

¿CÓMO EVOLUCIONAN LAS DIFICULTADES Y ERRORES ESTADÍSTICOS EN LOS CAMBIOS DE CICLO DE PRIMARIA?

Assumpta Estrada - Maria Ricart Aranda - Iván Barbero Sola - M^a Núria Cardet Carné - Mercè Ardiaca Burgués - Imma Fornells Barberà - M^a Jose Peroy Ribes - M^a Carmen Roures Márquez - M^a Àngels Mesalles i Camí - Irene Mayoral Seró
aestrada@matematica.udl.cat - maria.ricart@matematica.udl.cat - ibarbero@pip.udl.cat - mcardet@xtec.cat - mardiac@xtec.cat - ifornel2@xtec.cat - joseperoy@gmail.com - mroures@xtec.cat - mmesalle@xtec.cat - mayoralirene@gmail.com
Universidad de Lleida – España

Núcleo temático: I Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos

Modalidad: CB

Nivel educativo: Primario

Palabras clave: Educación estadística, currículum de educación primaria, errores conceptuales

Resumen

En esta investigación se quiere detectar los errores conceptuales que tienen y las dificultades que presentan los estudiantes en el ámbito de la estadística en los cambios de ciclo escolares y cómo evolucionan. Para ello, se elaboró un cuestionario específico para el inicio del ciclo medio y superior de la educación primaria a partir de las pruebas de competencias básicas de matemáticas de la Generalitat de Cataluña, que contestaron 151 estudiantes de 3º y 150 de 5º de primaria. Los resultados indican que la interpretación de datos es una dificultad común a los diferentes niveles, especialmente en lo que respecta a la lectura de gráficos, que, a su vez, provoca errores en el aprendizaje de conceptos matemáticos elementales, como son el de doble y mitad. Sin embargo, los errores detectados en el cálculo de la moda no persisten, mayoritariamente, al cambiar de ciclo en variables de tipo cualitativo. Todo ello invita a reflexionar sobre la necesidad de potenciar el análisis y la comprobación de los resultados frente a la aplicación rutinaria de fórmulas y algoritmos en una tarea matemática.

Introducción

En los últimos años la Estadística se ha incorporado de manera generalizada en el currículo de la enseñanza obligatoria, por razones fundamentalmente socioculturales y educativas

(Franklin y cols., 2005) impulsando la investigación y el desarrollo curricular, en este campo específico. Pero a pesar de su utilidad reconocida y figurar en los programas oficiales, la Estadística es una materia frecuentemente olvidada en la educación primaria y secundaria, no sólo en España sino también en otros países desarrollados. Los profesores en ejercicio, a pesar de reconocer su importancia tanto en la enseñanza como en la vida cotidiana de sus alumnos, argumentan la falta de tiempo para desarrollar los contenidos curriculares y aceptan que para permitirles abordar con éxito los objetivos educativos correspondientes a cada ciclo muchos profesores precisan incrementar su conocimiento, no sólo sobre la materia, sino también sobre las dificultades y errores que los alumnos encuentran en el aprendizaje de la Estadística. Es evidente que el alumno se equivoca cuando se le pide realizar ciertas tareas estadísticas. Pero según Batanero et als. (2006) los errores y dificultades no se presentan de un modo aleatorio, imprevisible. Con frecuencia es posible encontrar regularidades, ciertas asociaciones con variables propias de las tareas propuestas, de los sujetos o de las circunstancias presentes o pasadas. El conocimiento de los errores y dificultades por parte del profesor es un primer paso para corregirlos y si los enfocamos de manera constructiva haciendo que los alumnos sean conscientes de esos errores probablemente no volverán a cometerlos en el futuro. El propósito de este estudio es contribuir a la difusión de los resultados de la investigación sobre estas dificultades y errores en conceptos estadísticos elementales centrándonos en analizar si permanecen en cada ciclo de la educación primaria, lo que pondría en evidencia el modelo de instrucción utilizado y nos llevaría a reflexionar sobre la necesidad de realizar una intervención en el aula que ayude a subsanarlos.

La Estadística en la Educación Primaria

La presencia de la Estadística en el currículum español ha ido aumentando con el paso del tiempo y actualmente encontramos una tendencia reciente a adelantar y renovar su enseñanza, haciéndola más experimental, e introduciéndola desde los primeros niveles de aprendizaje. En el actual currículum que no presenta grandes diferencias con el anterior, aparecen una serie de contenidos clave asociados a las competencias correspondientes. Para el bloque específico de Estadística y Probabilidad en primaria son tres:

- Obtención, representación e interpretación de datos estadísticos.
- Fenómenos aleatorios.

- Tablas y gráficos.

Pero a pesar de que estos contenidos se trabajan desde los primeros niveles, los alumnos terminan la Educación Primaria con errores y dificultades que en algunos casos arrastran hasta la universidad.

Debemos evitar que esta situación se produzca y evitar que el alumno siga cometiendo los mismos errores aplicando un cambio de metodología, abandonando el modelo tradicional de enseñanza, introduciendo nuevos métodos y recursos que favorezcan el aprendizaje tales como los proyectos o el uso de las tecnologías entre otros. Pero tal como señalan algunos autores, el análisis de errores es un recurso motivacional y como un punto de partida para la exploración matemática creativa, implicando valiosas actividades de planteamiento y resolución de problemas. De ello nos ocuparemos a continuación.

Metodología

Todo lo expuesto anteriormente pone de relieve lo que nuestra experiencia docente constata: Los estudiantes muestran al inicio del ciclo errores y dificultades en conceptos estadísticos elementales que van persistiendo a lo largo de la educación primaria y evidentemente para subsanarlos antes hemos de identificarlos.

Conscientes de esta situación, y centrando nuestro estudio en el cambio de ciclo, se decide elaborar un cuestionario como instrumento de evaluación que posibilite detectarlos.

El cuestionario de los estudiantes de 3º de Primaria consiste en cuatro tareas, formadas cada una de ellas por varias preguntas. En la tarea 1, “Partida de parchís” se plantea la siguiente situación: “Hay una ficha del parchís en la casilla 56; le faltan 20 casillas para llegar a casa. Si se va tirando el dado, ¿qué números pueden salir hasta sumar exactamente 20?” Se les pide que escriban 4 posibilidades distintas.

En la tarea 2, “Estudiamos la tele”, se presenta en una tabla de frecuencias los 4 canales de TV que miran 25 alumnos de una escuela (Los canales son el A, el B, el C y el D). A continuación, deben completar una gráfica (diagrama de barras), dibujando una de las barras correspondiente a una de las modalidades de la variable y escribir el nombre de otra modalidad debajo de la barra correspondiente. En la siguiente cuestión se les pregunta por la moda: “¿Cuál es el canal que más miran?” y, finalmente, en la última pregunta tienen que completar una tabla de frecuencias. En la tarea 3 se les muestra un diagrama de barras de una

variable cualitativa y, a partir de él, tienen que contestar una serie de preguntas interpretando la información. En la última tarea, “Concurso de salto”, se les dice que 20 estudiantes de una clase han hecho un concurso de saltos de longitud y han anotado los cm que ha saltado cada uno en una tabla, ordenados del más corto al más largo. El enunciado incluye la tabla. Esta tarea consiste en tres apartados, pero nos centraremos sólo en el 3º, en el cuál deben de interpretar la información de la tabla.

El cuestionario de 5º de Primaria está formado por tres tareas. En la primera tarea, “Campeonato de atletismo” se les dice que en un campeonato de atletismo participaron unos municipios y, a continuación, se incluye una tabla con los nombres de los municipios y el número de participantes de cada municipio. A partir de este contexto, se les pide que ordenen los municipios de más a menos según el número de participantes y se les pregunta por el número total de participantes. A continuación, se les dice que hay que hacer dos grupos con el mismo número de participantes y de manera que los participantes de cada municipio vayan al mismo equipo. ¿Cómo lo pueden hacer?

La segunda tarea es “Estudiamos la tele”, exactamente la misma que la del cuestionario de 3º de Primaria. En la última tarea, “La fruta”, se les plantea la siguiente situación: “En la escuela comemos fruta para desayunar. A media mañana, la cocinera trae una caja con distintas frutas. Hoy en la caja había 3 kiwis, 2 peras, 5 naranjas, 4 plátanos y 8 manzanas.”. En la primera actividad de la tarea se debe completar un gráfico de barras poniendo los nombres de las frutas debajo de cada columna y encima de la columna, poner la frecuencia absoluta correspondiente; en la segunda actividad se pregunta por el número total de frutas de la caja; en la tercera, se les muestran los dibujos de las frutas de la caja y deben hacer grupos de fruta para obtener 11 piezas. Por último, en la cuarta actividad, deben contestar si unas afirmaciones relativas a los conceptos de doble y mitad son ciertas o no.

Los participantes fueron 151 estudiantes de 3º de Educación Primaria y 150 de 5º de Educación Primaria de 5 centros educativos de diferente tipología de la ciudad de Lleida.

Análisis de los errores y dificultades

A continuación, se analizan y se informa sobre los principales errores y dificultades detectados en los cuestionarios.

Respecto a la “Partida de parchís” se ha observado que la gran mayoría de los estudiantes hacen la descomposición del número 20 con 4 o 5 sumandos; por el contrario, los que utilizan

más sumandos, se equivocan más. Esto indica que al principio del Ciclo Medio hay estudiantes que aún tienen dificultades para contar. Otro error importante que se ha visto tiene que ver con la notación matemática: por un lado, respecto al uso del signo igual: “ $5+5+6=16+4=20$ ” y, por otro, respecto a la ausencia de notación: “ $6\ 5\ 6\ 3 = 20$ ”.

En la tarea “Estudiamos la tele” de 3º se han detectado dos errores, uno en la construcción de los diagramas de barras y otro, en la interpretación de la moda. Por lo que se refiere a la elaboración del diagrama de barras, señalamos que las 3 barras que se muestran en la actividad están separadas y pintadas, por tanto, se espera que la cuarta barra se dibuje análogamente. El 42% de los estudiantes la han dibujado a la altura correspondiente, pero no la han pintado, mientras que el 21% la ha representado correctamente. Un 3% la ha pintado, pero no la ha dibujado con la altura correcta. Este error ya aparece reflejado en otros estudios sobre evaluación de errores de futuros maestros en la construcción de gráficos estadísticos. Aproximadamente el 10% ni la ha pintado ni la ha dibujado a la altura correcta y, el resto, no ha construido la barra.

En cuanto a la pregunta “¿Cuál es el canal que más miran?” el 63% contesta correctamente con la modalidad adecuada (el B); un 8 % responde implícitamente: “el be” o “el segundo”. Esta respuesta no asegura que el estudiante entienda bien la situación planteada. Otro 8% contesta erróneamente con la frecuencia absoluta correspondiente al canal B; este error ya se advierte en Surtees (2005). Casi un 19% responde con otros canales o incluso, con canales reales, pensando que la pregunta se la hacen a los niños de su clase. Esto indica que una buena comprensión lectora puede contribuir a una mejor interpretación de la información estadística. El resto no ha respondido a la pregunta. Una de las preguntas de “El concurso de saltos” es: “¿Quién se ha acercado más a saltar exactamente dos metros?”. En la tabla se lee que Yasmine ha saltado 198cm, mientras que Francisco ha saltado 212cm. En las respuestas de los estudiantes se han detectado dos tipos de respuestas: unas cuantitativas y otras cualitativas. A continuación, mostramos las respuestas y el porcentaje de estudiantes que las han contestado:

- Yasmine, un 18%.
- Francisco, un 5%.
- Àlex, un 15'4% (el que más cm ha saltado).

- Aleix, un 6'4% (el que menos cm ha saltado).
- Contestan con un número, un 11'5%; por ejemplo, responden 198, que corresponde a la marca de Yasmine, o 212 o 2.12, que corresponde a la de Francisco.
- Otras respuestas incorrectas, un 24%.
- En blanco, un 19%.

En esta pregunta que subyace la idea de aproximación por exceso y por defecto, ha tenido un alto porcentaje de fracaso. Finalmente, en la misma tarea, debían completar la frase: “Diez alumnos han saltado entre... y... centímetros”. En las respuestas se ha observado que algunos estudiantes dan primero el número mayor y luego, el menor. Además, algunos estudiantes han considerado los extremos y otros no. Este hecho puede desencadenar en una mala construcción e interpretación de los intervalos de la recta real en cursos superiores.

Los resultados de “Estudiamos la tele” de 5º de Primaria son: aproximadamente el 50% dibuja la barra a la altura correspondiente, pero no la pinta; el 33% la representa correctamente; un 0'7% la pinta, pero no la dibuja a la altura correspondiente; otro 0'7%, no la pinta y la dibuja a una altura que no es correcta y, el resto, no la ha dibujado. Si comparamos con los estudiantes de 3º, hay que destacar que los resultados han mejorado, pero sigue habiendo un alto porcentaje de estudiantes que no pintan la barra. Esto puede ser también un indicativo de que tengan dificultades en el bloque de patrones y relaciones, ya que son incapaces de seguir el modelo. En cuanto a pregunta del canal de moda, el 89% ha contestado correctamente la pregunta; aproximadamente el 4% sigue contestando con la frecuencia absoluta correspondiente a la modalidad que es la moda de lo que ya advierte Batanero y cols. (2006) sobre la permanencia del error. Un 5% presenta otras respuestas y, el resto, no contesta. Claramente, se ha superado la dificultad, aunque un pequeño porcentaje sigue respondiendo con la frecuencia. Finalmente, se analizan con detalle las 3 preguntas de verdadero o falso de “La fruta”:

- a) “Hay el doble de manzanas que de plátanos”. V
- b) “Hay la mitad de plátanos que de peras”. F
- c) “Hay tantas manzanas como kiwis y peras juntos”. F

Nº DE PREGUNTAS CORRECTAS	
Nº DE PREGUNTAS CORRECTAS	%
Ninguna	1'32%
1	11'18%
2	48'03%
3	38'82%

Nº DE ESTUDIANTES QUE HAN RESPONDIDO CORRECTAMENTE LA...	
PREGUNTA	%
a. doble	90'13%
b. mitad	44'08%
c. tantas como	89'47%

De los que se equivocan en 1 pregunta, cuál es? (Aciertan 2)	
PREGUNTA	%
a. doble	0%
b. mitad	90'41%
c. tantas como	9'59%

Si se analizan las tablas anteriores, es fácil darse cuenta de que, si bien el concepto de doble está bastante adquirido al inicio del Ciclo Superior, el concepto de mitad, todo lo contrario. Se puede apreciar que los estudiantes presentan serias dificultades para la interpretación de este concepto. Este hecho puede deberse a que en esta etapa el alumnado domine la multiplicación, pero no la división. En estudios posteriores y con estudiantes de 1º de ESO sería interesante volver a plantear esta cuestión, aunque por nuestra experiencia docente nos consta que, en cursos superiores, la dificultad de la interpretación de mitad vuelve a surgir al plantear problemas de ecuaciones en los cuáles este está implicado.

Conclusiones

En este estudio se constata que los estudiantes tienen una limitada interpretación del signo igual; esta dificultad persiste en cursos superiores y en actividades de distinta naturaleza. Consideramos que requiere una atención más detallada para erradicarla porque puede desembocar en otras dificultades de tipo algebraico más difíciles de superar.

Referente a las dificultades que presentan los estudiantes con el concepto de mitad, éstas se pueden transformar en cursos inmediatamente superiores en dificultades para el trabajo de otros conceptos más profundos como es el de la proporcionalidad, ya que las relaciones de

doble o mitad están estrechamente relacionadas con la proporcionalidad desde las primeras etapas educativas (Wilhelmi, 2017).

En el caso de la construcción de gráficos estadísticos, observamos que no se tiene en cuenta los convenios de construcción de los distintos gráficos, probablemente debido a la falta de formación del profesorado en este ámbito.

Nuestro estudio evidencia la transversalidad de la Estadística, pues pone de manifiesto errores y dificultades que no son propios de la disciplina. Por ello, reivindicamos que se potencie más la formación estadística en la enseñanza obligatoria, evitando planteamientos tradicionales y potenciando enfoques constructivistas que favorezcan el aprendizaje significativo del alumnado.

Reconocimiento: Trabajo realizado en el marco del Proyecto ARMIF2015 -00005, y grupo GREEP(ICE-UDL)

Referencias bibliográficas

- Batanero, C., Godino, J., Green, D., Holmes, P. y Vallecillos, A. (2006). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D. S., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., y Scheaffer, R. (2005). *A Curriculum Framework for K-12 Statistics Education. GAISE Report*. American Statistical Association.
- Surtees, L. (2005). Children's mathematical errors and misconceptions: perspectives on the teacher's role. En A. Hansen (Ed.), *Children's errors in mathematics*, pp. 14-21. Glasgow: Learning Matters.
- Wilhelmi, M.R. (2017). Proporcionalidad en Educación Primaria y Secundaria. <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos.html>/ Consultado 10/05/2017