CB-1.104

ELEMENTOS METODOLÓGICOS PARA UN DISEÑO DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS EN MATEMÁTICAS, CON APOYO DE GEOGEBRA

José Luis Soto Munguía
jlsoto@mat.uson.mx
Universidad de Sonora, México

Núcleo temático: recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Bachillerato
Palabras clave: Secuencia didáctica, GeoGebra,

Resumen

En el presente trabajo se describe una metodología para el diseño de secuencias didácticas en matemáticas, que ha sido aplicada en la elaboración de diversas secuencias, orientadas tanto a estudiantes como a profesores de diferentes niveles educativos, aunque aquí ejemplificamos con secuencias dirigidas a estudiantes. Las secuencias están integradas por actividades agrupadas en tres bloques ordenados, denominados: apertura, desarrollo y cierre. Como punto de partida, en la apertura se plantea una situación problema y todas las actividades de este bloque están centradas en la familiarización con la situación y su contexto; en el desarrollo se pretende avanzar gradualmente en la resolución de la situación planteada y en el cierre se pretenden formalizar las nociones matemáticas que han emergido. El software GeoGebra se ha incorporado a las secuencias con diferentes propósitos, por un lado como herramienta para simular las situaciones planteadas (apertura) y por otro, como recurso para modelar, explorar y resolver la situación propuesta a lo largo del desarrollo. En todos los casos se usan archivos previamente construidos, que pueden ser manipulados por el usuario "arrastrando" objetos en pantalla. Se presentan fragmentos de algunas secuencias, para ilustrar el diseño y la metodología.

Introducción

Desde la última reforma educativa aprobada en México en el año 2011, se ha insistido en la importancia del diseño de actividades didácticas. Lo cierto es que, por razones muy diversas, los avances en esta dirección son mínimos en educación básica (4-15 años) y prácticamente nulos en el bachillerato (16-18 años). Tenemos ahora un sistema educativo formalmente concebido "bajo el enfoque por competencias", pero en los hechos las prácticas educativas siguen siendo esencialmente las mismas que antes de la reforma. En el Departamento de Matemáticas de nuestra Universidad, en los últimos años nuestro grupo de trabajo ha

ISBN 978-84-945722-3-4

dedicado grandes esfuerzos a diseñar secuencias didácticas para los cursos de matemáticas de diferentes niveles educativos. Expondremos aquí los elementos metodológicos que nos han servido de base y las experiencias que nos han dejado estos esfuerzos. La estructura didáctica de las secuencias, ha sido tomada de Díaz_Barriga (2013), quien las describe como:

> De esta manera la secuencia de aprendizaje responde fundamentalmente a una serie de principios que se derivan de una estructura didáctica (actividades de apertura, desarrollo y cierre) y a una visión que emana de la nueva didáctica: generar procesos centrados en el aprendizaje, trabajar por situaciones reales… (p. 18)

En todos los casos el diseño tiene como punto de partida, lo que Hitt (2009) llama una *situación problema*, y que caracteriza como:

> La situación debe ser simple, fácil de entender (ello no implica que sea fácil de resolver), ella debe provocar la reflexión y por tanto no puede ser un ejercicio. La matemática que debe utilizarse no debe ser explicitada en el enunciado. (p. 6)

La dificultad principal que enfrentamos para iniciar el diseño de una secuencia, es la selección de esta *situación problema*, esto es así porque necesitamos situaciones como las descritas por Hitt, pero que además respondan a los contenidos curriculares de la escuela. Para seleccionar estas situaciones, hemos recurrido a la literatura especializada, como la compilación publicada por Teacher College University of Columbia (2012), aunque también hemos extraído situaciones de diversas publicaciones no especializadas, como revistas, sitios web, tesis de licenciatura y además hemos propuesto situaciones a partir de problemas de la vida real planteados por estudiantes y profesores de nuestro posgrado. Describimos a continuación cada una de las tres etapas que integran una secuencia.

Apertura

En este primer momento lo más importante es plantear una situación problema, en la que se explica la importancia que tiene abordarla y el contexto de la situación. Las actividades aquí están centradas en la comprensión de la situación. Cuando lo hemos considerado necesario hemos usado GeoGebra para construir una simulación de la situación, en ese caso esperamos que la observación y manipulación de la construcción apoye la comprensión.

ISBN 978-84-945722-3-4

Ejemplificamos con la secuencia siguiente, titulada “Cuidado con el autobús”, que llamaremos Ejemplo A y cuyo planteamiento ha sido tomado y adaptado de una publicación de Mathematics Assessment Resource Service (2015) con los permisos correspondientes y consiste esencialmente en lo siguiente: Cuando un camión o autobús da la vuelta en una esquina, el conductor debe maniobrar el volante de tal manera que logre desplazarlo hacia afuera, para que las ruedas traseras no invadan el carril por el cual circulan las bicicletas. Se pretende aquí cuantificar qué tanto invade el autobús la ciclovía.

Se proporciona en este momento, el archivo que se ilustra en la Figura 1, en donde el estudiante puede rotar el autobús, hacer variar las distancia entre los ejes del mismo y modificar el radio del borde exterior de la ciclovía; como puede verse el estudio de la situación es hasta ahora casi exclusivamente cualitativo. Se espera que esta interacción con la construcción permita entenderla mejor y clarificar los problemas que se plantearán a partir de ella.

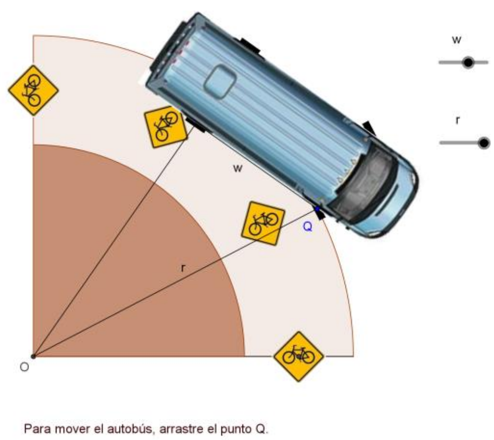

Figura 1

En un segundo caso que llamaremos Ejemplo B, mostramos que en las actividades de apertura, no necesariamente usamos tecnología, la situación de inicio consiste en plantear algunas formas geométricas que presentan las secciones transversales de los canales hidráulicos y encontrar el mejor canal de entre todos los que tienen una capacidad fija (ver Figura 2)

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

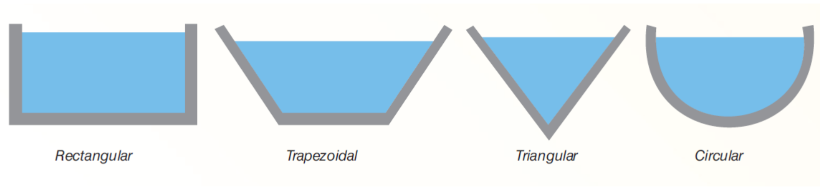

Figura 2

Como parte de las actividades de inicio, se pide expresar algebraicamente algunos parámetros que se van a necesitar durante el resto de las secuencia. El propósito aquí es constatar que la situación se ha comprendido, pero también la verificación de que se cuenta con algunas herramientas matemáticas necesarias, la Figura 3 ilustra uno de estos casos:

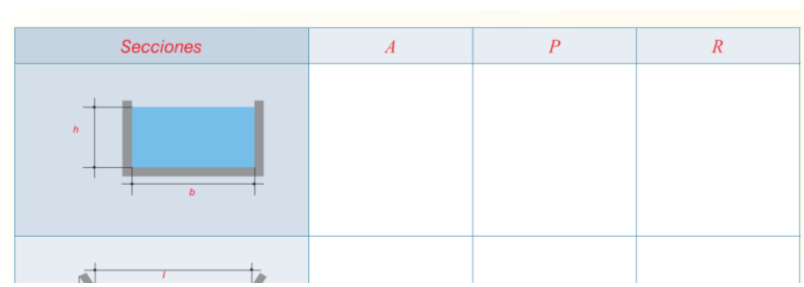

Figura 3. En la tabla, A representa el área húmeda (área del rectángulo azul), P representa el perímetro húmedo (perímetro del rectángulo azul después de restarle la base *b* del rectángulo) y R representa el radio hidráulico, definido como $R = A/P$.

Desarrollo

Díaz-Barriga (2013, p. 22) afirma que “Las actividades de desarrollo tienen la finalidad de que el estudiante interaccione con una nueva información.”, pero nosotros en matemáticas hemos interpretado que el nuevo conocimiento se generará a partir de los procesos de resolución de la situación planteada al principio. Se intentará entonces que las actividades se orienten hacia dicha resolución. La secuencia en este momento se torna compleja porque la resolución exige más allá de las herramientas matemáticas disponibles, de habilidades y heurísticas que generen ideas sobre las estrategias de resolución que tendrán que emplearse. El papel que juega aquí la tecnología cambia radicalmente, se trata ahora de explorar archivos construidos que muestren las relaciones internas de la situación planteada, lo que nosotros hemos llamado su *modelo dinámico*, cuya exploración y observación pueda sistematizarse para identificar las variables, las constantes y las relaciones que intervienen en el modelo.

ISBN 978-84-945722-3-4

En el desarrollo del Ejemplo A, se propone una construcción que puede ser manipulada por el estudiante en la que las cantidades y sus relaciones están a la vista, como puede verse en la Figura 4.

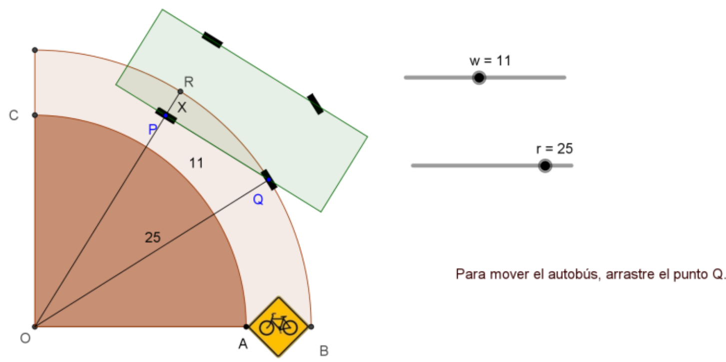

Figura 4

En un primer acercamiento la manipulación se reduce a mover el punto Q, dejando fijas las variables *r* y *s*, con valores como los mostrados en la Figura 4. Durante la rotación está claro que todas las variables de interés permanecen fijas y solamente está cambiando el ángulo de rotación del autobús y las características del triángulo OPQ permiten plantear la ecuación $x^2 - 50x + 121 = 0$, una de cuyas soluciones resuelve este caso particular.

En el desarrollo del Ejemplo B, se propone como tarea la búsqueda del óptimo en cada uno de los tres primeros tipos de canales, cuando el área húmeda es de 72 m^2, en cada caso se trata de obtener las dimensiones que debe tener el canal para que su perímetro húmedo sea mínimo. La búsqueda se hace a través de la manipulación de un archivo como el mostrado en la Figura 5, que ilustra el canal rectangular.

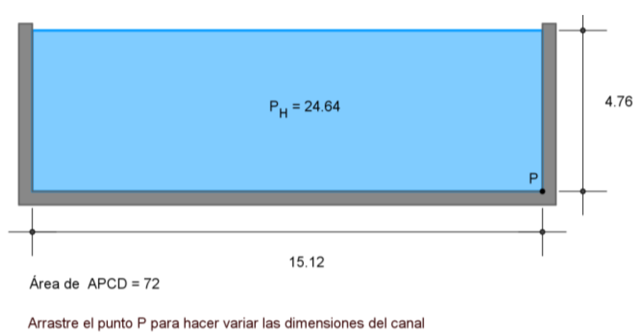

Figura 5

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

La búsqueda del perímetro húmedo óptimo está basada en la exploración numérica de las dimensiones, se pospone hasta el cierre una discusión sobre las razones por las cuales el canal que optimiza el perímetro húmedo tiene dimensiones que están en la razón 2:1.

Cierre

Al respecto de esta parte final de la secuencia, Díaz-Barriga (2013, p. 23) afirma que "Las actividades de cierre se realizan con la finalidad de lograr una integración del conjunto de tareas realizadas, permiten realizar una síntesis del proceso y del aprendizaje desarrollado.", pero de nueva cuenta, frente a la naturaleza de las actividades propuestas en matemáticas tenemos que ser más específicos. Al iniciar esta etapa, la situación planteada ya ha sido resuelta y hablar de integración para nosotros significa:

- Reunir y formalizar los conceptos matemáticos que han emergido durante la resolución.
- Profundizar en los conceptos utilizados, aunque esta profundización se limita con frecuencia a la introducción de representaciones sobre el mismo concepto que no se han usado en la secuencia.
- En algunos casos, planteamos también en el *cierre*, la justificación de resultados que han sido utilizados como teoremas "de hecho", aunque la justificación propuesta no alcance el nivel de una demostración formal.

En el ejemplo A, una vez resuelta la ecuación $x^2 - 50x + 121 = 0$ y analizadas las soluciones, la secuencia se cierra con la resolución y el análisis del caso general $x^2 - 2rx + w^2 = 0$. Este análisis no se reduce a los tratamientos algebraicos, el estudiante dispondrá también de una construcción como la mostrada en la Figura 6, en la que se estudian las soluciones como raíces de la función $f(x) = x^2 - 2rx + w^2$ en donde parámetros r y w pueden hacerse variar en pantalla como deslizadores de GeoGebra.

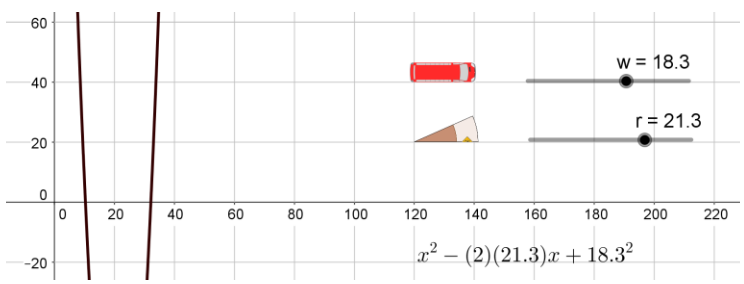

Figura 6

ISBN 978-84-945722-3-4

En el ejemplo B, una vez que se han encontrado las dimensiones de los canales que tienen menor perímetro húmedo, en cada uno de los primeros tres casos (ver Figura 2), se comparan estos casos óptimos entre sí. Se propone como actividad integradora la comparación de los tres óptimos con el canal semicircular, para llegar a la conclusión que este último es el óptimo de los óptimos calculados. Durante el desarrollo de la actividad cada uno de los óptimos se ha encontrado de manera empírica, explorando las construcciones numéricamente, pero no hay una búsqueda de argumentos matemáticos que conduzcan a esos resultados; por esta razón se incluye en esta parte final una discusión sobre el fundamento matemático que está detrás de estos resultados. En el segundo semestre del Bachillerato, los estudiantes no han entrado todavía en contacto con el Cálculo Diferencial y por lo tanto estas herramientas no pueden usarse aquí; por esta razón se ha tomado el resultado "Entre todos los polígonos de *n* lados y con la misma área, el regular es el de menor perímetro" como verdadero. A partir de este resultado y explorando y analizando la construcción siguiente (Figura 7), se trata por ejemplo de concluir que el entre todos los canales de área húmeda igual a 72 m^2, el de menor perímetro húmedo es el que guarda la relación 2:1 entre la base y la altura.

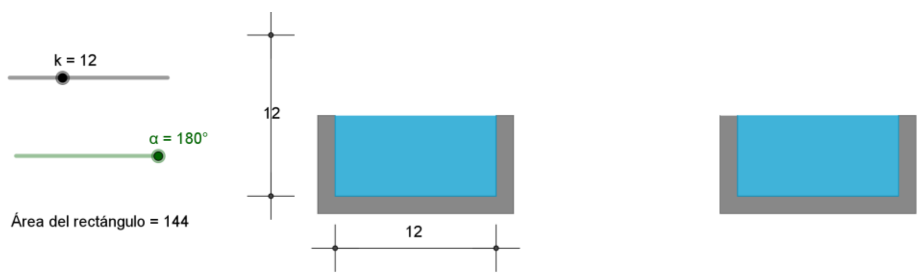

Figura 7

La manipulación está orientada a buscar el rectángulo de menor perímetro entre todos los que tienen un área de 144 m^2 y luego partirlo en dos canales, cada uno con área húmeda igual a 72 m^2 y perímetro húmedo igual a 24 m.

Conclusiones

Si queremos transformar el aula de matemáticas en un espacio de trabajo atractivo, en donde todos podamos aprender matemáticas con gusto, tenemos que repensar nuestra práctica docente. En nuestro país el aula sigue siendo predominantemente un lugar para desarrollar lo que Díaz-Barriga (2013, p. 12) llama una *clase frontal*. La iniciativa de modificar nuestras

ISBN 978-84-945722-3-4

propias formas de enseñar matemáticas nos han conducido de manera natural al diseño de actividades didácticas primero, y luego a darles forma como secuencia de actividades. Pero la necesidad de influir en la modificación de la práctica de otros profesores, nos ha llevado a plantearnos la necesidad de contar con elementos metodológicos específicos que permitan a los docentes diseñar sus propias secuencias. El trabajo que hemos resumido aquí es apenas una pequeña contribución a las transformaciones a las que aspiramos; la idea de involucrar a los profesores en el diseño y la puesta en práctica de estas secuencias ha enfrentado por lo menos tres dificultades: a) la resistencia de los profesores a replantear la enseñanza de la matemática y al uso de tecnología, b) el interés de las instituciones para modificar la enseñanza no ha sido el esperado y c) la propia resistencia de los estudiantes acostumbrados a una clase de matemáticas completamente distinta. Por lo pronto hemos escrito con la metodología descrita, el conjunto de libros de texto (6) de matemáticas de la institución de bachillerato más importante en nuestra región, pero el uso de estos libros de texto está apenas en su etapa de evaluación. Nuestros estudiantes de posgrado han mostrado cada vez más interés por elaborar tesis sobre la investigación de temas relacionados con los aspectos metodológicos del diseño.

Referencias bibliográficas

Díaz-Barriga, Á. (2013). Secuencias de aprendizaje. ¿Un problema del enfoque de competencias o un reencuentro con perspectivas didácticas? *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, *17*(3), 11-33. https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/article/view/41685/23758. Consultado 04/01/2017.

Hitt, F. & Cortés, C. (2009). Planificación de actividades en un curso sobre la adquisición de competencias en la modelización matemática y uso de calculadora con posibilidades gráficas. *Revista Digital Matemática*, *Educación e Internet*, *10*(1), 1-30. http://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/1977. Consultado 15/01/2017.

Mathematics Assessment Resource Service (2015). Solving Quadratic Equations. University of Nottingham, http://map.mathshell.org/download.php?fileid=1736. Consultado 12/02/2016.

ISBN 978-84-945722-3-4

Teacher College University of Columbia (2012). *Mathematical Modeling Handbook*. Comap. http://www.comap.com/modelingHB/Modeling_HB_Sample.pdf. Consultado 08/02/2017.

ISBN 978-84-945722-3-4