



Área de figuras planas com o Apprenti Géomètre: análise de uma atividade

Anderson Douglas Pereira **Rodrigues** da Silva
Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica-UFPE
Brasil
anderdouglasprs@gmail.com

Resumo

O presente artigo discute a análise teórica de uma atividade aplicada com um grupo de estudo composto por professores de matemática e pesquisadores da Educação Matemática, em uma oficina, sobre comparação de área de figuras planas. O objetivo desta oficina foi apresentar o Apprenti Géomètre 2, um software de Geometria Dinâmica desenvolvido pelo CREM (Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques), que possibilita a composição e decomposição de figuras planas, elementos importantes para a construção do conceito de área enquanto grandeza geométrica. Neste artigo abordaremos a análise teórica da questão de número três de uma sequência de atividades que continham onze questões por apresentar segundo os participantes da oficina um grau de dificuldade maior de resolver em uma ambiente papel lápis, sendo mais fácil a resolução por meio do Apprenti Géomètre 2.

Palavras-chave: Análise Teórica, Geometria Dinâmica, Apprenti Géomètre 2.

Introdução

Nos últimos anos, muitas pesquisas a respeito do ensino e aprendizagem da matemática têm sido desenvolvidas utilizando softwares de Geometria Dinâmica como ferramenta na construção do conhecimento de área de figuras planas como Gobbi (2012), Refatti e Bisognin (2013), entre outros.

As grandezas geométricas têm sido estudadas por diversos grupos de pesquisa. Douady (1989) no Jogo de Quadros modeliza o conhecimento de área enquanto grandeza geométrica tomando três quadros: O Quadro dos Objetos, o Quadro dos Números e o Quadro das Grandezas. Relatam que as figuras pertencem ao domínio geométrico; a área é elemento do domínio das grandezas; e as medidas de área são números reais positivos, elementos do domínio numérico. Esse modelo pode ser representado pelo seguinte esquema:

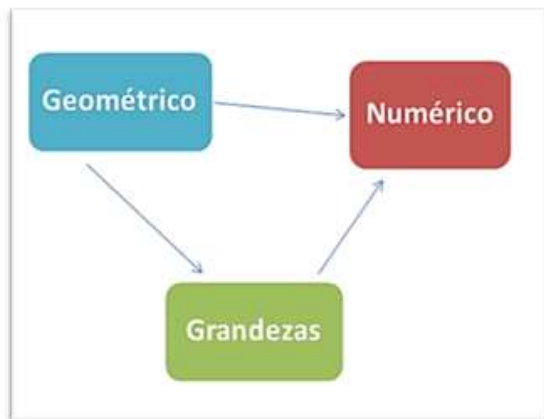


Figura 1. Jogo dos Quadros Fonte: Adaptado de Lima e Bellemain (2002).

A partir desse modelo, considerar área enquanto grandeza trata-se de distinguir área e figura (pois figuras diferentes podem possuir a mesma área) e área e número (pois se medirmos a área de uma figura com diferentes unidades, obteremos números diferentes para expressar a medida de área que obviamente não se altera).

Observamos nos estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989, p. 387) que “O conceito de área enquanto grandeza permite aos alunos estabelecerem relações necessárias entre os domínios geométricos e numéricos”, abordam também que algumas dificuldades estão ligadas ao tratamento feito pelos alunos na concepção-forma ligada ao quadro geométrico, ou na concepção número ligada ao campo numérico, ou nas duas simultaneamente, mas sem estabelecer relações entre as mesmas.

O trabalho com composição e decomposição permite ao aluno elaborar os primeiros significados do termo área como o “tanto” de superfície ocupado pelas figuras. Carvalho e Franchi (1992, p. 24).

É nesse sentido, que buscamos investigar, em uma pesquisa de mestrado, a construção do conceito de área, como grandeza autônoma, por estudantes do 6º ano do ensino fundamental quando interagem com atividades de comparação de área de figuras planas tendo o *Apprenti Géomètre 2* (CREM, 2014), como principal instrumento de investigação por apresentar em seus menus ferramentas de composição, decomposição, translação, rotação e reflexão de figuras, elementos importantes para a construção do conceito de área.

Como um estudo preliminar da dissertação, fizemos um levantamento das atividades que explorassem o conceito de área de figuras planas com o uso desse software. Uma oficina foi montada com 11 atividades, para vivência e discussão em um grupo de estudo. Várias das atividades propostas na oficina foram desenvolvidas pelo Centre de Recherche sur l’Enseignement des Mathématiques - CREM (2006-2007) e adaptadas pelo pesquisador. Uma delas, em especial, foi aqui analisada.

A atividade foi escolhida por apresentar um nível maior de dificuldade e mobilizar os principais menus do AG 2, tomou-se também por base, a opinião dos participantes da oficina, que consideraram à atividade em que o uso do software seria relevante para a resolução do que estava sendo proposto.

A referida atividade foi respondida por 5 duplas e um trio de participantes, faremos uma comparação do que havíamos previsto com os resultados de cada participante, contrastando duas etapas de Engenharia Didática, a análise a priori (Teórica) com uma análise a posteriori.

Embasamento Teórico

A Engenharia Didática (Artigue, 1996) apresenta-se como uma teoria metodológica destinada aos estudos de fenômenos da sala de aula, especialmente o estudo sequências didáticas ou situações didáticas. Neste artigo, utilizaremos etapas da Engenharia Didática para uma análise de uma atividade.

Entendemos aqui Análise Teórica ou Análise a priori segunda fase da Engenharia Didática, como o levantamento das variáveis de comando, que supõe serem variáveis pertinentes para o problema estudado (Artigue, 1996, p.202), ou seja, as variáveis de controle estabelecidas para a construção da sequência didática de forma que possibilite ao aluno desenvolver as atividades de maneira mais satisfatória para obtenção de melhores resultados.

Gobbi (2012) utilizou a análise a priori em sua pesquisa com o objetivo de reduzir as dificuldades encontradas por seus alunos da 6ª Série/7º Ano, quanto ao conteúdo de área e perímetro de figuras planas em uma sequência de atividades, com o auxílio do software geogebra, de cada atividade. Segundo ela, essa fase da Engenharia Didática possibilita: (a) descrever as escolhas feitas a partir da análise preliminar, (b) analisar o desafio que o aluno terá diante da ação da escolha, da decisão, do controle e da validação durante a experimentação da sequência a ser desenvolvida e (c) prever comportamentos possíveis dos alunos. Para isto ela fez um levantamento de como os livros didáticos apresentam os conteúdos área e perímetro e em seguida aplicar um diagnóstico com alunos, a partir desse contexto, mapear toda a sequência e desenvolver a mesma de forma mais sistematizada.

Apesar de nosso foco ser na aprendizagem do estudante e não na atividade didática em si, sabemos que o desenvolvimento do conhecimento do estudante, não depende unicamente do software e sim dos conhecimentos, que são mobilizados e contrastados com os seus conhecimentos prévios, em uma situação de ensino. Essa situação norteia o desenvolvimento do estudante e é nesse sentido, que mesmo com o foco na aprendizagem do estudante optamos por trazer à tona a técnica de análise a priori da Engenharia Didática, com o objetivo de compreender melhor e poder refinar a atividade, contrastando os resultados obtidos quando a atividade é experienciada.

Nos trabalhos desenvolvidos pelo CREM, e organizados no volume 3 (CREM, 2007), encontramos uma análise a priori de diversas questões voltadas a construção de área e perímetros de figuras planas por meio do Apprenti Géomètre 2, esse experimento foi realizado com alunos de 10 a 12 anos do Colégio Saint-Marie, Bélgica.

Nesses trabalhos desenvolvidos, os resultados quanto à construção do conhecimento do aluno também foram discutidos. Eles desenvolveram as atividades separando dois grupos um experimental, que utilizou o software, e um grupo controle com as mesmas atividades em um ambiente papel e lápis, relatando que houve um impacto no grupo que utilizou o software para responder as atividades propostas e que as crianças haviam desenvolvido certos reflexos que não possuíam antes em particular o de corte e sobreposição. No entanto, eles enfatizam que o uso de instrumentos e técnicas tradicionais não devem ser extintos, pois, a passagem da forma tradicional para o trabalho com o software pode ser mais bem aproveitada uma vez que os alunos

compreenderam como se deu o processo em um ambiente papel e lápis (CREM, 2005-2007).

Atividade e Análise Teórica

Apresentamos aqui uma Análise Teórica da terceira questão da sequência de atividades aplicada com os integrantes do grupo de estudo composto por professores de matemática e pesquisadores da Educação Matemática em uma oficina com o uso do Apprenti Géomètre 2. Essa questão foi desenvolvida pelo CREM e adaptada pelo pesquisador.

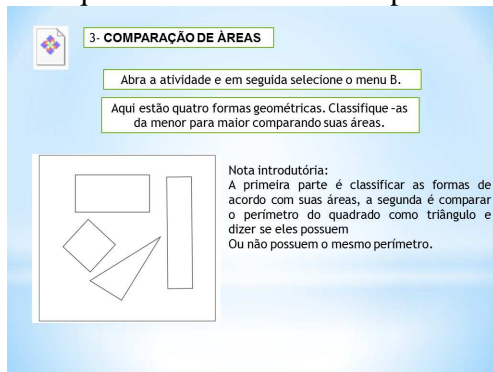


Figura 2. Comparação de áreas. Fonte: elaborada pelo autor.

Essa atividade apresentava-se da seguinte maneira na tela do computador, após o participante escolher a opção B do menu e inserir seu nome. Na figura 2, inserimos os rótulos em cada figura, a fim de facilitar a discussão nesse artigo. Isto não estava presente no arquivo do software durante a atividade.

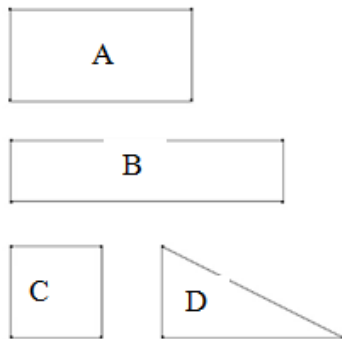


Figura 3. Apresentação na interface do AG 2. Fonte- Atividade 3 do Impact du logiciel Apprenti Géomètre sur certains apprentissages (Tome3).

Procedimentos Metodológicos da Oficina

A oficina foi desenvolvida em quatro momentos, com a participação de treze integrantes, que tiveram duas horas para responderem as atividades propostas.

Primeiro momento.

Entregamos aos 13 participantes a sequência didática adaptada dos estudos do CREM

(2007) contendo onze atividades de comparação de área.

Encontrava-se também na referida sequência algumas perguntas para refletir e responder sobre área e perímetro de figuras planas.

Foi entregue também a cada participante um DVD contendo as atividades da sequência pré-definida, assim como, o instalador do Apprenti Géomètre 2 na versão 2.3.9 e três softwares para gravar a interface do computador no momento da realização das atividades.

Desses três escolhemos o a tube catcher por apresentar maior facilidade de instalação e por gravar ao mesmo tempo o áudio e a interface do computador e não travar durante a realização das atividades. Esse software foi testado pelo pesquisador anteriormente em diversas atividades.

Vale salientar que todas as instruções haviam sido dadas a cada participante anteriormente a oficina via e-mail, porém, muitos não tinham conseguido instalar o AG 2 nem o a tube catcher, e tivemos que instalar em cada um computador. Como o Apprenti Géomètre 2 só apresenta duas opções de idiomas, o inglês e o francês, foi entregue um menu do software traduzido para português, para facilitar a compreensão de cada ferramenta presente no software.

Segundo momento.

Foi apresentados aos participantes da oficina o Apprenti Géomètre 2, seus principais menus e o que caracteriza como um software de Geometria Dinâmica, sua origem e os trabalhos desenvolvidos pelo CREM.

Expusemos também a sequência de atividades e orientamos como deveria ser desenvolvida, respeitando cada procedimento e cada instrução apresentadas no enunciado de cada atividade.

Terceiro momento.

Sugerimos que os integrantes se organizassem em duplas, como tínhamos 13 ficamos com cinco duplas e um trio, organizamos dessa forma para que houvesse uma cooperação entre os mesmos na resolução das atividades, pois alguns apresentavam dificuldades com o uso do computador.

Quarto momento.

Recolhemos as atividades desenvolvidas de cada participante e os vídeos gravados por meio do a tube catcher, numa pen driver para serem analisados posteriormente pelo pesquisador, após esse momento pedimos para que todos discutissem a contribuição do AG 2 para a resolução das atividades propostas.

Análise conceitual

Apresentamos aqui uma análise da atividade três desenvolvida pelo CREM (2007) e que trás algumas análises teóricas que serão ampliadas e discutidas aqui.

Um dos primeiros conhecimentos que os estudantes podem utilizar para comparar duas grandezas geométricas sem medir é a sobreposição, em particular, no caso da área. O Apprenti Géomètre valoriza a geometria das transformações e inclui um comando para cada uma das transformações isométricas que permitem o movimento das figuras, mantendo-as congruentes, a

fim de sobrepô-las umas às outras: *Glisser* (translação), *Tourner* (rotação) e *Retourner* (reflexão).

No caso da figura da atividade três, escolhida por apresentar um grau de dificuldade maior em ser resolvida em um ambiente papel lápis, segundo os participantes da oficina, a sobreposição por translação resolve facilmente a comparação do retângulo A com o quadrado C. O quadrado se encaixa no interior do retângulo A. O mesmo ocorre ao sobrepor por translação o retângulo A e o triângulo D. De fato, ao sobrepor o estudante verifica que a hipotenusa do triângulo D é a Diagonal do retângulo A. Esta pode ser uma maneira do estudante chegar a decidir que as figuras C e D têm a mesma área. A transitividade do fato da área do quadrado ser metade da área do retângulo A e a área do triângulo ser metade da área do retângulo A, pode favorecer que o estudante chegue ao resultado por dedução.

Outra maneira que pode ser usada para comparar as área das figuras C e D é: copiar, colar e duplicar para obter uma cópia das figuras e então tentar sobrepor às duas figuras por translação. Ao fazer isto, o estudante pode observar que a hipotenusa do triângulo se cruzará com um dos lados do quadrado ao meio. Ele poderá então utilizar a divisão da hipotenusa em duas partes iguais para poder decompor o triângulo em duas figuras. No software, é necessário criar os pontos nas figuras para então decompô-las ou utilizar pontos já demarcados.

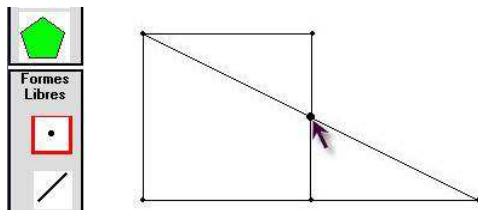


Figura 4. Criação de pontos. Fonte: (CREM, 2007).

Assim, em alguns casos é necessária a criação de pontos de corte em diferentes vértices ou no centro da figura. Para fazer isso, duas abordagens são possíveis:

Criar pontos de divisão na funcionalidade *diviser*;

Os pontos do formulário de formas livres e usá-lo como um ponto de corte.

Observa-se aqui uma distinção conceitual da geometria do *Apprenti Géomètre* com a Geometria Plana. Um segmento para o software não é formado de pontos. Os pontos são entidades distintas que podem ser colocadas como pertencentes aos segmentos. Esta mesma diferença conceitual aparece em alguns softwares de Geometria Dinâmica, em que se tem que criar um ponto em um segmento para ele passar a existir como ente pertencente ao segmento. Trazemos nas figuras a seguir, alguns casos encontrados na pesquisa do CREM (2007c)

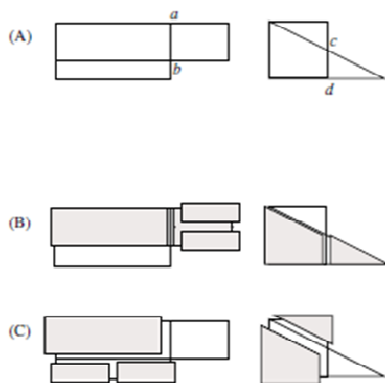


Figura 5. Procedimento de resolução da questão. Fonte: (CREM, 2007c)

Outra possibilidade de comparação entre o quadrado e o triângulo é a decomposição e recomposição das duas partes obtidas com o corte do triângulo, compondo o quadrado (a). Nessa estratégia, além da divisão, decomposição, para recompor o estudante utiliza as isometrias de rotação e de translação. Ele pode também fazer uma dupla reflexão do triângulo menor. (b) Os estudantes podem ainda escolher pela decomposição quadrado em vez da do triângulo.

A sobreposição deixa claras as partes das duas figuras que são comuns e as partes que não os são e que precisarão de outras estratégias para ser comparadas.

A comparação da área dos dois retângulos A e B envolvem uma estratégia ainda mais sofisticada, dado que as partes que sobram não são congruentes entre si. Envolve novas decomposições para então serem compostas em uma figura congruente à outra.

Para a mobilização da rotação em ângulos diferentes de 90° , 180° , 270° graus, seria necessário que as figuras aparecessem no arquivo na mesma posição que aparecem no papel.

Em relação ao perímetro, os estudantes poderiam duplicar as figuras e sobrepor os lados de uma em relação à outra como mostra a figura 6 que relaciona o quadrado com o triângulo.

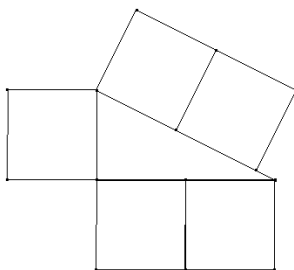


Figura 6. Comparando o perímetro. Fonte: elaborada pelo autor.

Concluiriam nesse caso que eles não teriam o mesmo perímetro, apesar de ter a mesma área. No entanto, os estudantes poderiam concluir, erroneamente, que os perímetros eram iguais, pois, as áreas também os eram.

Análise dos Resultados com as duplas

Analizamos aqui alguns procedimentos utilizados pelas duplas para solucionar a atividade. Para solucionar a questão as duplas A e B e D iniciaram sobrepondo o triângulo retângulo sobre o quadrado, utilizando a barra de ferramentas *Glisser* – translação do triângulo.

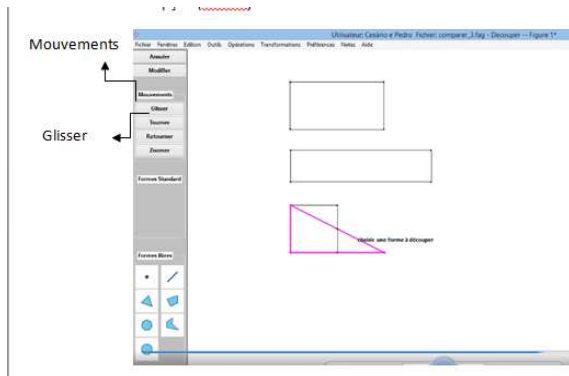


Figura 7. Procedimento utilizado pelas duplas A, B e D.

Em seguida, dividiram (*divisier*) a hipotenusa do triângulo para o decompor com a ferramenta (*découper*) para poder separar-las e torná-las em duas figuras distintas.

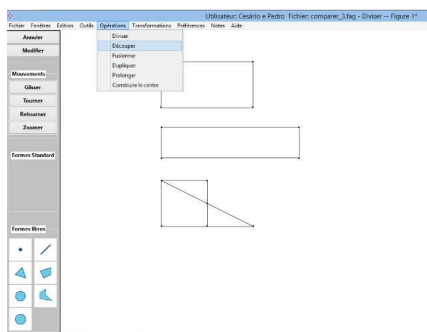


Figura 8. Processo de comparação das duplas A, B e D.

Nesse caso, foi necessário a criação de pontos de corte com a ferramenta *diviser*.

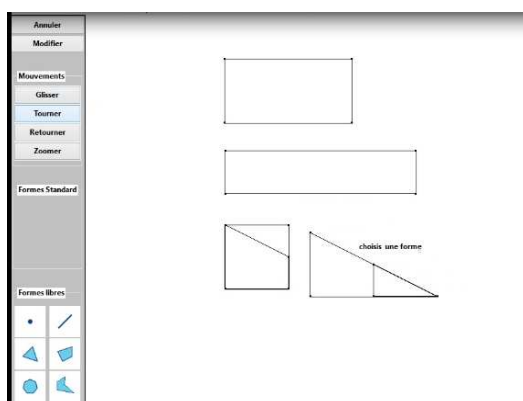


Figura 9: Processo de decomposição e comparação das figuras.

Como resultado os alunos obtiveram a seguinte concepção: Ambas formas têm a mesma área.

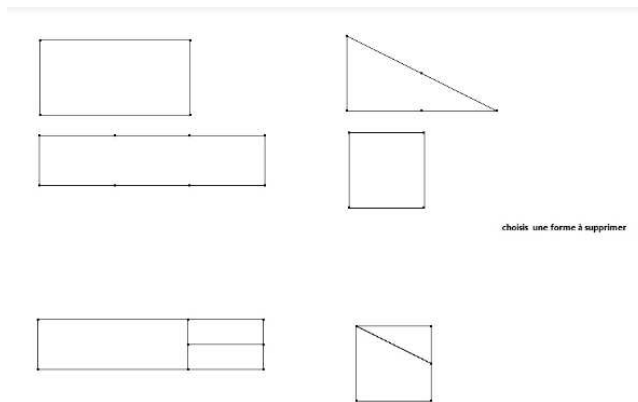


Figura 10. Resultado final das duplas A, B e D.

A dupla C utilizou a ferramenta *Glisser*. Em seguida clicaram nas imagens e escolheram a opção (colourer found-Colorir fundo) para colori-las, com a intenção de realçar as figuras com que estavam trabalhando, para depois tentar sobrepô-las várias vezes e posicioná-las de várias maneiras, mas não obtiveram êxito. Concepção final da dupla: Indefinida, não souberam identificar e compreender o que foi pedido na questão, a dupla não teve êxito.

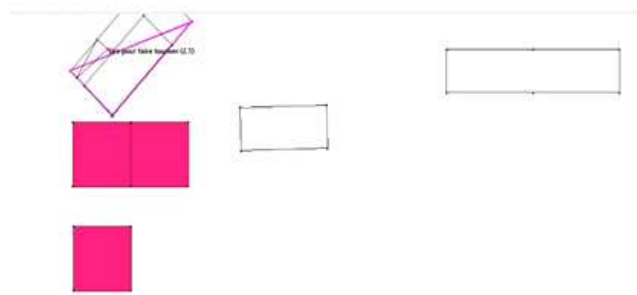


Figura 11. Resolução da dupla C.

O trio apresentou alguns procedimentos diferentes para comparar às áreas do triângulo e do quadrado, sobrepueram o triângulo ao quadrado, escolheram a opção menu forma livres e contornaram um dos triângulos retângulos formado a partir da sobreposição das duas figuras anteriores.

Em seguida utilizaram o menu *duplique*, depois utilizaram os menus *Glisser*, *tourner* e *retourner* para completar o processo de comparação sobrepondo a parte que estava faltando. Identificando que o quadrado tem a mesma área que o triângulo.

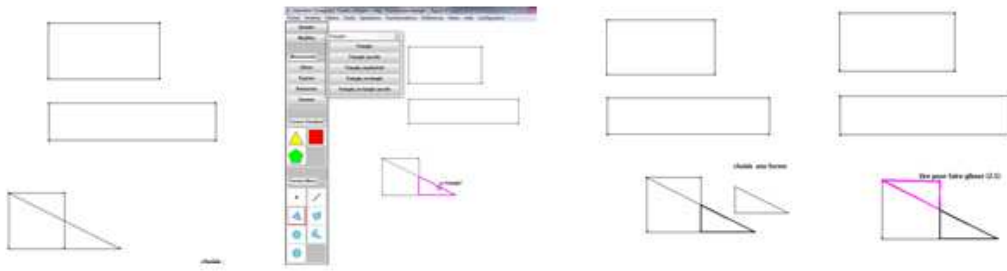


Figura 12. Processo de comparação das área do triângulo com o quadrado.

A maioria das duplas utilizaram os procedimentos que havíamos previsto e que estavam presentes nos estudos desenvolvidos pelo CREM (2007).

Considerações Finais

A partir da análise dos procedimentos de cada dupla e do trio, chegamos a conclusão que a maioria das formas utilizadas foram previstas nas análises teóricas realizadas pelo CREM (2007) e aprimoradas neste teste, com exceção dos primeiros procedimentos do trio e da dupla C. Como havíamos previsto a maioria dos participantes conseguiram resolver a questão proposta com o uso do software, relatando após a entrega da sequência de atividades respondida por meio do Apprenti Géomètre 2 contribuiu significativamente com a resolução das atividades, principalmente segundo eles por apresentar em seu menu ferramentas de composição e decomposição, entre outras, que outros softwares que implementam a Geometria Dinâmica não apresentam.

Referências Bibliográficas

- Artigue, M. (1996). *Engenharia Didática* (Trad. L. Maria). Lisboa: Instituto Piaget.
- Bellemain, P. M. C, & Lima, P.F. (2002). *Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental*. Natal: SBH Mata.
- Crem. (2003). *Apprenti Géomètre. Grandeurs, fractions et mesures*. Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, Bélgica.
- Crem. (2004). *Rapport de recherche 2003-2004. Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques*, Nivelles, Bélgica.
- Crem. (2005). *Apprenti Géomètre. Un outil de différenciation des apprentissages en mathématique*. Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, Bélgica.
- Crem. (2007a). *Apprenti Géomètre. Impact du logiciel Apprenti Géomètre sur certains apprentissages* (Vol. 1). Nivelles, Bélgica.
- Douady, R., & Perrin-Glorian, M. J. (1989). Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 387-424.
- Franchi, Anna et al. (1992). *Geometria no 1º Grau: da composição e da decomposição de figuras as fórmulas de área* (Vol. 7). São Paulo: CLR Balieiro.
- Gobbi, J.A. (2012). *Do livro didático ao software geogebra: a engenharia didática no estudo de figuras*

planas na 6ª série/7º ano do ensino fundamental (Dissertação de mestrado). Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Santa Maria, RS, Brasil.

Lima, P.; Bellemain, P. (2010). *Grandezas e Medidas*. (2010). João Bosco Pitombeira de Carvalho. Coleção Explorando o Ensino – Matemática. Brasília: DF.

Nöel, G., & Pliez, G. (Fevereiro, 2014). *Apprenti Géomètre*. Copyright CREM.

Refatti, L., & Bisognin, E. (2013). Estudo de transformações geométricas com o auxílio do Cabri 3D. *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática*, Curitiba, PR, Brasil, 11.

Silva, J., & Bellemain, P. (2011). Comprimento, Perímetro e área em Livros didáticos brasileiros de 6º ano. *Anais do Conferência interamericana de educação matemática*, Recife, PE, Brasil, 13.