j\right]$ significando que q é divisor de $(10^j - 1)10^k$. Se q for uma potencia de 2 ou 5 ou de 2 e 5, então q é divisor de 10^k, e desta forma, o decimal é exato, ou seja, não tem a parte infinita e periódica. Porém, se q não for múltiplo somente de 2 e 5, encontra-se a parte periódica, pois q será divisor de $(10^j - 1)$.

Um exemplo a destacar é a representação decimal da fração $\frac{1}{6}$. Sabendo que 6 é múltiplo de 2 e 3, logo, escreve-se que $2 \cdot 3$ é divisor de $(10^j - 1)10^k$, para $j = 1$ e para $k = 1$. Se analisar as condições de j e k, pode-se afirmar que a representação decimal da dízima terá um elemento decimal que não repete indefinidamente e um elemento decimal que faz parte do período da dízima. De fato, se dividir o numerador da fração pelo denominar, será encontrada a representação decimal de $\frac{1}{6} = 0{,}1666 \dots$. Outras situações acompanham o mesmo raciocínio.

A fração que dá origem a dízima é denominada fração geratriz. Dada a dízima periódica $0,\overline{b_1b_2b_3 \dots b_j}$; essa dízima é considerada simples, pois o período inicia-se imediatamente logo após a vírgula. Considere m, sendo a geratriz dessa dízima. A forma geral de encontrar m é dada por $m = \frac{b_1b_2 \dots b_j}{10^j-1}$, logo, se período tiver 4 termos, ou seja, $j = 4$, o denominador da dízima será $10^4 - 1 = 9999$. Isto explica o fato da geratriz da dízima periódica simples apresentar noves em seu denominador.

Aplicando o conceito anterior, ao exemplo que segue, encontra-se a geratriz da dízima 0,161616... Sabendo que o período é 16 e que $j = 2$, pois j corresponde à quantidade de algarismos do período, tem-se $\frac{16}{10^2-1} = \frac{16}{100-1} = \frac{16}{99}$.

Quando logo após a vírgula, uma parte, sendo um algarismo ou um grupos de algarismos não se repete, ou seja, não pertence ao período tem-se as dízimas periódicas compostas, fazendo, como o próprio nome diz uma composição entre não período e período. Essas dízimas de forma geral, são representadas por $0,a_1a_2a_3a_4a_5\ldots a_k\overline{b_1b_2b_3\ldots b_j}$.

Considere n, geratriz da dízima composta $0,a_1a_2a_3a_4a_5\ldots a_k\overline{b_1b_2b_3\ldots b_j}$; a forma geral de escrever n é dada por $n=\frac{[(10^j-1)(a_1a_2a_3a_4a_5\ldots a_k)+b_1b_2\ldots b_j]}{(10^j-1)10^k}$. Como exemplo, a dízima 0,16666... tem como geratriz $n=\frac{[(10^1-1)\cdot 1\ \ +6]}{(10^1-1)10^1}=\frac{9\cdot 1+6}{9\cdot 10}=\frac{15}{90}=\frac{1}{6}$.

A proposta não é substituir a idéia de usar as séries geométricas para encontrar frações geratrizes, mas elucidar situações que ocorrem em salas de aulas de matemática. Cabe ao professor decidir qual a melhor forma de trabalhar com suas turmas, ficando claro que esta oficina serve como apoio para as práticas pedagógicas, e não como uma verdade absoluta.

O intuito é propor uma nova forma de trabalhar com o conteúdo Análise Real nos cursos de licenciatura em matemática, identificando os conhecimentos formais da matemática nas questões presentes no ensino básico.

Também compõem a proposta desta oficina convidar o professor que já atua no ensino básico a identificar em sua prática o tratamento formal dado nos cursos de Análise Real, cabendo ao professor, decidir incorporar ou não essas questões em seu fazer matemático na sua prática diária.

Procedimento metodológico da oficina

Esta oficina resume-se em apresentar as dízimas periódicas numa estrutura mais formal, compreender e validar os aspectos pedagógicos na aplicação desse conteúdo, contribuindo para identificação desses elementos estudados no âmbito do ensino básico.

Para o desenvolvimento dessa oficina, a abordagem escolhida foi o desenvolvimento das dízimas periódicas, que ao longo do processo oportunizará tanto ao professor do ensino básico quanto ao licenciando, identificar elementos em livros didáticos e outros, os quais utilizam com ou sem rigor, tal estrutura.

Na sequencia, inicia-se uma discussão em torno do conteúdo Análise Real, formalizando alguns procedimentos usados nas resoluções feitas pelos professores, mostrando, não de forma impositiva, as possibilidades entender questões formais**.**

Referências

BARTLLE, Robert G. **Elementos de Análise Real**. Tradução de Alfredo A. de Farias. – Rio de Janeiro: Campus, 1983.

BICUDO, Irineu. **Educação Matemática e Ensino de Matemática. Temas e Debates: Sociedade Brasileira de Educação Matemática** – SBEM, Ano IV – N. 3 – 1991.

BICUDO, M. A. V. (Org.), 1987. *Educação Matemática*. São Paulo: Moraes.

BOYER, Carl Benjamim. Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula, volume 6. São Paulo: Atual, 1992.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília : MEC / SEF, 1998, 148 p.

CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos fundamentais da matemática. Lisboa, 1951

COURANT, Richard e ROBBINS, Herbert. **O que é Matemática?**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna LTD., 2000.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Matemática à ação: reflexão sobre a educação e matemática.** Campinas: Papirus, 1986.

_______. **Educação Matemática: Da Teoria à Prática**. Campinas SP: Papirus, 1996.

_______. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**. 5ªed. São Paulo: Ática, 1998.

_______. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**. 2ªed. São Paulo: Ática, 1993. (Série Fundamentos 74).

_______. **Etnomatemática: Elo entre as tradições a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. São Paulo: Ática, 2009.

FIORENTINI, Dário (Org.) **Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil**. (Artigo), Revista Zetetike, ano 3 – nº 4, 1995.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996. (Coleção Leitura).

GIOVANNI, José Ruy Junior e CASTRUCCI, Benedito. **A conquista da matemática** São Paulo: FTD, 2009.

LAROUSSE, Ática: Dicionário da língua portuguesa – São Paulo: Ática, 2001.

LIMA, Elon Lages. **Curso de Análise; v.1. 12 ed**. Rio de Janeiro: Associação Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2009.

LIMA, Elon Lages: Explorando o ensino da Matemática: artigos: volume 1 Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004. 240 p.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti e DAVID Maria Manuela Martins Soares **A formação matemática do professor.** Belo Horizonte: Autentica, 2005.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti e DAVID Maria Manuela Martins Soares. **O conhecimento matemático do professor.** (Artigo), Revista Brasileira de Educação nº 28, 2005.

_______.**Matemática escolar, matemática científica, saber docente e formação de professores.** (Artigo), Revista Zetetike - Cempem – FE – Unicamp – v.11 – n. 19, - Jan./Jun. 2003.

MOREIRA, Plínio Cavalcanti; CURY, Helena Noronha; VIANNA, Carlos Roberto. **Por que análiser real na licenciatura?** (Artigo), Revista Zetetike - Cempem – FE – Unicamp – v.11 – n. 23, - Jan./Jun. 2005.

PASQUINI, R. C. G. **Um Tratamento para os Números Reais Via Medição de Segmentos: Uma Proposta, Uma Investigação**. 2007. 398 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática/UNESP, Rio Claro

(SP), 2007.

POLYA George, **A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

REIS, F. S. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos**. 2001. 604 f. Tese (Doutorado em Educação) - FE/Unicamp, Campinas (SP), 2001

REIS, Frederico da Silva. **Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisas e debates**. Recife: SBEM, 2009.p. (81 – 97).

Apêndice A

Guias de trabalho

1ª etapa: Apresentação e comentários

Representação decimal de um número real α não negativo, é uma expressão que se caracteriza pela forma $\alpha = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{a_i}{10^i}$, que pode ser escrita compactamente como $\alpha = a_0, a_1 a_2 a_3 \ldots a_n \ldots$, em que a_0 é um número inteiro maior ou igual a zero e os índices $a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots$ são dígitos, ou seja, são números inteiros tais que $0 \leq a_n \leq 9$.

As frações que tem 10, 100, 1000 no denominador podem ser representadas na forma decimal. Essas frações são denominadas frações decimais. Com relação a fração decimal, sua representação decimal é finita, logo $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$ e $\frac{9}{8} = \frac{1125}{1000} = 1{,}125$.

Todas as frações equivalentes às frações decimais, tem denominadores que podem ser escritos como potências de 2 ou 5, ou de 2 e 5. Se houver algum denominador que apresenta pelo menos um fator diferente de 2 e 5, então a fração não pode ser equivalentemente escrita na forma de fração decimal.

2ª etapa: Atividades a serem discutidas

1) Faz sentido escrever 1/3 = 0,33333...? Qual o sentido de infinitas casas decimais?

Discussão: De acordo com os PCN´s (1998), de matemática para o ensino fundamental, as dificuldades encontradas no processo de aprendizagem dos números racionais, em especial, dos decimais finitos e infinitos deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõem rupturas com idéias construídas para os números naturais. Ao trabalhar como os números racionais, os alunos acabem tendo que enfrentar obstáculos dos quais se destaca a representação do número racional na forma finita e infinita.

2) Escreva 12,31415723723723... na forma $\frac{a}{b}$.

Discussão: Ao se observar cálculos numéricos com aproximações, observa-se que no campo dos racionais ocorrem duas representações, a fracionária e a decimal sendo esta última, finita ou infinita periódica (BRASIL, 1998).

3) Mostre que 0,999...= 1. E que 2,5 = 2,4999 e 1,48 = 1,47999...

Discussão: A representações infinitas (tanto de racionais como de irracionais) dão origem ao e o problema da aproximação numérica, mostrando a necessidade de considerar apenas um número finito de ordens decimais na representação do número. Essa é uma oportunidade apropriada para se abordar o conceito de arrendamento e as conseqüências nos resultados das operações (BRASIL, 1998).

4) Responda, justificando a resposta. A representação decimal de 3/17 é infinita e periódica? Caso afirmativo, quantos algarismos têm o período dessa dízima?

Discussão: Destaca-se a importâncias de centrar as situações de aprendizagem na eleboração de estratégias. De acordo como PCN´s de matemática do ensino fundamental (1998), é preciso que o aluno desenvolva processos importantes como intuição, analogia, indução e dedução, e não atividades voltadas para a memorização, desprovidas de compreensão ou de um trabalho que privilegie uma formalização precoce dos conceitos.

As discussões são apenas nortes motivadores para o desenvolvimento do debate que se abrirá, após respondidas as questões.

3º tempo: Debate final

‘ Apresentação das respostas dos participantes e possíveis contribuições para a dinâmica do trabalho desenvolvido nesta oficina. Nesta etapa, serão discutidos os pontos formais da na apresentação das dízimas periódicas e apresentação de sugestões, buscando refletir sobre como poderia ser trabalhado o conteúdo Análise Real nos cursos de licenciatura.

Apêndice B

<table>
<tr><th colspan="2">Informação geral</th></tr>
<tr><td colspan="2">Título da oficina: Um olhar para as dízimas periódicas: convite ao professor da educação básica</td></tr>
<tr><td colspan="2">Instituições dos autores: Universidade Federal de Juiz de Fora</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nome dos autores: Willian José da Cruz e Carlos Alberto Santana Soares</td></tr>
<tr><td colspan="2">País ou países dos autores: Brasil</td></tr>
<tr><td>Número de horas mais convenientes (2) :</td><td>2 horas</td></tr>
<tr><td>Nível de escolarização para o qual será dirigido (Educação Infantil, Anos iniciais do Ensino, Anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Superior, ou geral.</td><td>Ensino fundamental e Médio</td></tr>
<tr><td>Número máximo de pessoas.</td><td>20 pessoas</td></tr>
<tr><td>Equipamentos audiovisuais ou informáticos necessários (Projetor multimídia, TV</td><td>Projetor multimídia, computador</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

.