



Enseñanza y aprendizaje de la geometría: la perspectiva del profesor

Esteban José **Ballester** Alfaro
Escuela de Ciencias y Letras del Instituto Tecnológico de Costa Rica
Costa Rica
eballester@gmail.com

Ronny **Gamboa** Araya
Escuela de Matemática de la Universidad Nacional
Costa Rica
rgamboa@una.ac.cr

Resumen

El siguiente escrito pretende comunicar parte de los resultados de una investigación realizada con 79 profesores de segunda enseñanza de Costa Rica, donde se les consultó aspectos relacionados con sus creencias, sus percepciones y sus convicciones, sobre ciertos aspectos inmersos dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría en el nivel respectivo: actitudes y capacidades necesarias para ser exitoso al estudiar geometría, estrategias y recursos utilizados, entre otros; partiendo de lo que el docente ha aprendido tanto de su experiencia profesional como de la realidad de aula.

Palabras clave: Enseñanza de la geometría, aprendizaje de la geometría, dificultades de aprendizaje, creencias, competencias, recursos didácticos, estrategias didácticas.

1. Planteamiento del problema

La visualización espacial, la utilización de simetría, el cálculo de áreas y perímetros, las proyecciones, son algunas de los conocimientos necesarios para el ser humano y que le competen propiamente a la Geometría. Sin embargo, el manejo competente de las capacidades para aprender o utilizar estos conceptos en la vida cotidiana, aún presentan serias deficiencias que usualmente se obvian.

La enseñanza de la geometría sigue arrastrando una serie de limitaciones debido muchas circunstancias, pero en especial, hay una serie de consecuencias heredadas de cambios curriculares hechos durante la llamada Reforma de Las Matemáticas Modernas, que se llevó a cabo en los años sesenta del siglo pasado, y que hasta la fecha, se continúa viendo las secuelas.

Muchos investigadores a nivel mundial, han dedicado parte importante de sus trabajos a desarrollar un cuerpo de conocimiento denominado didáctica de la geometría, que dentro de su campo de estudio busca identificar los problemas o limitaciones que presentan a las personas de

diferentes campos sociales y diferentes niveles de escolaridad, cuando estudian geometría u otra disciplina que esté sustentada fuertemente sobre una base geométrica. Existe un camino recorrido que pocas veces es tomado en cuenta dentro del refrescamiento y modernización del currículo de las carreras que forman formadores en el campo de la matemática.

La carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNA prepara profesionales con una buena base matemática, que les permita, una vez egresados, destacarse en sus lugares de trabajo. No obstante, la carrera presenta debilidades en cuanto a la estimulación del desarrollo de competencias en sus estudiantes, orientadas a atender necesidades correlacionadas con el aprendizaje de la matemática, realidad que los espera una vez incorporados en el campo laboral. Los cursos de Geometría de la carrera son cursos sólidos en su componente matemático, caracterizados por un énfasis particular en la rigurosidad de la demostración y dentro de un ambiente que poco promueve la reflexión seria y detallada de las problemáticas que le competen al campo de estudio de la didáctica de la geometría.

Los egresados de Enseñanza de la Matemática de la UNA deberían de ser profesionales con amplio conocimiento sobre diversas estrategias para enseñar geometría, que vaya desde el uso y preparación de material concreto, hasta el manejo competente de paquetes computacionales o tecnológicos basados en un modelo de geometría dinámica.

Actualmente la carrera de Enseñanza de la Matemática está inmersa en tres procesos diferentes, pero interrelacionados, que afectan negativa y positivamente la solides de su estructura. El primero tiene que ver con la disminución cronológica en el último quinquenio de egresados de secundaria que optan por estudiar la carrera en la UNA, esto acompañado de un significativo porcentaje de deserción a posteriori. Sin embargo, la Escuela de Matemática se encuentra dentro del conjunto de carreras acreditadas que le permite disponer de un escenario flexible para evaluar sus procesos y detectar los riesgos de amenaza para poder atenderlos con prontitud. Finalmente, el grupo de proyectos de investigación que la escuela tiene en operación, conforma una base de apoyo a la carrera que puede proponer alternativas que contribuyan a fortalecerla.

El país necesita implementar reformas en su sistema educativo, en especial requiere disponer de mano de obra calificada, actualizada, con competencias más allá de lo académico, que conozca con propiedad su campo de acción desde sus fortalezas y las problemáticas que le caracterizan. En este sentido, es urgente que las Universidades responsables de la formación de estos docentes, no deben continuar con la formación de nuevos profesores de matemática que no hagan la diferencia en sus salones de clase.

El proyecto en el que se sustenta esta publicación busca hacer su aporte en esa dirección, buscando y promoviendo la reflexión sobre el aprendizaje y enseñanza de la geometría, primero a lo interno y posteriormente hacia lo externo.

En este sentido, para esta investigación, se plantearon los siguientes objetivos:

- Identificar los principales problemas que enfrentan los profesores y los estudiantes a nivel de secundaria, en el Tercer Ciclo de la Educación General Básica, alrededor de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría.
- Diseñar una propuesta de curso sobre Didáctica de la Geometría para la carrera de Bachillerato y Licenciatura de Enseñanza de la Matemática de la UNA, que incorpore la utilización y creación de diversas estrategias para enseñar la disciplina, en especial las que tienen que ver con las tecnologías digitales.

La Escuela de Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica, como ente formador de docentes en Enseñanza de la Matemática, mantiene una preocupación por continuar impactando en el mejoramiento de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, en especial de la geometría, de los estudiantes de este país y por eso, a través de estas investigaciones busca mejorar tanto la formación de sus egresados como los procesos de capacitación que realiza con los docentes en ejercicio.

2. Antecedente y fundamentación teórica

El aprendizaje de la geometría constituye una de las mayores dificultades para los estudiantes en todos los niveles. Así lo considera Alfaro (2003), quien apunta que dentro de los temas considerados en la evaluación de las pruebas nacionales de matemáticas, los más difíciles para los estudiantes son geometría y álgebra. Por otro lado, Barrantes (2003) señala que los profesores consideran que el tema de geometría es uno de los temas más difíciles en el nivel de noveno año y bachillerato en Costa Rica, y los resultados de dichas pruebas reflejan esta problemática.

La importancia que tiene para el ser humano el poder aprender geometría contempla muchas aristas, como las que expone Castiblanco & otros (2004):

La historia de la geometría nos muestra de qué manera ha sucedido su evolución en una dinámica soportada por la interacción entre procesos de **visualización** (ligados al pensamiento espacial), procesos de **justificación** (ligados al pensamiento deductivo) y **aplicaciones instrumentales** que se llevan a cabo con el objeto de resolver problemas de la vida cotidiana, las ciencias o la misma matemática, modelar el mundo para interpretarlo, ampliar los horizontes conceptuales con teorías construidas axiomáticamente e interrelacionar campos diversos de conocimiento buscando en ellos una estructura común, entre otras cosas. (p. 9)

Los procesos de visualización nos llevan al desarrollo de la capacidad espacial, pero, ¿se está estimulando esta capacidad espacial en las aulas de matemática a nivel de secundaria?, ¿está consciente el docente de la importancia de que sus estudiantes desarrollen este tipo de habilidades viso-espaciales? Dentro de todas las áreas que aborda el estudio de la matemática, la capacidad espacial correlaciona más fuertemente con el estudio de la geometría y es esencial para el pensamiento científico. Según lo afirman Lean y Clements (1981) [citado en Arrieta 2003], Hadmard y Einstein la consideraban fundamental para el pensamiento creativo en todos los niveles de la matemática.

Con respecto a la comprensión propia de los objetos geométricos, el National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) (2000) destaca que es con el aprendizaje de esta disciplina que los estudiantes aprenderán sobre las características y relaciones de estos, así como la construcción y manipulación mental de las diferentes representaciones de objetos en dos y tres dimensiones.

Así mismo, el NCTM señala que la geometría constituye un terreno fértil para el desarrollo de las habilidades para generar razonamiento y justificación. Castiblanco *et al.* (2004) también opinan al respecto que:

Probablemente cualquier situación geométrica, por elemental que sea, permite una amplia gama de posibilidades de exploración, formulación de conjeturas y experimentación de situaciones con la idea de explicar, probar o demostrar hechos. (...) no hay mejor lugar que la geometría para dilucidar el papel de la prueba y la demostración en matemáticas (p. 2).

Es decir, el conocimiento geométrico provee de recursos lógicos al estudiante que le permite hacer justificaciones, pruebas o validaciones con mayor rigor matemático, que pueden ser aprovechadas cuando desee realizar este mismo tipo de conjeturas en otras áreas de las matemáticas.

Las habilidades que le competen respectivamente a la visualización y a la argumentación, no deben trabajarse de manera aislada, pues no son mutuamente excluyentes, sino más bien complementarias:

El aprendizaje de la geometría implica el desarrollo de habilidades visuales y de argumentación. Mas aún, para lograr un aprendizaje significativo, es necesario construir una interacción fuerte entre estos dos componentes, de manera que el discurso teórico quede anclado en experiencias perceptivas que ayuden a construir su sentido, y a su vez las habilidades visuales sean guiadas por la teoría, para ganar en precisión y potencia. (Castiblanco et al., 2004, p. 25)

Como lo expone Castiblanco en el párrafo anterior, es importante que el docente se preocupe por buscar un equilibrio entre la asociación de habilidades de visualización y argumentación, pues ambas habilidades son fundamentales dentro del proceso formativo del individuo, del quehacer matemático y para que el aprendizaje de la geometría no carezca de sentido.

Frecuentemente la enseñanza de la geometría se limita a reconocer figuras y dibujarlas en el papel; las lecciones se desarrollan de manera abstracta, sin proporcionarle a los estudiantes ejemplos reales que le faciliten un mejor entendimiento de los contenidos (Goncalves, 2006). Además, los recursos utilizados son limitados, donde en una mayoría de los casos el proceso de enseñanza está condicionado por libros de texto conservadores, que impactan considerablemente el qué y cómo enseñar (Abrate *et al.*, 2006).

Muchos docentes delimitan sus estrategias de enseñanza al centralizarse en la representación algebraica de los contenidos matemáticos y por ende, se descuidan otros sistemas de representación que también son importantes. Duval (1998) considera que para la construcción de conceptos matemáticos no basta trabajar las actividades dentro de un solo sistema de representación, sino también realizar la tarea de conversión de una representación a otra y viceversa.

Los recursos utilizados por los profesores de matemática juegan un rol especial para fortalecer los espacios aprendizaje que se generen durante el desarrollo de las lecciones, sin embargo, estos muchas veces son limitados; en una cantidad importante de casos, el proceso de enseñanza está condicionado por libros de texto conservadores, que impactan considerablemente en el qué y cómo enseñar (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006).

Los alumnos se encuentran en una encrucijada cuando estudian geometría, porque resulta poco convincente las explicaciones del profesor quien intenta persuadirlos de que aprender geometría es importante para su futuro como individuo, en un proceso educativo que no les proporciona una experiencia de aprendizaje que responda ante tal necesidad; de esta manera el aprendizaje de la geometría carece de sentido y con el tiempo repercute en su estado anímico (Báez e Iglesias, 2007). Cabe, en este caso, preguntarse, ¿qué piensan los estudiantes que han pasado por los procesos educativos formales de la primaria y secundaria, sobre su experiencia directa al estudiar geometría? Barrantes y Blanco (2005, 2004) señalan algunas concepciones que estudiantes ya graduados poseen acerca de la enseñanza de la geometría:

- Consideran que la finalidad de la enseñanza de la geometría es adquirir conocimiento, ya sea por cultura general o porque es una parte de las matemáticas y todas son importantes.
- Señalan que la geometría es una materia muy teórica, abstracta y complicada de entender, para la que se necesita una mayor capacidad de razonamiento y a la que se le dedicaba poco tiempo.
- Para los estudiantes la dificultad de la geometría radica, principalmente, en la memorización de fórmulas y saber cuándo aplicarlas.
- Revelan que la metodología clásica para la enseñanza de la geometría se divide en dos: la parte teórica, caracterizada por definiciones, propiedades, entre otros, y la parte práctica, entendiéndose como sinónimos las palabras problema y ejercicio.
- Manifiestan que la pizarra y el libro de texto son los recursos más utilizados para la enseñanza de la geometría.
- Destacan que el uso de materiales como figuras de madera u otros son poco frecuentes y cuando se utilizan se hacen construcciones o actividades sin ninguna utilidad posterior.
- Declaran que las actividades geométricas frecuentemente son extraídas del libro de texto y suelen estar relacionadas con el estudio de elementos de las figuras, clasificación y sobre todo de medida; es decir, resolución de problemas “tipo”.
- Indican que el examen era el elemento más importante de la evaluación.

Una vez documentada la relevancia del estudio de la geometría y algunos de los problemas que presenta, así como la percepción de los estudiantes, conoceremos en este escrito la posición del docente: sus creencias, sus percepciones sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, recomendaciones para mejorarla, las condiciones reales en las que trabajan y los esfuerzos que se realizan por mejorar la calidad de la enseñanza que les brindan a sus estudiantes.

3. Diseño y metodología

Los datos que se comparten en este escrito, fueron obtenidos mediante la aplicación de un cuestionario compuesto de 31 preguntas (en su mayoría de tipo semiabiertas) a 79 profesores de matemática de secundaria, que trabajan con grupos de estudiantes de diferentes niveles y en diferentes Centros Educativos. Una gran mayoría de los encuestados tienen más de 5 años de ejercicio docente y poseen un grado académico de bachillerado, un grupo importante la licenciatura y sólo unos pocos postgrado. Por las dificultades logísticas y presupuestarias, se tuvo que trabajar con profesores de las zonas comprendidas en el gran área metropolitana, en esta primera instancia.

Las interrogantes que conforman el instrumento aplicado se centran en varios bloques de preguntas intencionalmente elaboradas y sometidas previamente a un proceso de validación con grupos de profesores y revisada por especialistas en el área de la enseñanza de la matemática y de estadística.

Un primer bloque A con preguntas de la 1 a la 11, se intenta obtener información básica de la condición profesional y laboral de los docentes de la muestra. El bloque B intenta comprender la realidad del docente en las aulas, identificar sus percepciones sobre las dificultades propias de la materia, la importancia del estudio de la disciplina, contenidos según niveles de dificultad, las fuentes de documentación, recursos utilizados y habilidades, destrezas o competencias necesarias para el ser humano que podrían garantizarle éxito al aprender geometría.

Un tercer bloque C, se centra en determinar cuánto, cómo y dónde los docentes utilizan tecnología digital para reforzar sus clases de geometría, incluyendo el uso de calculadoras graficadoras, software especializado, multimedia e Internet.

Para el análisis de los datos cualitativos se definieron categorías para luego construir las tablas con detalles precisos y concisos de las respuestas emitidas por los profesores. Como referencia para el análisis cualitativo se utilizó la propuesta de Miles, M.; Humberman, M. (1994).

4. Resultados y discusión de resultados

Los resultados obtenidos en esta investigación son bastante amplios, reúnen una diversidad importante de variables y forman parte del trabajo desarrollado en el proyecto *La tecnología digital en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en el Tercer Ciclo de la Educación General Básica*, desarrollado en Escuela de Matemática de la UNA. Para efectos de este artículo, se ha seleccionado un compendio de datos que a criterio de los investigadores, mantienen cierta cohesión temática dentro de la siguiente estructura: dificultades sobre contenidos y de tipo cognitivas, estrategias de enseñanza, recursos didácticos y las habilidades o competencias necesarias para tener éxito al aprender geometría.

La primera tabla, muestra una clasificación hecha por contenidos contemplados en los planes de estudio de la secundaria. El orden de los datos es descendente en función de las repuestas más frecuentes dada por los profesores cuando se les preguntó sobre los temas relacionados con la geometría, que a criterio personal, consideraba que representan mayor dificultad comprensiva por parte del estudiantado.

Tabla 1:

Contenidos de geometría estudiados en secundaria que, a la hora de enseñarlos, representan mayor reto para los docentes, ordenados de forma ascendente.

| Tema | Frecuencia |
|---|-------------------|
| Áreas sombreadas. | 52 |
| Propiedades de los triángulos especiales (equilátero, semi-equilátero, rectángulo isósceles). | 39 |
| Rectas notables en un triángulo (altura, mediana, mediatriz, bisectriz). | 39 |
| Semejanza de triángulos y Teorema de Thales. | 34 |
| Polígonos de 5 o más lados (regulares e irregulares). | 31 |
| Ángulos entre dos rectas paralelas y una transversal. | 26 |

Fuente: cuestionario aplicado 2008.

Definitivamente, algunos de los temas enseñados en geometría resultan ser más difíciles de asimilar para los estudiantes que otros. Muchas veces esa capacidad de comprensión se ve influenciada por otros factores de índole cognitivo o de habilidades en los cuáles el estudiante presente deficiencias. Se consultó a los docentes sobre esas posibles limitaciones que ellos observan en sus estudiantes y que repercuten negativamente en sus aprendizajes.

Tabla 2

Principales dificultades que enfrentan los estudiantes al estudiar geometría, según las observaciones de los docentes.

| Categoría | Frecuencia |
|--|-------------------|
| Capacidades relacionadas con la matemática | 19 |
| Memoria | 14 |
| Visualización espacial | 12 |
| Concepción integral de los objetos matemáticos | 12 |
| Aprendizaje a corto plazo y Bases previas | 11 |
| Formalismo | 9 |
| Limitadas estrategias para resolver problemas | 9 |

Fuente: cuestionario aplicado 2008.

La visualización espacial, la utilización de simetría, el cálculo de áreas y perímetros, las proyecciones, son algunas de los conocimientos necesarios para el ser humano y que le competen propiamente a la Geometría. Sin embargo, el manejo competente de las capacidades para aprender o utilizar estos conceptos en la vida cotidiana, aún presentan serias deficiencias que usualmente se obvian.

Cuando los docentes hacen referencia a capacidades relacionadas con la matemática, incluyen dentro de esta categoría a las siguientes habilidades: lógica, abstracción, análisis, deducción e inducción, interpretación, razonamiento y discernimiento oportuno del contenido. Por otra parte, la categoría *Concepción Integral* de los objetos matemáticos, toma en cuenta la capacidad de los estudiantes para analizar el todo más que las partes, identificar las relaciones entre la información que se describe en los problemas, por ejemplo, si el problema indica que \overline{AB} es una bisectriz, entonces, ¿cómo afecta ésta a la figura total? Los docentes afirman que los estudiantes tienden a ver la información parcializada y les cuesta mucho lograr establecer los vínculos adecuados entre esas parcializaciones.

Es importante destacar que la capacidad de visualización espacial es elegida por los docentes como unas de las destrezas que necesita ser reforzada en las clases de matemática, sin embargo, como se exponía en la introducción, ha sido un énfasis en la enseñanza de la geometría que ha estado en segundo plano. Hasta el momento, se han expuesto las dificultades propias de los estudiantes que, a criterio de los profesores, es importante trabajar en las clases de matemática, pero, surgen entonces las preguntas: ¿Qué tipo de estrategias didácticas están utilizando los docentes en las clases de geometría?, ¿cuáles son los recursos didácticos más utilizados por los docentes cuando enseñan geometría? Éstas mismas preguntas se le plantearon a los docentes, cuyas repuestas se resumen en las siguientes tablas:

Tabla 3

Estrategias de clase utilizadas por los docentes de secundaria, según la frecuencia de uso.

| Actividad | Frecuencia |
|--|-------------------|
| Realizo varias preguntas a los estudiantes para ir construyendo el conocimiento entre todos. | 52 |
| Explico el tema y luego los estudiantes resuelven una lista de ejercicios. | 46 |
| Utilizo actividades que relacionen la geometría con el contexto del | 46 |

estudiante.

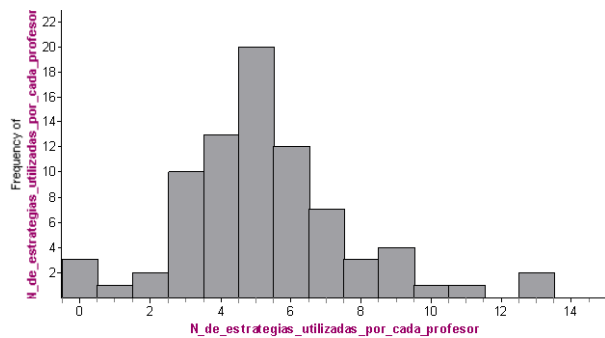
| | |
|---|----|
| Promuevo el trabajo grupal. | 42 |
| Realizo actividades que promuevan la visualización. | 38 |
| Realizo un diagnóstico de los conocimientos previos al iniciar un tema nuevo. | 35 |
| Aplico actividades lúdicas (juegos) | 33 |
| Utilizo actividades donde el estudiante construya su conocimiento. | 33 |
| Parto de una situación problema para desarrollar el tema en estudio. | 27 |

Fuente: cuestionario aplicado 2008.

En la tabla anterior se puede observar que los docentes están utilizando una variada gama de estrategias para enseñar geometría. De hecho, para efectos de este artículo y a manera de ilustración, se seleccionaron las que mayormente indicaron los encuestados.

Gráfico 1

Nº de estrategias diferentes, utilizadas por los profesores para enseñar geometría



Fuente: cuestionario aplicado 2008.

Muchas veces, la variabilidad de uso de estrategias, puede transformarse en la mejor estrategia, en vista de que mientras mayor sea el número de estrategias utilizadas por el docente, se estaría atendiendo de manera más equitativa la diversidad de estilos de aprendizaje de los estudiantes, al mismo tiempo que se contribuye a romper la monotonía de las clases.

El gráfico de la derecha detalla el número de estrategias diferentes que cada profesor argumentó utilizar en sus clases. Cabe destacar que un buen número de docentes utilizan entre tres y ocho estrategias, una cantidad interesante y que parece alentadora en primera instancia, sin embargo, si se consideran las limitaciones que según los profesores enfrentan en la realidad de sus aulas, queda la interrogante de en qué momento y con qué fin se dan estas combinaciones estratégicas, el tipo y diversidad de problemas o ejercicios seleccionados.

Cada estrategia de enseñanza debe ir apoyada en algún recurso didáctico. En la tabla 4 se detallan los más utilizados por los encuestados:

Tabla 4

Recursos utilizados por los docentes para enseñar geometría, según su preferencia.

| Recurso | Frecuencia |
|--|------------|
| Pizarra, tiza o marcadores y borrador. | 73 |
| Libro de texto. | 46 |

| | |
|--|----|
| Material fotocopiado. | 62 |
| Cartulina, periódico, tijeras, goma. | 40 |
| Software geométrico | 12 |
| Equipo tecnológico (computadora, proyector de multimedia, entre otros) | 10 |
| Otro | 04 |

Fuente: cuestionario aplicado 2008.

El predominio del uso de la pizarra, los libros de texto y material fotocopiado, sigue siendo el tema de actualidad cuando se habla de recursos didácticos; por otra parte, cabe destacar que una cantidad importante de ellos utilizan material concreto y, a pesar del gran auge que ha tenido el uso de las tecnologías digitales para la enseñanza, son muy pocos los docentes que sacan provecho al respecto.

A lo largo de esta sección, se ha venido presentando lo que los docentes de secundaria del estudio, consideraron como contenidos geométricos de mayor dificultad de comprensión para sus estudiantes, las dificultades que los estudiantes evidencian al estudiar estos temas, las estrategias y recursos utilizados por ellos para contrarrestar las deficientes y mejorar los procesos de aprendizaje. No podemos dejar de lado el hecho de que, en los salones de clase siempre se cuenta con un grupo de estudiantes que se podría catalogar como exitosos para aprender geometría, entonces: ¿que tipo de habilidades, destrezas, competencias o actitudes, deben caracterizar a un estudiante para que sea exitoso cuando estudia geometría?

En los últimos datos que mostraremos en este documento, se muestra lo que los docentes contestaron a la pregunta descrita en el párrafo anterior. Dada la amplitud y variación de las respuestas, se definieron las siguientes categorías que se detallan en el siguiente cuadro como insumo para facilitar la comprensión del lector.

Tabla 5

Habilidades, destrezas o competencias y actitudes, consideradas por los docentes como ideales para ser exitoso al estudiar geometría, por categorías.

| Actitudes generales (AG) | Habilidades generales (HG) |
|--|---|
| Hábitos de estudio | Análisis |
| Positiva | Creatividad |
| Interés | Concentración |
| Orden | Contextualización |
| Deseos de aprender | Observación |
| Iniciativa | Interpretación |
| No temerosa | Destreza Motora |
| Proactiva | Criticidad |
| Persistente | |
| Participativa | |
| Disciplinada | |
| Hábito por la lectura | |
| Actitudes relacionadas con la matemática (AM) | Habilidades relacionadas con la matemática(HM) |

| | |
|---|----------------------------|
| | Manejo de la información |
| Gusto por el uso del lenguaje matemático | Cálculo |
| Gusto por precisar los procedimientos | Metacognición |
| Gusto por identificar patrones y reducir la complejidad | Representación y lenguajes |
| | Abstracción |
| Gusto por construir modelos y utilizarlos para inferir | Modelamiento |
| | Visual |
| Gusto por buscar, usar y perfeccionar estrategias de solución | Lógica |
| | Manejo de instrumentos |
| | Aplicación |

Fuente: cuestionario aplicado 2008.

Apoyado en el cuadro anterior, se detalla en la tabla 5, las frecuencias con que los profesores eligieron las diferentes categorías.

Tabla 6

Habilidades, competencias y actitudes a desarrollar en los estudiantes, según el criterio de los profesores.

| Tipo de habilidad (competencia o actitud) | Frecuencia |
|--|-------------------|
| HG | 37 |
| AG | 29 |
| HM | 23 |
| AM | 2 |

Fuente: cuestionario aplicado 2008.

Note que para los encuestados, en primer lugar es fundamental para tener éxito cuando se estudia geometría disponer las de llamadas *Habilidades Generales*, además, le asignan un gran peso a las Actitudes Generales y las Habilidades relacionadas con la Matemática. Es importante el hecho de que, las actitudes relacionadas con la matemática no sean consideradas como fundamentales, podría decirse que para los docentes, prescindir de ellas, no conlleva a consecuencias negativas significativas en los aprendizajes de la geometría. Se podría interpretar que si un estudiante dispone de las capacidades HG, AG y HM, sería suficiente para ir desarrollando paralelamente las AM, y garantizar éxito.

5. Conclusiones

Como previamente se mencionaba, la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNA, forma profesionales es un ente formador de Educadores Matemáticos a nivel de Licenciatura. Específicamente en los cursos de geometría la carrera es fuerte en su solidez matemática, pero, descuida otros aspectos formativos importantes. Con el afán de subsanar este hecho y a partir de los datos que nos muestran la realidad del docente en ejercicio, se intenta, como resultado de esta investigación proponer un curso alternativo sobre Didáctica de la Geometría, donde los estudiantes de carrera puedan disponer de un espacio de reflexión que más que resolver problemas y demostrar teoremas, se enfoque hacia la comprensión de las dificultades que implica para las personas aprenderla, y así puedan proponer posibles acciones que faciliten el acceso de los ciudadanos a ese conocimiento.

Los egresados de Enseñanza de la Matemática de la UNA deberían ser profesionales que además de su sólida formación matemática, dispongan de un amplio conocimiento sobre diversas estrategias para enseñar geometría, que vaya desde el uso y preparación de material concreto, hasta el manejo competente de paquetes computacionales o tecnológicos que incorporen la geometría dinámica. Los datos reflejan un predominio del uso de la pizarra como principal recurso didáctico, que bien lo documenta la teoría, indicador que señala la necesidad que los docentes matemáticos tienen en cuanto a la formación para el uso de una plataforma de recursos más amplia y variada, en especial aquellas relacionadas con el uso de tecnologías digitales.

Las técnicas y las estrategias metodológicas efectivas que ya han sido implementadas y aquellas que están en desarrollo y que prometen un futuro alentador, deberían de reflexionarse en los salones de clase durante del proceso formativo de un educador matemático, sin eximir la posibilidad de estimular la capacidad creativa e innovadora para ampliar este campo de conocimiento. Los datos describen claramente la realidad del campo laboral de los futuros egresados y, por tanto, el país necesita profesionales que no salgan a hacer lo mismo, sino que tengan las capacidades de ser propositivo ante los problemas que se le presenten, haciendo la diferencia impactando en los salones de clase, innovando, reflexionando y sistematizando su quehacer.

La actitud resulta ser un fuerte aliado del estudiante que desea aprender geometría, según los docentes. Las probabilidades de éxito en cursos de geometría mejoran con aquellos estudiantes que demuestran una buena disposición hacia la asignatura, a pesar de presentar dificultades cognoscitivas que pueda presentar. Lo anterior posiciona al plano emocional en un punto relevante de trabajar y es responsabilidad de los docentes estimularlo, desarrollando estudiantes con más confianza a la hora de resolver situaciones que involucran a la geometría como base.

La utilización de problemas que buscan contextualizar la geometría, amerita una revisión más detallada, en el sentido de conocer la percepción docente de lo que es un problema aplicado y el cómo se trabajan estos en el aula, esto por cuanto en el documento podemos visualizar posiciones encontradas entre alumno-docente: los primeros dicen que le encuentran utilidad y en los segundos, un buen número de ellos manifestó utilizar problemas aplicados en sus clases.

Finalmente se debe reconocer que, si el reto es importante para el profesor de campo, mayor responsabilidad tenemos las escuelas formadoras de estos profesionales. Con humildad se debe reconocer y aceptar las críticas que nos muestran las fortalezas y debilidades, adoptarlas dentro de nuestro quehacer para proponer alternativas que busque minimizar estas deficiencias. El país nos lo exige y nos lo demanda el niño, el joven y el adulto. Insumos como los que se obtuvieron de este trabajo, deben ser la base del quehacer de la escuela en todos sus ámbitos: docencia, investigación y extensión. La docencia: porque tenemos en las aulas estudiantes que son consecuencia de estos procesos de formación durante su paso por primaria y secundaria, y sería ingenuo suponer que sus capacidades geométricas son del todo sólidas en todas sus aristas; la investigación: porque este campo de estudio requiere nuevo conocimiento que explique la problemática y que ponga a prueba alternativas orientadas al mejoramiento continuo de estos problemas y por último, la extensión: los procesos de capacitación son costosos y constituyen un medio que permite bajar ese conocimiento derivado de las investigaciones hasta los actores principales, los docentes, sin embargo, si se conocen las principales necesidades reales, éstas deben convertirse en el foco del trabajo que reorienta los procesos de capacitación, si es que en realidad se desea ver cambios significativos.

6. Limitaciones del estudio

Debido a razones presupuestarias y de logística, fue imposible considerar en este estudio a los docentes de zonas rurales de nuestro país, siendo su opinión una fuente de información valiosa que describe una realidad diferente a la zona central urbana.

Algunos docentes mostraron una actitud apática cuando se les pidió formar parte de este trabajo, porque consideraban que pocas veces se les tomaban en cuenta en los procesos de capacitación que se impulsan tanto desde el Ministerio de Educación, como de las universidades estatales.

Una parte significativa de la información resultó difícil de interpretar y analizar, debido a que los docentes participantes de la encuesta, manifestaban una tendencia a dispersarse de lo que en realidad se preguntaba, a tal punto que en algunos casos, el instrumento parecía representar un mecanismo de catarsis dónde libremente podrían expresar toda su frustración de su trabajo docente, de sus jefes inmediatos e inclusive a su patrono.

7. Prospectiva

Los resultados obtenidos en este trabajo viene a consolidar una base estadística que sustentará parte de las actividades relacionadas con la geometría que se intenten desarrollar en la Escuela de Matemática. La idea es que se fortalezcan los cursos de la carrera de Enseñanza de la Matemática, se diseñen y desarrollen procesos de capacitación externa que contribuyan a mejorar las necesidades que los docentes plantearon en sus intervenciones.

Nuevas propuestas de investigación podrían derivarse de estos trabajos, en especial aquellas que vengán a profundizar en los indicadores que señalan detalles claves que necesita profundizarse, en vista de que la información con la que se cuenta hasta el momento, resulte insuficiente.

8. Referencias bibliográficas

- Abrate, R.; Delgado, G. & Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación* (Online). Vol. 39, N°1. Recuperado el 22 de octubre de 2007 en <http://www.rioei.org/deloslectores/1290Abrate.pdf>
- Alfaro, A. (2003). Rendimiento por temas en las pruebas nacionales de matemáticas en Tercer Ciclo y Bachillerato. *Revista UNICIENCIA*, Vol. 20 Número 1, 2003, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- Arrieta, M. (2003). Capacidad espacial y educación matemática: tres problemas para el futuro de la investigación. *Educación Matemática*, 15 (3), 275-300.
- Báez, R. & Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL “El Mácaro”. *Enseñanza de la Matemática*. Vols. 12 al 16. Número extraordinario. pp. 67-87.
- Barrantes, H. (2003). Pruebas nacionales de matemáticas: resultados y opiniones. *Revista UNICIENCIA*. 20(1). Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- Barrantes, M. & Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para Maestro sobre la geometría Escolar. *Enseñanza de las Ciencias* 22 (2), 241-250.
- Barrantes, M. & Blanco, L. (2005). Análisis de las concepciones de los profesores en formación sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría. *Números*, 62. pp. 33-44.
- Castiblanco, A.; Urquina, H.; Camargo, L. & Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico Tecnologías Computacionales*. Ministerio de Educación Nacional. Colombia. Enlace Editores Ltda.

Duval, R. (1998). Signe et objet (I): trois grandes étapes dans la problématique des rapports entre représentation et objet. *Annales de Didactique et des Sciences Cognitives*. 6, pp. 139-163.

Goncalves, R. (2006). ¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría? *Revista Ciencias de la Educación*. Valencia, España. Año 6, Vol. 1, N°27, pp. 83-98.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA, EUA: National Council of Teachers of Mathematics.