



## La construcción del plano cartesiano apoyados en software didáctico

Carlos **Espinosa** Marchán

Escuela Secundaria Técnica No. 213 “Bandera Nacional” de Iguala de la Independencia, Guerrero,  
Universidad Autónoma de Guerrero

México

[carlanguix@hotmail.com](mailto:carlanguix@hotmail.com)

Jaime **Arrieta** Vera

Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero

México

[jaime.arrieta@gmail.com](mailto:jaime.arrieta@gmail.com)

Celma **Espinosa** Marchán

Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios No. 56, Universidad Autónoma de Guerrero

México

[celmaem@hotmail.com](mailto:celmaem@hotmail.com)

Rolando **Roa** Vásquez

Escuela Secundaria Técnica No. 213 “Bandera Nacional” de Iguala de la Independencia, Guerrero,  
Universidad Autónoma de Guerrero

México

[roles.r@hotmail.com](mailto:roles.r@hotmail.com)

### Resumen

El presente trabajo es parte de una investigación en curso que pretende dar cuenta de las primeras construcciones de gráficas cartesianas en niños de 12 y 13 años, así como elaborar materiales multimedia y diseño de aprendizaje para ello. Se desarrolla en el marco del proyecto de Laboratorios Virtuales de Ciencias que tiene la intención de incorporar las prácticas de modelación al sistema escolar, particularmente en las escuelas Secundarias y de Nivel Medio Superior del Estado de Guerrero, México. Se reporta la experiencia de un grupo de estudiantes que participan en un diseño de aprendizaje con la intención de construir el plano y la gráfica cartesiana utilizando software didáctico elaborado por nosotros.

*Palabras clave:* software didáctico, plano cartesiano, geogebra, primeras construcciones.

## Introducción

El proyecto de Laboratorios Virtuales de Ciencias tiene la intención de incorporar las prácticas de modelación al sistema escolar, particularmente en las escuelas Secundarias y de Nivel Medio Superior del Estado de Guerrero, México. Una de las características específicas de este proyecto es que los estudiantes regularmente participan en puestas en escena de diseños de aprendizaje basados en prácticas de modelación, los estudiantes experimentan con diversos fenómenos y construyen modelos para predecirlos, comprenderlos, modificarlos, en suma, para intervenir en ellos.

En puestas en escena con estudiantes de 12 y 13 años de hace diez años, de 2002 (Méndez, 2008; Arrieta, 2003), grafican los datos con gráficas cartesianas, ahora los estudiantes lo hacen con gráfica de barras. Es decir, en menos de diez años la gráfica cartesiana ha sido desplazada por la gráfica de barras.

Una hipótesis es que este cambio en el procedimiento de los estudiantes para graficar se debe a los cambios propuestos en el currículo de la escuela secundaria (Educación Básica. Secundaria. Plan de estudios, 2006) donde proponen abordar la estadística de forma relevante.

Reportamos la experiencia con un grupo de estudiantes de primer año de la escuela secundaria mexicana que participa en la puesta en escena del diseño de aprendizaje. Antes de iniciar la puesta en escena se pide a los alumnos que localicen puntos en el plano cartesiano cuando se les proporciona sus coordenadas, las respuestas son muy variadas y se percibe la influencia de las gráficas de barras.



Figura 1. Resultados de alumnos de primer grado de secundaria al graficar en el plano cartesiano.

Cuando participan en la puesta en escena del diseño e interactúan con el software los actores juegan y compiten entre ellos. Después de la interacción se les pide, de nuevo, localicen los puntos en el plano y su respuesta es exitosa. En este reporte se muestran evidencia de ello.

## Marco teórico

La perspectiva teórica que sostenemos es la Socioepistemología y la línea de investigación a la cual se adscribe el presente trabajo es la que discurre acerca de las prácticas sociales en relación a la construcción de los conocimientos matemáticos.

## Metodología

La ingeniería didáctica se constituye como una metodología de investigación que se aplica tanto a los productos de enseñanza basados o derivados de ella, pero también como una metodología de investigación para guiar las experimentaciones en clase. Su sustento teórico proviene de la Teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1997) y la teoría de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), que tienen una visión sistémica al considerar a la didáctica de la matemáticas como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los alumnos, con objeto de optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Brousseau, 1997).

El proceso experimental de la ingeniería didáctica consta de cuatro fases: Análisis preliminares, análisis a priori, experimentación y análisis a posteriori.

### Resultados

Para elaborar tal diseño, es necesario distinguir los diferentes juegos de gráficas y las prácticas que los sustentan. Se ha reportado como se presenta confusión entre las trayectorias de un móvil y la gráfica cartesiana distancia-tiempo (Arrieta, 2003), de la misma manera se presentan confusiones entre la gráfica de barras y las gráficas cartesianas. Esta confusión solo es posible esclarecerla en el terreno de las prácticas que sustentan cada gráfica. Así es que las gráficas de barras están sustentadas por la práctica de “levantar columnas de fichas”, es decir de “hacer columnas de datos”, la trayectoria en “el desplazamiento de un móvil en el plano”, la gráfica de pastel “en el reparto de un solo pastel entre varios comensales” y la gráfica cartesiana en la co-variación, es decir, en la relación de dos variables.

Esta distinción es crucial para la elaboración del diseño, pues el diseño estaría basado en la práctica de relacionar dos variables en el plano. Una característica propia de este diseño es que utilizaría para su interacción aplicaciones multimedia apoyadas en juegos tradicionales que hagan del aprendizaje una actividad lúdica para los estudiantes.

Se ha elaborado un software atendiendo los requerimientos del diseño de aprendizaje, basado en prácticas de co-variación en el plano. Estas aplicaciones multimedia son “El Plano Cartesiano”, “En busca del tesoro”, “Buscando la Salida” y “Serpientes y Escaleras” diseñadas en Geogebra.

El primer software didáctico que presentamos es el del El Plano cartesiano el cual consiste en mover el punto rojo de la mosca por el plano cartesiano, nos va indicando la posición y en donde se encuentra ubicada, primero, segundo, tercero, cuarto cuadrante, en el eje de las  $x$  o el eje de las  $y$  o si se encuentra ubicada en el origen.

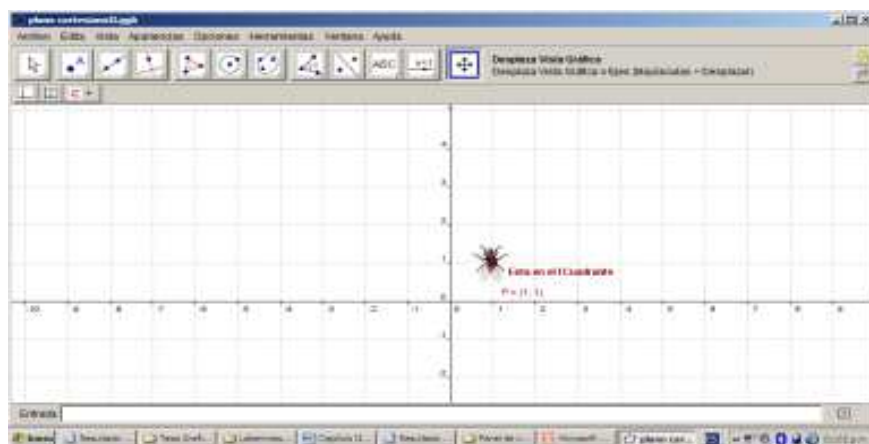

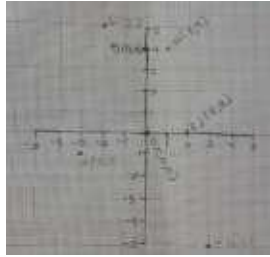
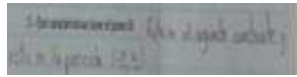
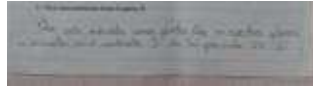


Figura 2. Simulador del plano cartesiano.

Al usar el primer simulador del plano cartesiano los alumnos exploran y aprenden como está formado el plano cartesiano, al terminar la exploración se les pide que en una hoja milimétrica construyan el plano cartesiano y ubiquen los puntos que se les dan, obteniendo los siguientes resultados.

Tabla 1

Validación de la puesta en escena del plano cartesiano.

Actividades Propuestas	Análisis A priori	Análisis A posteriori	Validación
	<p>Se espera que los alumnos no tengan ninguna dificultad al crear el plano cartesiano en el papel milimétrico y ubicar los puntos ya que al explorar el simulador observaron cómo está formado el plano cartesiano.</p>		<p>Como podemos observar coincide el análisis a priori con él a posteriori los alumnos contestan correctamente las preguntas de la primera puesta en escena.</p>
<p>2- Que características tiene el punto B</p>	<p>Se encuentra ubicado en el segundo cuadrante. El número de las abscisas es negativo y el de las ordenadas es positivo.</p>		
<p>3- Que características tiene el punto D</p>	<p>Se encuentra ubicado en el tercer cuadrante. Ambos números son negativos.</p>		

En esta puesta en escena se puede rescatar que los alumnos en educación primaria el plano cartesiano lo veían en un solo cuadrante y ubicando cuadradas como se muestra en la figura 3. Argumentando cual era la ruta más corta para llegar de la casa de Juanito a la casa de Pepe, ellos comentaron que tenían que caminar una cuadra al este y dos cuadras al norte.



Figura 3. Plano cartesiano en educación primaria.

**Puesta en escena En busca del tesoro**

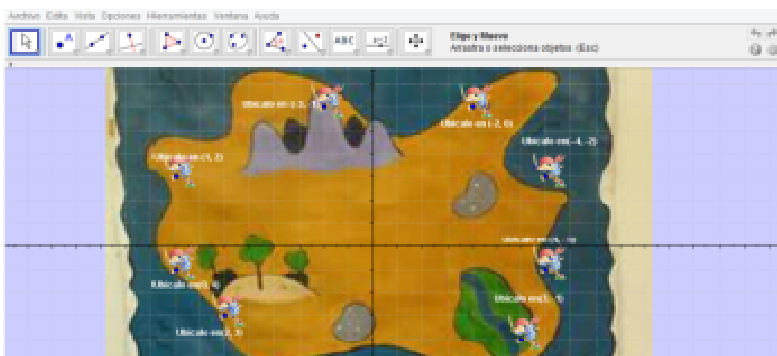


Figura 4. Pantalla inicial del software “En Busca del Tesoro”.

La figura 4, corresponde al software en busca del tesoro, el cual consiste en mover el punto azul que tiene el pirata la coordenada que marca, se encuentran escondidos un tesoro, un mapa, y un pirata con el tesoro, si mueves el punto a una coordenada incorrecta te perderás medio punto, si encuentras el tesoro te ganarás dos puntos, si encuentras un mapa ganarás un punto y si encuentras el pirata con tesoro perderás un puntos menos.

**Consideraciones previas:** se puede dejar a los alumnos que ellos mismos exploren el software, si el maestro observa que los alumnos no establece sus reglas puede considerar los siguientes aspectos:

En este enlace puedes descargar el software del tesoro [https://www.dropbox.com/s/h8bvnxzml28yr5i/El\\_tesoro.html](https://www.dropbox.com/s/h8bvnxzml28yr5i/El_tesoro.html). El juego está diseñado para dos jugadores. Cada jugador anota sus puntos que va obteniendo. Gana el jugador que obtenga más puntos.

<i>Actividades Propuestas</i>	
<i>Consiste en ubicar los piratas en la coordenada que le indica, dando clic con el botón derecho en el punto azul que tiene el pirata y arrastrarlo a la coordenada que le indica, si lo ubica mal se le descuenta medio punto, si encuentra un pirata se le descuenta un punto, si aparece un mapa se le da un punto extra y si sale el tesoro se le dan dos puntos extras.</i>	
<i>Análisis a priori</i>	
<i>Se espera que los alumnos logren llevar al pirata a la coordenada que le corresponde y construyan su tabla para registrar cada uno de sus movimientos.</i>	
<i>Análisis a posteriori</i>	
<i>Validación</i>	
<i>Los alumnos juegan, se divierten y logran ubicar los piratas en el lugar que les corresponde, construyen su tabla de datos suman sus puntos y para esta puesta en escena resulta ganadora Brenda. Al confrontar el análisis a priori con el análisis a posteriori coinciden y por lo tanto es válido este diseño de aprendizaje Buscando el Tesoro.</i>	

*Nota:* Cada vez que se abre el simulador las coordenadas de los piratas se generan aleatoriamente por lo tanto al aplicarlo en dos computadoras al mismo tiempo los puntos son diferentes y no pueden copiar los alumnos la ubicación de los piratas.

**Puesta en escena Buscando la salida**



Figura 5. Pantalla inicial del software “Buscando la salida”.

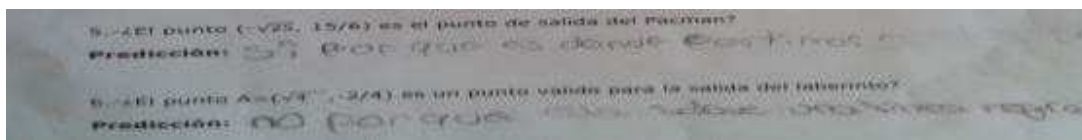
**Consideraciones previas:** Pueden jugar 2 o 3 jugadores, su nivel de complejidad va aumentando, aquí debemos escribir la coordenada (-5,2.5) que corresponde para que el pacman pueda avanzar, retroceder, subir o bajar, si los actores no establecen reglas del juego se puede sugerir lo siguiente:

El software se puede conseguir en el siguiente enlace:  
<https://www.dropbox.com/s/e55s2334z9fzaqk/laberinto.html> . Pierde turno el jugador que ubica una coordenada mal. Se puede encontrar la solución y al final gana el que tenga menos puntos rojos. Si cae un punto rojo pierde turno y regresa al inicio.

<i>Actividades Propuestas</i>
<i>Consiste en llevar el pacman a donde se encuentra el fantasma, los alumnos aprenden a ubicar puntos en el plano cartesiano teniendo un mayor grado de dificultad, pueden colocar decimales, fracciones, raíces e identifican que deben mover para el pacman suba o baje, camine o retroceda.</i>
<i>Análisis a priori</i>
<p><b>1.-Predicción:</b> los actores escribirán que tienen que mover las abscisas o el eje x para que se mueva hacia adelante o hacia atrás.</p> <p><b>2.-Predicción:</b> se espera que los actores escriban que para que suba o baje necesitan mover las ordenadas o el eje y.</p>
<i>Análisis a posteriori</i>
<i>Análisis a priori</i>
<p><b>5.- Predicción:</b> Se espera que los actores realicen cálculos para determinar la raíz cuadrada de 25 y den como resultado 5, y convierta a decimal la fracción dando como resultado 2.5. y determinen que el punto es igual a(-5,2.5)</p> <p><b>6.- Predicción:</b> Se espera que los actores realicen cálculos para determinar la raíz cuadrada de 4 y</p>

den como resultado 2, y convierta a decimal la fracción dando como resultado -0.5 que si es un punto valido en la resolución del laberinto.

Análisis a posteriori



Validación

Cumple el análisis a priori con él a posteriori, pero presenta mayor dificultad en el desarrollo de esta puesta en escena ya que ocupan el cálculo de raíces cuadradas, división o fracciones, en la pregunta 6 al dividir  $-2/4$  colocan como resultado  $-2$  y por eso argumentan que cae sobre una línea negra.

**Puesta en escena Serpientes y Escaleras**

Este es el juego clásico de serpientes y escaleras pero ahora utilizando el software de geogebra, se diseñó la siguiente aplicación, para poder jugar los alumnos seleccionan su personaje, dan clic en la opción que dice Tirar, automáticamente gira el dado, y avanzan el número que aparezca en el dado, ellos tienen que identificar cual es el par ordenado que deben mover  $x$  o  $y$ , si cae en la base de una escalera avanza a la casilla donde se encuentra la punta de la escalera, si cae en la cabeza de una serpiente, regresa a la posición donde se encuentra la cola, gana el primero que llegue a la meta. Durante la puesta en escena de este software didáctico los alumnos no tienen ningún problema en ubicar los puntos y mover a sus personajes, ellos juegan, se divierten, hacen uso de las matemáticas, al final del juego gana uno de los alumnos que no son muy destacados en la clase, argumentando uno de los más destacados que no se valía porque había ganado el que menos sabía en este juego, los cuestioné preguntándoles a que se debía eso y respondieron que era cuestión de azar por ser un juego, que si lo repetían no ganaría el mismo.

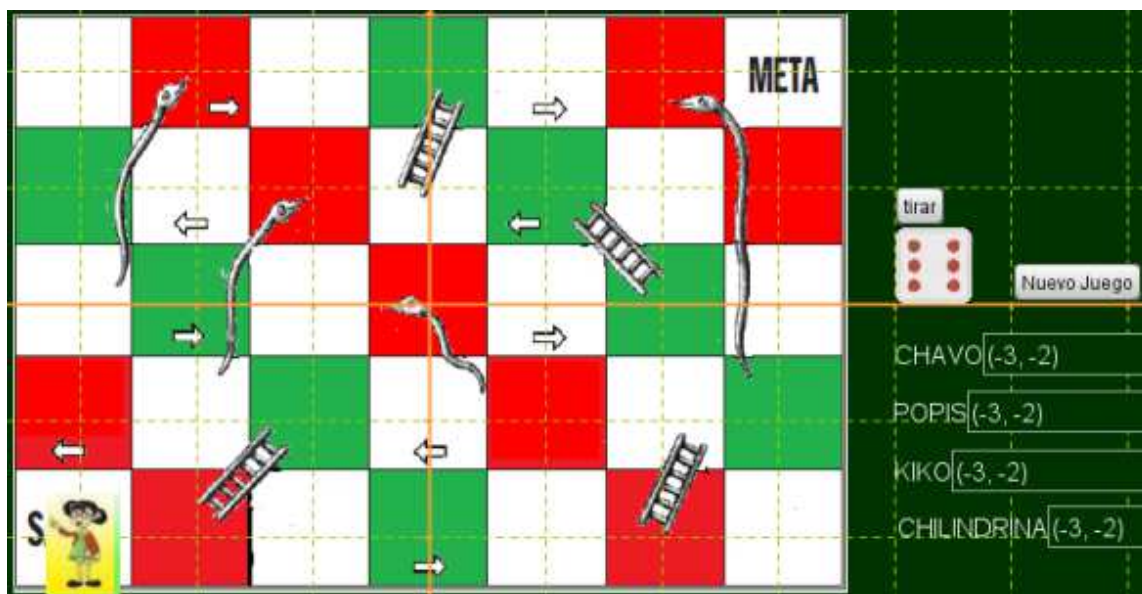


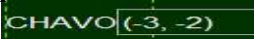


Figura 6. Pantalla inicial del software “Buscando el Tesoro”.

**Consideraciones previas:** Este juego consiste en la ubicación de puntos en el plano cartesiano haciendo uso del clásico juego de serpientes y escaleras, cuenta con 4 personajes (diseñado para máximo 4 jugadores) consiste en lo siguiente:

1. Descargar el software en el siguiente enlace:  
[https://www.dropbox.com/s/zud1k4c5m3i7hl9/serpientes\\_y\\_escaleraschavo.html](https://www.dropbox.com/s/zud1k4c5m3i7hl9/serpientes_y_escaleraschavo.html)
2. Seleccionar un personaje
3. Dar clic en el botón que dice tirar 
4. Avanzar el número de casillas que salió en el dado  escribiendo la ubicación que le corresponde a la coordenada. 
5. Si caes en una escalera, escribes la coordenada que le corresponde al final de la escalera.
6. Si caes en una serpiente, bajas y escribes la coordenada correspondiente a la ubicación de la cola de la serpiente.
7. Gana el jugador que llegue primero a la meta.

### Conclusiones

Para comprobar el aprendizaje de los alumnos se desarrolló la práctica presencial con una lona del plano cartesiano y salimos al patio de la escuela para que los alumnos ubicaran los puntos en el plano cartesiano lanzando unos dados rosa y naranja para representar el eje de las ordenadas y el de las abscisas. Obteniendo los siguientes resultados.



Figura 7. Alumnos ubicando puntos en el plano cartesiano de manera presencial en una lona

Durante esta puesta en escena los alumnos comprenden bien la ubicación de puntos en el plano cartesiano, aprenden y se divierten entre ellos mismos, toman sus conclusiones, les gusta bastante la aplicación de esta práctica y reforzaron lo aprendido con las puestas en escena anterior.

Los estudiantes construyen el plano cartesiano y las gráficas cartesianas en interacción con sus compañeros, interactuando con las aplicaciones específicas que hemos desarrollado.

En términos generales el análisis a priori coincide con el análisis a posteriori. Se puede observar que las respuestas de los estudiantes coinciden con las predicciones o son muy aproximadas en lo establecido. Estamos convencidos que los estudiantes tienen mucho que aportar, seguir trabajando y poniendo en práctica la utilización del laboratorio virtual de ciencias, en donde experimenten, simulen y lo hagan presencial para comprobar y comprender mejor, tener una mejor argumentación, salir de las prácticas tradicionalistas, formar alumnos críticos, analíticos, reflexivos que sean capaces de enfrentar y resolver problemas de la vida cotidiana que se les presenten. Las aplicaciones multimedia las podemos descargar de los enlaces que se presentan en las referencias bibliográficas Espinosa, (C) 2013.

### Referencias y Bibliografía

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula* (Tesis de Doctorado no publicada). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.



- Artigue, M. et. Al. (1995). *Ingeniería Didáctica en educación Matemática: Un esquema para la investigación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Artigue, M. (1998). Ingeniería didáctica. En M. Artigue, R. Douady, L. Moreno, & P. Gómez (Eds.), *Ingeniería didáctica en educación matemática* (pp. 88-96). Colombia: Una empresa docente.
- Brousseau, G. (1994). Los diferentes roles del maestro. En C. Parra, et al. *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 65- 95). Argentina: Paidós Educador.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers - Mathematics Educations Library (Vol. 19). Holanda.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: Editorial Aique.
- López, C. (2010). *Las prácticas de modelación virtual, un estudio intercultural* (Tesis de Maestría no publicada). Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México.
- Méndez, M. (2008). *La experiencia como la evolución de las prácticas: La experiencia de modelar linealmente situaciones análogas* (Tesis de Maestría no publicada). Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México.
- Educación Básica Secundaria. (2006). *Plan de estudios, 2006*. Recuperado el 13 de enero de 2011 de <http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/formacion/planestudios2006.pdf>
- Secretaría de Educación Pública (2011). Educación Básica Secundaria. *Plan de estudios, 2011*. Recuperado de <http://basica.sep.gob.mx/reformasecundaria/>
- Espinosa, C. (2013). *Simulador del Plano Cartesiano*. Recuperado el 13 de junio del 2013 de [https://www.dropbox.com/s/6vdydlx13kuwaxk/El\\_plano\\_cartesiano.html](https://www.dropbox.com/s/6vdydlx13kuwaxk/El_plano_cartesiano.html)
- Espinosa, C. (2013). *Simulador de en Busca del Tesoro*. Recuperado el 13 de junio del 2013 de [https://www.dropbox.com/s/h8bvnxzml28yr5i/El\\_tesoro.html](https://www.dropbox.com/s/h8bvnxzml28yr5i/El_tesoro.html)
- Espinosa, C. (2013). *Simulador del Laberinto*. Recuperado el 13 de junio del 2013 de <https://www.dropbox.com/s/e55s2334z9fzaqk/laberinto.html>
- Espinosa, C. (2013). *Simulador de Serpientes y Escaleras*. Recuperado el 13 de junio del 2013 de [www.dropbox.com/s/zud1k4c5m3i7hl9/serpientes\\_y\\_escaleraschavo.html](http://www.dropbox.com/s/zud1k4c5m3i7hl9/serpientes_y_escaleraschavo.html)