CB-1.185

RESOLVENDO PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO, ENVOLVENDO O AGRUPAMENTO EXPLÍCITO E O AGRUPAMENTO IMPLÍCITO

Fernanda Augusta Lima das Chagas – Síntria Labres Lautert – Ernani Martins dos Santos
chagasfernanda@hotmail.com – sintrialautert@gmail.com – ermasantos@gmail.com
UGR (Espanha) UFPE (Brasil) UPE (Brasil)

Núcleo temático: La Resolución de Problemas en Matemáticas.
Modalidade: CB
Nível educativo: Educación Primaria
Palavras chave: Estrutura multiplicativa, Agrupamento explícito e implícito, Crianças

Resumo

O presente estudo investigou se e como a noção de agrupamento explícito poderia favorecer o raciocínio matemático das crianças na resolução de problemas de multiplicação e divisão (partição e quota) de proporção simples de um-para-muitos. De forma específica, analisou as estratégias utilizadas pelas crianças para resolver essa classe de problemas. O estudo fundamenta-se na Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Gérard Vergnaud. Cento e dezenove estudantes, de ambos os sexos, com idades entre 6 e 11 anos, cursando 2º, 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental de escolas públicas da cidade do Recife foram entrevistados individualmente em duas sessões, sendo solicitados a resolver 12 problemas, envolvendo o agrupamento explícito e implícito. Os dados foram analisados em função do número de acertos e das estratégias utilizadas. Quatro tipos de estratégias foram detectadas: inconsistente, pensamento aditivo, transição e pensamento multiplicativo. Tanto em relação ao desempenho como às estratégias implementadas os resultados revelam não existir diferença significativa nos problemas de agrupamento explícito, quando comparado com os de agrupamento implícito.

Introdução

Magina, Santos e Merlini (2010) apresentam a existência de dois tipos de problemas que a princípio foram chamados de coleção e não coleção, denominados por nós de agrupamento explícito e implícito respectivamente nesse estudo. O agrupamento explícito pode ser compreendido nos problemas de estrutura multiplicativa, quando todos os elementos envolvidos no cálculo do problema estabelecem relação, representando uma quantidade de agrupamentos de objetos de mesma natureza que os demais elementos. Como pode ser constatado no exemplo a seguir: Em um pacote de figurinhas vem 4 figurinhas. Quantas

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

figurinhas vem em 3 pacotes? Na solução, 4 x 3 = 12, os valores 4 e 12 (cardinais) representam contagem do mesmo objeto (figurinhas). Observa-se ainda que o valor 3 (cardinal) tem o seu significado ligado ao mesmo objeto mencionado, por se tratar de uma contagem de grupo de figurinhas. Sendo assim, pode-se ler a solução deste problema de agrupamento explícito da seguinte maneira: Quatro figurinhas, vezes três agrupamentos de figurinhas são iguais a 12 figurinhas, que continuam sendo agrupamento do mesmo objeto, figurinhas.

No que diz respeito ao problema de agrupamento implícito pode ser encontrado, quando um dos elementos envolvidos no cálculo não pode ser subtendido como contagem de agrupamentos de objetos de mesma natureza que os demais, tal como pode ser observado no exemplo a seguir: Luísa comprou 18 canetas para dar de presente aos seus sobrinhos. Ela deu 2 canetas a cada um deles. Quantos sobrinhos de Luísa receberão canetas? Na solução, 18/2 = 9, envolve dois valores referentes à quantidade de canetas (18, 2) e outro (9) referente à contagem de um objeto de natureza distinta (sobrinhos) que não pode ser entendido como mero agrupamento de canetas, visto que um sobrinho não é formado por canetas.

Vergnaud (1990, 1997, 2009) em sua teoria psicológica da conceitualização da realidade, apresenta a possibilidade de estudar os elos e as rupturas existentes entre os saberes. Para esse teórico, o domínio dos conceitos ocorre por meio de três aspectos: um conjunto de representações simbólicas, gráficas, gestuais, linguísticas; um conjunto de invariantes operacionais e um conjunto de situações que dão sentido aos conceitos. O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas é definido como um conjunto de situações, cujo domínio requer uma operação de multiplicação, de divisão, ou a combinação entre elas. O raciocínio multiplicativo tem por invariante conceitual a relação fixa que é estabelecida entre pelo menos duas variáveis, duas grandezas ou duas quantidades iguais ou de natureza distintas, numa relação constante entre si. Por exemplo: Uma caixa tem 12 lápis. Quantos lápis têm 6 caixas? Neste exemplo o que varia são o número de lápis e o número de caixas, sendo a relação fixa entre eles está baseado na relação parte-todo. Assim, busca-se um valor numa variável que corresponda a um valor dado na outra variável. Os problemas de divisão envolvem a ideia de partição e quota. Nos problemas de partição é dado um valor inicial, o qual terá que ser dividido em partes iguais, devendo-se encontrar o tamanho da parte. Por exemplo: Antônio tem 12 lápis e deseja colocar os lápis em 6 caixas. Quantos lápis Antônio

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

colocará em cada caixa? Na divisão por quota é dado um valor inicial que deve ser distribuído em quotas pré-estabelecidas. Por exemplo: Antônio tem 12 lápis e deseja colocar 6 lápis em cada caixas. Quantas caixas de lápis Antônio formou?

Nunes e Bryant (1997) chamam atenção, ainda, para a estrutura do tipo correspondência que pode ser um-para-muitos ou muitos-para-muitos. A correspondência um-para-muitos, foco desse estudo, consiste numa situação problema onde há uma relação constante entre dois conjuntos, por exemplo: Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm em dois carros? Neste caso, um carro tem quatro rodas (1 para 4), sendo assim dois carros terão oito rodas (2 para 8), configurando-se em correspondência um-para-muitos.[27]

Em relação aos objetos utilizados nos problemas, Vergnaud (2009) diz que os mesmos possuem características específicas, nomeada de descritores[28] (cor, forma, tamanho), que permite o seu enquadramento numa determinada classe. Para o mesmo autor, o ato de juntar objetos é uma atividade que inicia desde muito cedo nas crianças. Nesse processo ela estabelece comparações dos objetos entre si e investiga as suas semelhanças e diferenças, equivalência e complementaridade. Os agrupamentos formados podem ser compreendidos a partir do modo de pensar das crianças, levando em conta os grupos que as mesmas formam mentalmente dos objetos de mesma natureza e de natureza distinta, mencionados nos problemas a serem resolvidos. De modo que no agrupamento explícito a manipulação dos elementos ocorre estabelecendo uma estreita relação entre si, uma vez que todos possuem a mesma natureza e se completam, formando um objeto ou um arranjo novo, interessante e significativo. Em contrapartida, nos agrupamentos implícitos os elementos utilizados nos problemas não possuem a mesma natureza, por isso, não é possível estabelecer uma relação de complementariedade entre os objetos (ver exemplos Quadro 1).

Magina, Santos e Merlini (2010) verificaram que em situações de multiplicação, o agrupamento explícito (a ideia de coleção) facilitou a resolução dos problemas pelos alunos do 2º ao 9º ano. Já para os estudantes do 3º e 5º ano, a divisão por quota envolvendo situação de não coleção foi significativamente mais fácil que a de coleção. No estudo realizado os

---

[27] Maiores informações em ambos tipos de correspondência podem ser obtidos em Nunes e Bryant (1997), Magina, Santos e Merlini (2010).

[28] "Um descritor é então um conjunto de propriedades distintas, e uma propriedade é o valor assumido por um descritor." (Vergnaud, 2009. p. 99)

ISBN 978-84-945722-3-4

autores não exploram os problemas de divisão por partição. Será que existiriam diferenças no desempenho e nas estratégias implementadas considerando o agrupamento implícito e explícito também nos problemas de partição? Mediante ao exposto, investigamos se e como o agrupamento explícito poderia favorecer o modo de pensar matemático das crianças na resolução de problemas de multiplicação e divisão (partição e quota) de proporção simples de um-para-muitos.

Método

O estudo foi realizado com 119 estudantes de escolas públicas da cidade do Recife, frequentando Ensino Fundamental, alocados em quatro grupos: 27 crianças do 2º ano; 26 crianças do 3º ano; 30 crianças do 4º ano e 36 crianças do 5º ano. Todos estudantes foram solicitados em uma entrevista individual, em duas sessões a resolverem 12 problemas, envolvendo proporção simples um-para-muitos, abarcando o agrupamento explícito e implícito (quatro de multiplicação, quatro de divisão por partição e de divisão por quota - ver Quadro 1). Após a resolução os estudantes foram solicitados a explicitar as bases do raciocínio que utilizou para resolver os problemas apresentados.

Quadro 1: Exemplos de problemas de proporção simples adotados na investigação

Agrupamento explícito	Agrupamento implícito
Um álbum é formado por figurinhas. Para completar esse álbum Luís comprou alguns pacotes de figurinhas na banca de revista. Em um pacote de figurinhas vem 4 figurinhas. Quantas figurinhas vem em 3 pacotes? (multiplicação)	Para fazer uma receita de brigadeiro Maria usa vários ingredientes. Um dos ingredientes que Maria usa é o chocolate em pó. Maria usa 4 colheres de chocolate para fazer uma receita de brigadeiro. Quantas colheres de chocolate Maria usará para fazer 3 receitas de brigadeiro? (multiplicação)
Uma caixa é formada por lápis de cor diferentes. Felipe ganhou 36 lápis de cor diferentes e deseja colocar os lápis em 6 caixas. Cada caixa terá a mesma quantidade de lápis de cor. Quantos lápis de cor Felipe colocará em cada caixa? (divisão por partição)	Um professor comprou 36 chocolates e deseja distribuir os chocolates com 6 de seus alunos. Cada aluno receberá a mesma quantidade de chocolates. Quantos chocolates cada um dos seus alunos receberá? (divisão por partição)
Uma caixa é formada por latinhas de refrigerantes. Ricardo tem 24 latinhas de refrigerante e deseja guardar as latinhas em caixas. Ele vai colocar 3 latinhas de refrigerante em cada caixa. Quantas caixas Ricardo precisa para guardar todas as latinhas? (divisão por quota)	Rafael tem 24 bolas de gude para dar de presente aos seus amigos. Ele deu 3 bolinhas de gude a cada um dos seus amigos. Quantos amigos de Rafael ganharam bolinhas de gude? (divisão por quota)

A ordem de apresentação dos problemas foi randomizada, metade dos participantes realizou inicialmente os problemas de agrupamento explícito e em seguida os de agrupamento implícito; e a outra metade dos participantes, realizou na ordem inversa.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Resultados e discussão

Os resultados foram analisados em relação ao desempenho (número de acertos) e em relação às estratégias implementadas pelos estudantes durante a entrevista individual. Inicialmente são apresentados os resultados referentes ao desempenho e posteriormente os resultados referentes às estratégias. Como pode ser observado na Tabela 1 os estudantes apresentam desempenhos semelhantes nos dois tipos de agrupamento em todos os anos investigados, com exceção dos estudantes do 2º ano nos problemas de divisão por quotas.

Tabela 1: Média de acertos nos problemas de multiplicação, divisão por partição, divisão por quota em função do tipo de agrupamento (explícito e implícito) e por escolaridade.

Escolaridade	Multiplicação		Divisão por partição		Divisão por quota	
	Explicito	Implícito	Explicito	Implícito	Explicito	Implícito
2º ano	**0.26***	**0.15**	**0.22**	**0.26**	**0.26**	**0.07**
3º ano	**0.58**	**0.58**	**0.35**	**0.46**	**0.42**	**0.35**
4º ano	**1.07**	**1.13**	**0.73**	**0.73**	**0.70**	**0.53**
5º ano	**1.17**	**1.25**	**0.92**	**1.00**	**0.75**	**0.89**

Nota: Número máximo de acertos dois por tipo de problema.

Na análise foi aplicado o Teste t para amostras pareadas. Os resultados revelaram não haver diferenças significativas entre o agrupamento explícito e implícito, nos problemas de multiplicação e divisão (partição e quota) nos anos investigados. Constata-se que o tipo de agrupamento não favoreceu no desempenho dos estudantes, o qual parece ser influenciado pela instrução do conteúdo no contexto escolar.

Análise das estratégias de resolução

As estratégias utilizadas na resolução dos problemas foram construídas tomando como referência o estudo de Magina e cols. (2010), sendo identificado quatro tipos: Tipo 1 *(inconsistente):* são as estratégias inadequadas em que o estudante não consegue explicitar o que realizou, apresenta grafismos sem que se possa estabelecer uma relação com o problema proposto, repete os dados do enunciado ou escolhe um número sem que se consiga entender a razão para tal. Tipo 2 (p*ensamento aditivo):* são as estratégias em que o estudante faz uma adição ou subtração, usando os dados fornecidos no problema de forma simbólica e/ou

ISBN 978-84-945722-3-4

pictórica. Tipo 3 *(transição):* são as estratégias que o estudante agrupa os dados fornecidos, de forma pictórica ou simbólica, formando as quotas até chegar na quantidade total informada no problema, podendo adotar adição ou subtração repetida. Tipo 4 *(pensamento multiplicativo):* o estudante adota estratégias eficientes, do campo das estruturas multiplicativas, de forma específica utiliza as operações de multiplicação ou divisão e explica considerando a operação de multiplicação ou divisão por ele adotada.

Todas as estratégias foram analisadas por dois investigadores independentes, obtendo-se, um índice de concordância de 94.5% entre eles. Os casos discordantes foram avaliados por um terceiro investigador, também independente, cuja análise foi considerada final.

A Tabela 2 mostra a distribuição dos participantes em cada ano escolar de acordo com o tipo de estratégia utilizada na resolução dos problemas explícito e implícito de multiplicação, divisão por partição e divisão por quotas. Como pode ser observado, os estudantes apresentam percentuais semelhantes dos tipos estratégias em função do tipo de agrupamento (explícito e implícito).

Tabela 2: Frequência e percentual (entre parênteses) dos tipos estratégias para resolver os problemas de multiplicação, divisão por partição e divisão por quota envolvendo agrupamento explícito e explícito.

	Multiplicação							
Escolaridade	**Explícito**				**Implícito**			
	T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4
2º ano	35	11	8	0	36	9	9	0
(n= 54)*	(65)	(20)	(15)	(0)	(66)	(17)	(17)	(0)
3º ano	14	17	13	8	12	17	14	9
(n= 52)	(27)	(33)	(25)	(15)	(23)	(33)	(27)	(17)
4º ano	4	14	20	22	3	16	16	25
(n= 60)	(7)	(23)	(33)	(37)	(5)	(27)	(27)	(41)
5º ano	1	18	15	38	3	16	8	45
(n= 72)	(1)	(25)	(21)	(53)	(4)	(22)	(11)	(63)
Total	54	60	56	68	54	58	47	79
(n= 238)	(23)	(25)	(24)	(28)	(23)	(24)	(20)	(33)
	Divisão por partição							
	Explícito				Implícito			
	T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4
2º ano	36	12	6	0	37	11	6	0
(n= 54)	(67)	(22)	(11)	(0)	(69)	(20)	(11)	(0)
3º ano	16	23	7	6	15	21	9	7
(n= 52)	(31)	(44)	(13)	(12)	(29)	(41)	(17)	(13)
4º ano	8	22	12	18	6	18	15	21
(n= 60)	(13)	(37)	(20)	(30)	(10)	(30)	(25)	(35)
5º ano	0	18	11	43	2	13	16	41
(n= 72)	(0)	(25)	(15)	(60)	(3)	(18)	(22)	(57)
Total	60	75	36	67	60	63	46	69
(n=238)	(25)	(32)	(15)	(28)	(25)	(27)	(19)	(29)

ISBN 978-84-945722-3-4

Divisão por quota								
	Explícito				Implícito			
	T1	T2	T3	T4	T1	T2	T3	T4
2º ano	30	13	11	0	39	11	4	0
(n= 54)	(56)	(24)	(20)	(0)	(72)	(20)	(8)	(0)
3º ano	16	19	10	7	16	23	7	6
(n= 52)	(31)	(37)	(19)	(13)	(31)	(44)	(13)	(12)
4º ano	4	21	18	17	11	22	15	12
(n= 60)	(7)	(35)	(30)	(28)	(18)	(37)	(25)	(20)
5º ano	0	20	12	40	0	26	12	34
(n= 72)	(0)	(28)	(17)	(55)	(0)	(36)	(17)	(47)
Total	50	73	51	64	66	82	38	52
(n=238)	(21)	(31)	(21)	(27)	(28)	(34)	(16)	(22)

Nota: n = número de respostas

A associação entre os tipos de agrupamentos (explícito e implícito) e as estratégias de resolução (inconsistente, pensamento aditivo, transição e pensamento multiplicativo) não foi significativa no geral ($X^2_{(2)}$ = 0.19; p = .9792) e por tipo de problema [multiplicação ($X^2_{(2)}$ = 0,19; p= 8519), divisão por partição ($X^2_{(2)}$ = 0,91; p= .823 divisão por quotas ($X^2_{(2)}$ =2,32; p = .5087)].

No que diz respeito às estratégias, nos problemas de multiplicação, os estudantes que não receberam instrução sobre a multiplicação (2º ano) tendem a realizar estratégias apenas do Tipo 1 (Inconsistentes), Tipo 2 (Pensamento aditivo) e Tipo 3 (Transição), sendo elas concentradas em maior índice no Tipo 1 (Inconsistentes), demonstrando assim que esses estudantes não conseguem em seu discurso explicar a estratégia utilizada para resolver o problema e não adotam estratégias do Tipo 4 (resolução através da multiplicação).

Em relação às estratégias nos problemas de divisão por partição e por quota foi constatado, de modo geral, que os estudantes que não receberam instrução sobre divisão (2º ano) fizeram uso de estratégias do Tipo 1 (Inconsistente), Tipo 2 (Pensamento aditivo) e Tipo 3 (Transição), sendo elas concentradas em maior média no Tipo 1 (Inconsistentes), demonstrando assim que esses estudantes não conseguem em seu discurso explicar o tipo de estratégia utilizada para resolver o problema, como também não houve estudantes que adotaram a estratégias do Tipo 4 (resolução através da divisão). Diferentemente dos estudantes que foram instruídos sobre a multiplicação e a divisão que tendem a fazer uso de estratégias mais sofisticadas à medida que aumenta o grau de instrução formal.

Conclusões

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Os resultados obtidos mostraram que os estudantes não apresentaram médias com diferenças significativas no desempenho e nos tipos de estratégias implementadas nos problemas de multiplicação e divisão (partição e quota), envolvendo o agrupamento explícito, quando comparado aos problemas, envolvendo o agrupamento implícito, em nenhum dos anos investigados (2º, 3º, 4º e 5º ano). Dessa forma, pode-se afirmar que o tipo de agrupamento não favoreceu o desempenho e as estratégias, de modo geral, de maneira que o nível de instrução formal parece ter facilitado na resolução. Esse resultado se contrapõe ao estudo de Magina, Santos e Merlini (2010) que revelam um melhor desempenho nos problemas de multiplicação, envolvendo a noção de agrupamento explícito denominado pelas autoras no estudo de ideia de coleção. Isso talvez ocorra pelo fato dos problemas utilizados apresentarem uma situação prototípica da multiplicação, permitindo que o aluno pense em multiplicar como adição repetida.

Considerando os resultados dessa investigação, constata-se que o presente estudo ampliou o olhar no que diz respeito à noção intuitiva de agrupamento explícito e de agrupamento implícito nos problemas de multiplicação e divisão (partição e quota), de proporção simples um para muitos. No entanto, ressalta-se as limitações dessa investigação visto que foram apresentados por exemplo, dois tipos de problemas de multiplicação e de divisão (por partição e por quota) o que pode não ter sido suficiente para explorar a compreensão dos estudantes do 2º ao 5º ano. Outro ponto a ser destacado é que pesquisa investigou apenas problemas que trazem a correspondência um-para-muitos e que poderia ser ampliado inserindo os problemas que apresentam a correspondência muitos-para-muitos.

Referencias bibliográficas

Magina, S., dos Santos, A., & Merlini, V. (2010). Quando e Como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental? Contribuição para o debate. *Em Teia| Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana-ISSN: 2177-9309*, *1*(1).

Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique dês Mathématiques*, vol.10 n°2-3, pp.133-170.

ISBN 978-84-945722-3-4

Vergnaud, G. (1997). *The nature of mathematics concepts*. In T. Nunes,; P. Bryant (Orgs.), Learning and teaching mathematics: an international perspective. p. 5-28. Sussex: Psychology Press.

Vergnaud, G. (2009). *A Criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Curitiba: Ed. da UFPE.

ISBN 978-84-945722-3-4