



## **Ensino de Geometria: da corda com 12 nós ao Google Sketchup**

**Celso Pessanha Machado**

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
Brasil

[celso.machado.rs@bol.com.br](mailto:celso.machado.rs@bol.com.br)

**Lucia M. M. Giraffa**

Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul  
Brasil

[giraffa@pucls.br](mailto:giraffa@pucls.br)

### **Resumo**

Este trabalho apresenta uma oficina que propõe a utilização pedagógica da evolução tecnológica das ferramentas utilizadas no ensino de Geometria. A proposta é resultado de uma revisão bibliográfica, que teve por objetivo pesquisar elementos históricos do uso de instrumentos de medição que pudessem servir para a elaboração de um conjunto de aulas, que pode ser planejado a partir dos instrumentos elencados no texto. São apresentados desde instrumentos geométricos da Antiguidade até Softwares Educacionais (SE) que são usados atualmente nas instituições de ensino.

*Palavras chave:* ensino de geometria, educação matemática, tecnologias educacionais.

### **Explicitação do tema de estudo**

No planejamento do ano letivo ou no planejamento de um conjunto de aulas o professor encontra-se permanentemente diante de um problema, que é o de elaborar estratégias que permitam que seus objetivos sejam atingidos. Deste modo, alternativas didáticas têm sido pesquisadas, como a Modelagem Matemática, que busca “desenvolver o conteúdo programático a partir de um *tema* ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem” (Biembengut & Hein, 2000, p. 18), e a Investigação Matemática, um processo em que “o aluno é chamado a agir como um matemático formulando conjecturas,

realizando provas e resultados, apresentando resultados e participando de discussões com a sua turma.”(Ponte, Brocardo & Oliveira, 2003, p. 23).

Outra opção pedagógica é a utilização de elementos da História da Matemática no ensino, e diversas universidades, como a Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), a Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) e a Universidade de São Paulo (USP), incluíram em suas grades curriculares esta disciplina.

O tema de estudo deste trabalho é o uso de um levantamento bibliográfico da evolução tecnológica dos instrumentos de ensino de geometria em uma oficina, que propõe elementos que permitem a composição de um grupo de aulas destinado ao nono ano do Ensino Fundamental, abordando as medições realizadas através do uso de cordas, o uso de instrumentos clássicos como régua e compasso, e a utilização do software Google Sketchup.

### Fundamentação teórica

A noção de distância é uma habilidade que as várias espécies que habitam a Terra necessitam para sua própria sobrevivência. O senso de espaço a ser percorrido é essencial, por exemplo, para um predador que tenha que decidir o momento mais conveniente para sair do esconderijo e disparar atrás de sua virtual refeição e para o homem que organiza o seu espaço de convivência. As primeiras unidades de medida criadas pelo homem estão ligadas ao próprio corpo, como o pé, o palmo, e o côvado. A criação da agricultura como a conhecemos exigiu dos primeiros agricultores o estabelecimento de relações que exigiam mais sofisticação, e por consequência, um aprimoramento dos instrumentos de medição. Esta noção de medidas e artefatos para medir surgiu entre os povos que iniciaram o processo de cultivo sistemático da terra a necessidade de elaborar formas de medição, e com isso novas ferramentas para execução de medidas mais precisas.

De acordo com Sancho (1998) desenvolver tecnologias é uma característica que torna a espécie humana diferente de todas as outras. A humanidade tem a capacidade de criar ferramentas, utensílios e sistemas, discernindo e tomando “decisões sobre conveniência e utilidade” (Sancho, 1998, p.25). A autora afirma que já havia um conceito de *téchne* (arte, destreza) na Grécia antiga, embora não houvesse uma grande diferenciação entre técnica e arte. Partindo deste pressuposto é possível verificar que o uso de tecnologia nos estudos é algo que remonta há muitos séculos, estando presente nas formulações de problemas que atravessaram os tempos.

Os egípcios antigos mediam suas terras através de cordas com 12 nós, que eram dispostos no formato de triângulos retângulos, cujos lados eram proporcionais a 3, 4 e 5. Eves (2004) afirma que a civilização egípcia antiga tinha conhecimento das ternas pitagóricas, e das relações Matemáticas decorrentes dos lados destas figuras, demonstradas por Pitágoras na célebre fórmula “a medida do quadrado da hipotenusa é igual a soma dos quadrado das medidas dos catetos”.

A Matemática egípcia tinha um caráter bastante prático destinando-se ao uso comercial e à cobrança de impostos. De acordo com Mlodinow (2005), para levantamentos topográficos eram usadas cordas, sob a coordenação de um profissional denominado “*harpenodopta* que significa literalmente ‘um esticador de corda’ (p.19-20). Um uso de tais cordas acontecia após as cheias periódicas do Nilo, cujas águas apagavam as demarcações existentes, exigindo que o traçado dos limites as terras fossem delineados novamente. . Os esticadores de corda devem ter passado por

algum tipo de aprendizagem para que as medidas fossem feitas com correção, e não houvesse prejuízos na hora do restabelecimento dos limites agrícolas. O termo hipotenusa tinha o significado na língua grega de “o que foi esticado contra” (Mlodinow, 2005, p. 20), indicando a conexão entre as atividades com cordas e a escola pitagórica.

Segundo Céu (2000), entre os hindus havia também uso de cordas como ferramenta de medidas. As regras de uso destas cordas estão registradas nos *Sulvasutras*, termo que significa “regras das cordas”. São conhecidas três versões destes textos, que são contemporâneas de Pitágoras. Os *Sulvasutras* tratam das especificações para construção dos altares e dos templos, com aplicações de algumas relações Matemáticas, como as ternas pitagóricas e o teorema de Pitágoras. Aqui se depara novamente com um uso sagrado do conhecimento geométrico, pois as regras tratam de edificações em locais sagrados e são um apêndice dos Vedas.

De acordo com Eves (2004), a dificuldade maior para a descoberta de soluções para determinados problemas é que havia a exigência, explicitada no livro *Os elementos*, de Euclides, do uso de régua e compasso nas soluções. Diferentemente das réguas utilizadas atualmente, a régua euclidiana não era graduada, e o compasso, de modo diverso dos seus equivalentes contemporâneos, desmontava ao ser suspenso, impossibilitando seu uso para transferir medidas.

Outros instrumentos utilizados pelos geômetras gregos eram o esquadro de Platão e o mesolábio de Erastótenes. O esquadro de Platão era formado por duas réguas paralelas e mais uma terceira régua, perpendicular às primeiras e fixada a uma delas. A outra régua paralela poderia se deslocar dentro do mecanismo, permitindo a construção de figuras como triângulos semelhantes. Já a invenção do mesolábio é atribuída a Erastótenes de Cirene, sendo constituído por um caixa com calhas semelhantes às utilizadas nas atuais janelas de correr. (Estrada, el. al, 2000).

O fim deste período é marcado pela queda de Roma. Para as ciências, e em especial para a Matemática, o fim pode ser marcado pelo assassinato de Hipácia de Alexandria (415 d.C.) e da destruição do que restava da majestosa biblioteca da cidade. (Mlodinow, 2005). Atribui-se a Hipácia o aprimoramento de instrumentos científicos, dentre eles o astrolábio, que teria sido inventado por Hiparco e era utilizado para medir as distâncias das estrelas em relação à Terra e para a resolução de problemas geométricos (Associação Nacional de Cruzeiros, 2010).

Os romanos não manifestaram a mesma importância que os gregos nutriam pela Matemática pura, preocupando-se com questões práticas, especialmente se tivessem finalidades militares. Após a queda do Império Romano do Ocidente, sobreveio a Idade Média, na qual a Europa passou por um período de estagnação e retrocesso no conhecimento. Porém neste período mantiveram-se algumas atividades de estudo, sendo que o currículo básico era denominado de *Trivium* e *Quadrivium*.

De acordo com Queiroz (1999) a Idade Média sofreu um engessamento intelectual em virtude da tentativa da manutenção da cultura clássica adaptada ao cristianismo, que passou a exercer um poder muito grande no Ocidente após o declínio romano. A autora destaca a importância dos Pais da Igreja, intelectuais que buscaram adaptar o conhecimento da época ao cristianismo, que influenciariam o pensamento nos mosteiros. Uma das maneiras de verificação desta influência da antiguidade são as disciplinas básicas do medievo, que compõem o currículo das escolas das Catedrais e depois das universidades. São elas a Gramática, a Retórica e a Dialética (que formavam o *Trivium*) e a Aritmética, a Geometria, a Música e a Astronomia (que integravam o *Quadrivium*).

Carreira (1999) afirma que a Geometria não chegou a ter um lugar de destaque na educação medieval, indo das citações incompletas até o quase desaparecimento dos textos. Se assim acontecia no que poderia ser descrito como ensino formal da época, o mesmo não pode ser dito da construção. De certa maneira, parte dos antigos saberes permaneceu em uso entre os construtores que os utilizavam em suas edificações. É no aprendizado do ofício de construtor que está o ensino geométrico, é na lida no canteiro de obras que estavam escondidos, imperceptíveis pela maioria da população, parte dos conhecimentos acumulados por inúmeros povos ao longo dos tempos.

Neste contexto é que se encontram os instrumentos de aprendizagem geométrica da época. Muitas destas ferramentas têm um valor difícil de calcular nos dias atuais, passando de geração a geração na mesma família, constituindo um “tesouro muito bem guardado e conservado” (Carreira, 1999, p.236). Podem ser listados velhos conhecidos como o esquadro, o compasso, e a corda com nós. Eram comuns o T e o L para que fossem traçadas linhas perpendiculares e ângulos em escalas pequenas, o perpendicular ou prumo para que se verificasse a altura, os bastões retos e as varas de tamanhos diversos.

Havia também instrumentos mais complexos, que não eram encontrados tão facilmente. Segundo Carreira (2009) nesta categoria estão: uma versão da groma romana, que media campos e estradas, um tipo de gnomon, semelhante ao grego, que media grandezas verticais, e o arbalète, usado para projeções à distância. Como não havia um padrão universal de medidas, o que valia era o que era estabelecido pelo gabarito do mestre que atuava como parâmetro para toda a obra.

No fim da Idade Antiga fundamentos geométricos ficaram resguardados pelos pitagóricos, que sofreram com o preconceito e foram perseguidos até o seu desaparecimento. Os conhecimentos de Geometria usados nas edificações ficaram resguardados no Ocidente nas associações dos pedreiros-livres, que compartilhavam secretamente tais saberes. Já na Renascença, em torno do ano de 1610, os membros de tais sociedades receberam o nome de maçons “associado ao modo secreto de identificação que comprovava a qualificação profissional do obreiro” (Grande Oriente do Brasil, 2010). O compasso e a régua que estão no avental do maçom, e ainda o termo “Grande Arquiteto do Universo” para designar a Divindade, são exemplos sintomáticos desta ligação entre a sociedade maçônica e a Geometria.

Os conhecimentos geométricos não sobreviveram somente nas sociedades secretas do ocidente. Parte da cultura grega foi preservada pelos árabes, e retornou à Europa através da Península Ibérica durante a ocupação muçulmana. Os contatos comerciais feitos no mediterrâneo em entre os europeus e os domínios islâmicos do norte da África e Oriente e as Cruzadas que proporcionaram uma pilhagem dos tesouros árabes, contribuíram para o retorno dos conhecimentos, acrescidos das contribuições dos estudiosos do Islã.

Segundo Januário (2006) são necessários alguns materiais e instrumentos para que os desenhos geométricos tenham resultados satisfatórios. Os materiais citados pelo autor são o papel, lápis (ou lapiseira), e uma borracha. Quanto aos instrumentos são listados a escala, o metro, a trena, esquadros compassos, curva francesa e o transferidor.

A escala é uma régua graduada, que poder ter a forma achatada, que é a mais popular, ou triangular, cujas faces apresentam diferentes graduações, permitindo o uso de escalas diversas de medida. Ela difere de sua ancestral euclidiana porque pode servir para medições, ao passo que as da antiguidade eram usadas tão somente para traçados de linhas retas.

O metro em questão é o instrumento de formato achatado, que possui divisões em centímetros e milímetros, podendo ser confeccionado em plástico ou madeira. Ele é retrátil, o que facilita muito o seu transporte, pois pode ser guardado em sacolas ou nos bolsos dos usuários.

A trena é usada para a medição de extensões mais longas, nas quais o uso do metro consumiria bastante tempo. As trenas são produzidas em metais, tecidos ou plásticos sendo acionadas por dispositivos de molas ou sistemas de manivelas. Atualmente as tecnologias são usadas para desenvolvimento de trenas onde estes mecanismos podem ser acionados eletricamente de projetar e recolher é acionado por circuito elétrico. A geração seguinte trouxe as trenas por ultrasônicas e a laser. Ambas calculam o tempo de retorno das ondas (sonoras no primeiro caso e luminosas no segundo) para definir a distância dos objetos. As que usam ultrassom têm dispositivos de mira a laser.

Os esquadros têm historicamente o formato de triângulos. O conjunto usado nas escolas é composto de duas peças triangulares, o esquadro de  $45^\circ$ , (com dois ângulos de  $45^\circ$  e o terceiro ângulo reto), e o de  $60^\circ$  (com ângulos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ ). A combinação dos dois esquadros torna possível alguns traçados, como o desenho de retas paralelas. O uso desta ferramenta é encontrado também na construção civil, onde a maioria dos profissionais sabe lidar com os chamados esquadros de obra.

O compasso moderno também difere do homônimo que lhe deu origem. Nele permaneceu a capacidade de criar circunferências e arcos, todavia é possível usar o compasso para transferir medidas, algo impensável na Grécia Clássica.

A curva francesa proporciona traçados de vários arcos, sendo possivelmente o menos conhecido dos instrumentos elencados. A maior parte dos instrumentos citados fez parte da lista de materiais obrigatórios de várias escolas há algumas décadas, o que não ocorreu com a curva francesa que é mais conhecida em cursos técnicos específicos da área do desenho.

O transferidor é “o instrumento utilizado para medir, construir e transportar ângulos” (Januário, 2006, p.22). Juntamente com o compasso, a régua e os esquadros eram materiais obrigatórios para os alunos das escolas brasileiras até poucas décadas atrás. Tais instrumentos são facilmente encontrados em muitas escolas, evidenciando o valor atribuído a eles por professores e pedagogos.

A evolução da Informática levou a pesquisas que levaram a criação de ferramentas digitais com uso pedagógico. Um dos primeiros Softwares educacionais (SE) desenvolvidos exclusivamente para o ambiente escolar que obtiveram sucesso foi o LOGO. De acordo com Baranauskas, Martins e D'Abreu (1998) esta linguagem de programação foi desenvolvida por Seymour Papert, permitindo várias construções em que o controle do ambiente e, por consequência, a construção do seu aprendizado, está sempre nas mãos do aluno.

As pesquisas desenvolvidas na área permaneceram trazendo novidades que gradativamente foram sendo utilizadas por professores no ensino de Geometria. Programas como o Poly, o Cabri, e o Geogebra foram desenvolvidos com o fim específico de uso educativo, e outros, como o Google Sketchup, produzido para outras finalidades, como uso na arquitetura, foram sendo incorporados à rotina dos colégios.

A empresa canadense Pedagogy Software é a responsável pela elaboração e distribuição do Poly, que possibilita a investigação da estrutura de sólidos geométricos (Pedagogy

Software, 2010). Os poliedros são os objetos digitais apresentados, divididos em: Sólidos platônicos, Sólidos de Arquimedes, Prismas e anti-prismas, Sólidos Johnson, Sólidos Catalães, Dpirâmides e Deltahedras, Esferas e Domos Geodésicos. Este SE tem uma interface bastante interessante, que chama a atenção desde o primeiro contato pelo colorido e pela extrema facilidade na execução da transformação da planificação em poliedros e poliedros em planificações, através do simples deslizar de um botão digital. O processo inicia com a escolha do tipo de sólido que será investigado, dentre os disponíveis no programa.

O Cabry e o Geogebra permitem uma abordagem diferenciada, exigindo uma participação mais ativa nas operações que ocorrem na tela, pois a intervenção direta do usuário é necessária para que surjam na tela os elementos para o estudo.

O Cabri foi desenvolvido no Laboratório de Estruturas Discretas e de Didática da Universidade de Grenoble na França, e torna possível elaborar na tela do computador figuras geométricas elementares a partir da régua e do compasso, ambos virtuais. Segundo seus criadores a possibilidade de movimentação e deformação destas dos desenhos é um dos pontos de destaque do SE, além da possibilidade de validação experimental de fatos matemáticos.

O uso deste SE é bastante difundido, havendo grandes eventos que reúnem os autores e executores de experiências realizadas em sala de aula para trocas de informações e atualização. Um destes encontros é o Congresso Ibero Americano de Cabri - Iberocabri, evento bienal, que reúne pesquisadores, professores e interessados no uso do SW.

O Geogebra é um programa criado por Markus Hohenwarter, da Universidade Johannes Kepler, de Linz, na Áustria. Uma das vantagens do seu uso é que se trata de uma plataforma gratuita, que “combina Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema”.

O Google Sketchup é um programa que apresenta muitas possibilidades de uso pedagógico. A interface permite uma visualização em 3 Dimensões (3D), passando uma noção de profundidade e de espaço, proporcionando uma visão do trabalho em qualquer ângulo desejado. Ele é eficaz na construção de uma ampla gama de edificações, servindo para investigação e análise das relações matemáticas nos sólidos geométricos. Um professor que conheça ferramentas básicas do Sketchup pode aplicar um roteiro de aulas em um laboratório de Informática, podendo ir desde aplicações como o estudo dos ângulos das medidas e das proporções, até a elaboração de materiais mais sofisticados, dependendo dos seus objetivos, do tempo disponível e do grupo com o qual trabalha.

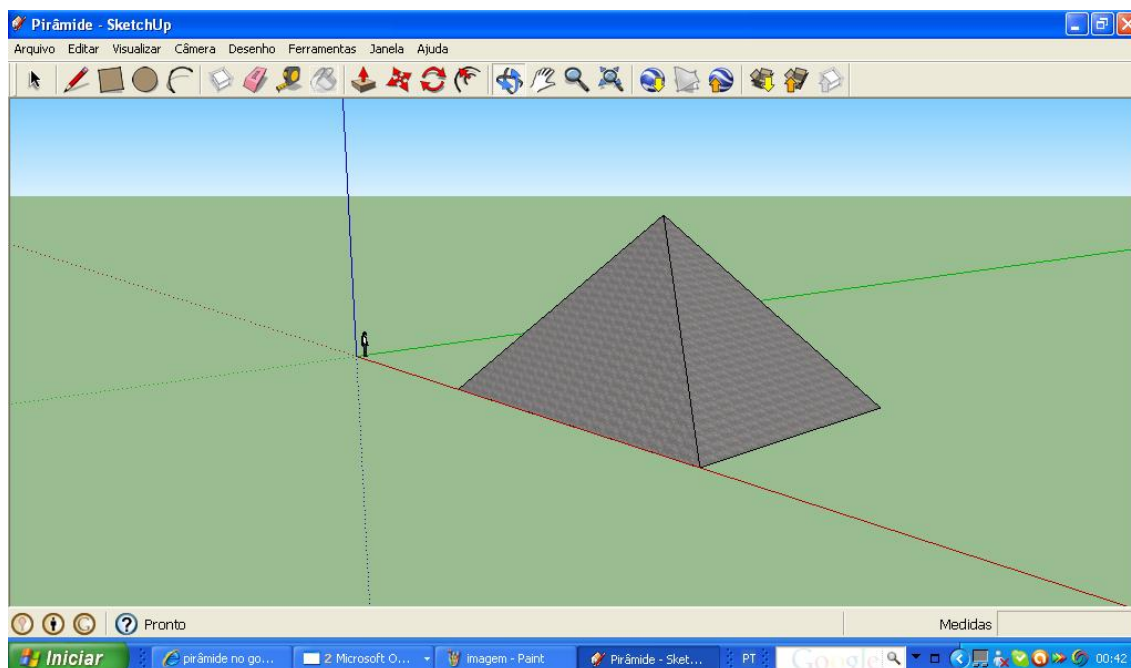


Figura 1. Pirâmide construída no Google Sketchup

#### Sequência didática da oficina

1ª etapa – Evolução da tecnologia dos instrumentos de ensino de geometria.

- Apresentação de slides mostrando a evolução tecnológica das ferramentas de mensuração usadas na aprendizagem de geometria, de acordo com o texto da fundamentação teórica deste trabalho.

2ª etapa – Medindo com a corda de 12 nós

- Realização de atividades com uso da corda de 12 nós para estudo do Teorema de Pitágoras, utilizando os procedimentos egípcios como método de medição.

3ª etapa – Régua e compasso

- Uso de régua e compasso nas construções geométricas para verificação do Teorema de Pitágoras.

4ª etapa – Softwares Educacionais (SE) – Google Sketchup

- Uso do Google Sketchup como ferramenta de ensino – construção de imagens digitais com uso deste software, que possibilitam uma análise de relações matemáticas nas figuras planas e nos sólidos.

#### Referências e bibliografia

Associação Nacional de Cruzeiros. *Astrolábio Náutico*. Recuperado em 23 de julho de 2010 de <http://www.ancruzeiros.pt/anci-astrolabio.html>.

Baranauskas, M.C.C, Rocha, H. V., Martins, M. C. & D'Abreu, J. (1998). Uma taxonomia para ambientes de aprendizado baseados no computador. In Ministério da Educação. Secretaria

de Ensino a Distância. Programa Nacional de Informática na Educação. *O computador na sociedade do conhecimento*. Brasília, Brasil: Ministério da Educação, 45-69.

Biembengut, M. S. & Hein, N. (2000). *Modelagem Matemática no Ensino*. São Paulo, Brasil: Contexto.

Carreira, E. (1999). Limites e grandezas do pensamento geométrico na Idade Média. In Mongelli, L. M. *Trivium e Quadrivium: as artes liberais na Idade Média*. Cotia, Brasil: Íbis, 1999, 205 - 247.

Estrada, M. F., Sá, C. C., Queiró, J. F., Silva, M. C. & Costa, M. J. (2000). *História Da Matemática*. Lisboa, Portugal: Universidade Aberta.

Eves, H. (2004). *Introdução à história da Matemática*. Campinas, Brasil: Editora da UNICAMP.

*Geogebra*. Recuperado em 23 de agosto de 2010 de <http://www.geogebra.org/cms/>.

Grande Oriente do Brasil. *Origens*. Recuperado em 22 de julho de 2010 de [http://www.gob.org.br/gob/index.php?option=com\\_content&view=article&id=271&Itemid=266](http://www.gob.org.br/gob/index.php?option=com_content&view=article&id=271&Itemid=266)

Google. *Google Sketchup*. Recuperado em 1 de julho de 2010 de <http://sketchup.google.com/>

Januário, A. J. (2006). *Desenho geométrico*. Florianópolis, Brasil: UFSC.

Mlodinow, L. (2005). *A janela de Euclides*. São Paulo, Brasil: Geração Editorial.

Pedagoguery Software. *Poly*. Recuperado em 18 de julho de 2010 de <http://www.peda.com/poly>

Ponte, J. P., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2003). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica.

Queiroz, T. A. P. (1999). Aprender a saber na Idade Média. In Mongelli, L. M. *Trivium e Quadrivium: as artes liberais na Idade Média*. Cotia, Brasil: Íbis, 11-31.

*V Congresso Iberoamericano de Cabri*. Recuperado em 15 de setembro de 2010 de <http://www.iberocabri.org/index.htm>.