



## **A simetria de reflexão: concepções mobilizadas por alunos brasileiros**

Diógenes **Macllyne** Bezerra de Melo  
Universidade Federal de Pernambuco-UFPE  
Brasil

[diogenesmmelo@yahoo.com.br](mailto:diogenesmmelo@yahoo.com.br)

Iranete Maria da Silva **Lima**  
Universidade Federal de Pernambuco-UFPE/CAA  
Brasil

[iranetelima@yahoo.com.br](mailto:iranetelima@yahoo.com.br)

### **Resumo**

A pesquisa aborda o estudo das concepções que os alunos do ensino fundamental mobilizam quando resolvem problemas de simetria de reflexão. Para isso utilizamos o Modelo  $cK\phi$  (Balacheff, 1995). As concepções dos alunos foram analisadas a partir das estruturas de controle baseada nos estudos de Lima (2006). A experimentação realizou-se com 50 alunos do 9º ano de escolas das redes pública do agreste pernambucano. Os estudantes resolveram problemas de construção e identificação de figuras simétricas em relação a um eixo de simetria. A pesquisa confirma, também, resultados de estudos precedentes como: os alunos mobilizaram controles ligados a direção vertical e horizontal, independentemente da orientação do eixo de simetria. Mas, a utilização do papel quadriculado não favoreceu o procedimento de contagem como esperado. Controles ligados à conservação de forma e tamanho das figuras também foram mobilizados pelos alunos, dando indícios de que as respostas estão baseadas na visualização das figuras.

*Palavras-chave:* modelo  $ck\phi$ ; concepção; estruturas de controle; simetria de reflexão, modelização.

### **Tema de estudo**

Este artigo é um recorte de uma pesquisa em nível de dissertação que teve como tema a identificação de elementos de concepções mobilizadas por alunos do Ensino Fundamental sobre a simetria de reflexão. A pesquisa se inscreveu, portanto, na problemática da *modelização* de conhecimentos do aluno. Para Balacheff & Margolinas (2005, p.104), modelizar “é dar uma forma que permite o raciocínio, o cálculo, para entender e decidir.” A utilidade de *modelizar* um

sistema complexo é construir a sua "inteligibilidade, sua compreensão" (Le Moigne 1990, apud Lima, 2006). Este estudo representou a continuidade da pesquisa realizada por Lima (ibid.) que foi desenvolvida no contexto do ensino francês. Neste, foi realizada uma modelização de concepções dos alunos com base na formalização fornecida pelo Modelo cK $\phi$  e nos resultados dos estudos de Hart (1981), Grenier (1988) e Tahri (1993).

No Brasil, algumas pesquisas vêm sendo desenvolvidas sobre a simetria, principalmente, após a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) em que se ressalta a importância do estudo desta noção no ensino fundamental. Dentre estas, podemos citar as pesquisas de Araújo & Gitirana (2000), Siqueira & Gitirana (2000) e Alves & Gitirana (2005), Mega (2001), Vaz (2004), e Cerqueira (2005). Reconhecendo a relevância e a contribuição desses estudos para o desenvolvimento, buscamos encontrar alguns elementos de resposta para questões ainda não estudadas no contexto brasileiro, como por exemplo, *que concepção ou elementos de concepção o aluno do ensino fundamental mobiliza quando resolve um problema de simetria de reflexão?*

Ressaltamos a relevância do estudo da ensino de reflexão, por um lado, pela sua aplicabilidade no cotidiano e em diversas áreas do conhecimento e, por outro, porque a “simetria é, sem dúvida, um dos princípios básicos para a formulação de modelos matemáticos e para os fenômenos naturais” (Brasil, 2007, p. 45).

### **Fundamentação teórica**

Dentre os estudos realizados no Brasil sobre as transformações geométricas, alguns versam sobre a simetria de reflexão axial. A pesquisa realizada por Siqueira & Gitirana (2000) visou “a construção de uma engenharia didática para o ensino do conceito em epígrafe, destinada a alunos da 6ª série do Ensino Fundamental” (ibid., p.3). Os resultados obtidos mostram que, no pré-teste, os alunos tiveram dificuldade para construir a imagem das figuras, principalmente, quando o eixo de simetria interceptava a figura dada, dificuldade que foi atenuada após o desenvolvimento da sequência didática no Cabri-Géomètre (Laborde & Bellemain, 1994). Isso pode indicar que, para esses alunos, a imagem de uma figura está de um lado ou do outro do eixo de simetria, não admitindo a invariância de pontos sobre esse eixo. A pesquisa mostra, também, que alguns alunos construíram a imagem da figura em relação ao eixo de simetria sem respeitar a distância da figura ao referido eixo. Além disso, constatou-se, em diversas situações, que os alunos confundiram a simetria de reflexão com a translação ou a rotação.

A pesquisa de Alves e Gitirana (2005) investigou os efeitos de uma sequência didática sobre o conceito de *Reflexão Axial*, com alunos da 6ª série de uma escola pública, utilizando, também, um ambiente de geometria dinâmica, o CG. Essa pesquisa confirma os resultados acima apresentados, bem como a não observância da propriedade de equidistância e da perpendicularidade entre a reta suporte de um ponto e do seu simétrico, e o eixo de simetria.

Investigando a problemática da construção da imagem de um segmento em relação a um eixo de simetria, Grenier & Laborde (1987) propuseram uma tipologia de procedimentos utilizados pelos alunos na resolução de problemas de construção da imagem de um segmento em relação a um eixo de simetria. Essa tipologia deu origem a classificação de concepções proposta por Tahri (1993): *concepção simetria ortogonal, concepção paralelismo, concepção simetria central e concepção simetria oblíqua* (Tahri, 1993, p. 68-69)

Em sua pesquisa, Lima (2006) também se interessou pela problemática segmento/eixo. No entanto, ampliou esse estudo na perspectiva da construção da imagem de figuras que denominou

de *complexas*. A autora descreve essas figuras como sendo figuras formadas por segmentos, polígonos, arcos de círculos etc. Assim, além das variáveis didáticas consideradas nos estudos anteriores inerentes à problemática investigada<sup>1</sup>, a mesma autora delimitou outras variáveis partindo da hipótese de que a construção da imagem de figuras complexas poderia influenciar a concepção dos alunos. Dentre essas variáveis, citamos a *especificidade da figura dada* (possui ou não eixo de simetria, seu eixo de simetria é paralelo ou não ao eixo de transformação...) ou a *natureza da figura* (figura geométrica ou não, familiar ou não...). Os resultados da experimentação, realizada com alunos de série equivalente ao oitavo ano do Ensino Fundamental, confirmaram a hipótese apresentada pela autora. Os resultados dos estudos de Lima (Ibid.) estão em consonância com os resultados de pesquisa dos estudos anteriores. A recorrência dos erros e dificuldades dos alunos parecem indicar a persistência de algumas concepções errôneas que por sua vez, podem estar relacionadas diretamente às variáveis do problema proposto.

O presente estudo se apóia fortemente nos resultados dessas pesquisas, tendo como objetivo principal identificar as concepções ou os elementos de concepções mobilizados pelos alunos, quando resolvem problemas de simetria de reflexão, independentemente, de suas respostas serem corretas ou errôneas do ponto de vista da matemática.

### Quadro teórico

Como quadro teórico-metodológico de referência, utilizamos o Modelo cKç desenvolvido por Nicolas Balacheff (1995) com a finalidade de oferecer uma formalização de concepção. Esse modelo está ancorado na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1998) e na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990), duas das teorias de referências da Didática da Matemática de origem francesa. Segundo Miyakawa (2005):

O modelo cKç repousa sobre a problemática da teoria situações didáticas desenvolvida por Brousseau (1998) nas quais a questão da relação entre os comportamentos de um sujeito e os conhecimentos é considerado como fundamental. A teoria das situações didáticas modela a situação de aprendizagem e de ensino na qual têm lugar as diversas interações entre os alunos, o meio e o professor. Esta posição da teoria é completamente radical para a modelização dos conhecimentos dos alunos. (Miyakawa, 2005, p.10).

Lima (2008, p.3) afirma que modelo ckç, “uma concepção é definida como uma estrutura mental atribuída a um sujeito por um observador do seu comportamento e a aprendizagem é compreendida como a passagem de uma concepção a outra”. A concepção nesse modelo é concebida como um estado de equilíbrio de um sistema, “sujeito <> meio”, considerando as limitações, imposições, ou seja, algo que influencia ou interfere no seu funcionamento. A concepção pertence ao sujeito, dessa forma, ela pode ser correta, ou não, do ponto de vista do conhecimento de referência, no caso desta pesquisa a matemática e, especificamente, a simetria de reflexão. Outro aspecto importante é que a concepção muitas vezes é local no sentido de que ela funciona para resolver um determinado problema e não outro o que aponta para um domínio de validade.

---

<sup>1</sup> Nos seus estudos, Grenier (1988) e Tahri (1993) consideram as seguintes variáveis didáticas: orientação do eixo de simetria e do segmento inicial; ângulo formado entre o eixo de simetria e o segmento inicial; interseção entre o eixo e o segmento inicial.

Uma concepção funciona em função do problema, este, por sua vez, é descrito em termos de variáveis didáticas. No quadro deste modelo, a concepção C é formada de quatro elementos (P, L, R,  $\Sigma$ ), os quais serão descritos a seguir.

- a) *P é um conjunto de problemas sobre o qual C é operatório*: um problema é resultado de uma perturbação do equilíbrio do sistema [sujeito-meio] (Balacheff 1995, p.227). Nesse modelo, o conjunto P de uma concepção C é o conjunto de problemas pelos quais a concepção C participa a sua resolução.
- b) *R é um conjunto de operadores*: os operadores são explicitados na ação do sujeito quando resolve um problema. Eles são atestados na ação a partir dos comportamentos do aluno.
- c) *L é um sistema de representação e permite exprimir os elementos de P e de R*: esse sistema permite expressar os elementos de P e de R e pode ser gráfico, gestual ou sonoro.
- d)  *$\Sigma$  é uma estrutura de controles e assume a não contradição de C*: É o elemento novo apresentado por Balacheff (1995) no modelo em pauta, é uma ampliação do modelo proposto por Vergnaud (1990). Essa estrutura rege a ação do sujeito que resolve o problema.

Gaudin (2005) afirma que os controles explicitam os critérios que orientam a escolha, a adequação, a decisão, a validade da ação e a resolução, ou não, do problema. Por essas características, as estruturas de controle é o principal foco de interesse desta pesquisa. Dessa forma, apresentamos no próximo capítulo, a análise a priori dos problemas que foram propostos aos alunos na experimentação, em termos de controles.

### **Método**

No estudo utilizamos alguns elementos da Engenharia Didática (Artigue, 1992), a saber, as análises preliminares e o estudo a priori. Nas análises preliminares, estudamos alguns elementos do funcionamento do ensino atual no Brasil, a partir dos PCN (Brasil, 1998) e Guia de Livros Didáticos (Brasil, 2007) e de livros didáticos de matemática, adotados na região agreste de Pernambuco, onde foi realizada a experimentação. Além disso, apresentaremos os resultados de pesquisas que subsidiaram a escolha dos problemas propostos aos alunos, cuja análise a priori foi apresentada no capítulo anterior.

A experimentação foi realizada com cinquenta alunos do nono ano do ensino fundamental de escolas das redes pública, municipal e estadual de ensino da região do agreste do estado de Pernambuco, de quatro turmas distintas, os quais trabalharam individualmente. A única intervenção realizada na sala foi a de uma profissional que trabalha com alunos especiais, já que um dos alunos participantes não falava e nem ouvia. Com isso, foi necessária a presença de uma intérprete. A escolha do 9º ano como nível escolar a ser estudado se deu pelo fato de que os alunos participantes da pesquisa já haviam estudado a simetria de reflexão nas aulas de matemática ou de Artes. Os alunos participantes sabiam que se tratava de uma atividade proposta para pesquisa e que não seria utilizada para composição da nota/conceito. Durante a coleta, registramos os fatos ocorridos durante a aplicação do instrumento de pesquisa, por meio de registros de observações. O instrumento de coleta de dados, em forma de lista, aplicado aos alunos foi composto de cinco problemas, sendo dois de reconhecimento do simétrico da figura e três de construção do simétrico da figura. Cada problema foi apresentado em uma folha separada o que facilitou a identificação da utilização, ou não, da dobradura em cada um dos problemas. Instrumentos de desenho (régua, compasso, esquadros e transferidor) foram disponibilizados

para uso pelos alunos em todos os problemas, no entanto, apenas no último problema foi pedido, no enunciado, para que os alunos utilizassem esses materiais.

Em cada um dos problemas, o enunciado pediu para que o aluno justificasse sua escolha, para os problemas de reconhecimento e para os problemas de construção, o aluno teria que justificar a construção realizada. Entendemos que essas justificativas poderiam auxiliar numa melhor interpretação da identificação de alguns controles mobilizados pelos alunos na resolução do problema. A experimentação foi realizada em uma única seção e aos alunos trabalharam individualmente. Fizemos essa escolha com a finalidade de identificar as concepções de cada aluno, a partir da sua produção escrita (escolhas, construções e justificativas). Não estabelecemos um tempo para que resolvessem a atividade. Cada aluno respondia e entregava no momento que se sentisse confortável para isso. Esse tempo variou entre 20 a 150 minutos. De posse das respostas dos alunos, analisamos aspectos referentes a) às construções e identificações realizadas; b) às argumentações; c) aos procedimentos de resolução utilizados pelos alunos.

### Análise de produções dos alunos

Realizamos a escolha dos problemas observando as variáveis didáticas e os valores a elas atribuídas, de maneira que eles fossem familiares aos alunos. Em termos de “tipos de problemas”, propomos aos alunos problemas de *reconhecimento e de construção de figuras simétricas*. Após a apresentação do enunciado e das figuras fornecidas em cada problema, fazemos uma descrição em termos de valores e de variáveis consideradas na escolha, e um estudo, em relação às respostas e controles passíveis de serem utilizados pelos alunos na resolução.

Neste artigo, apresentamos alguns resultados obtidos na pesquisa a partir de um dos problemas de construção de figura simétrica resolvidos pelos alunos. A análise foi realizada em termos dos controles suscetíveis de serem utilizados pelos alunos na resolução do referido problema. Para tanto utilizamos a formalização de controles modelizados por Lima (Ibid.), à luz do Modelo cKç. Os controles serão descritos ao longo da análise.

---

Construa o simétrico da figura vermelha abaixo com relação à reta  $r$  e explique como você fez a sua construção.

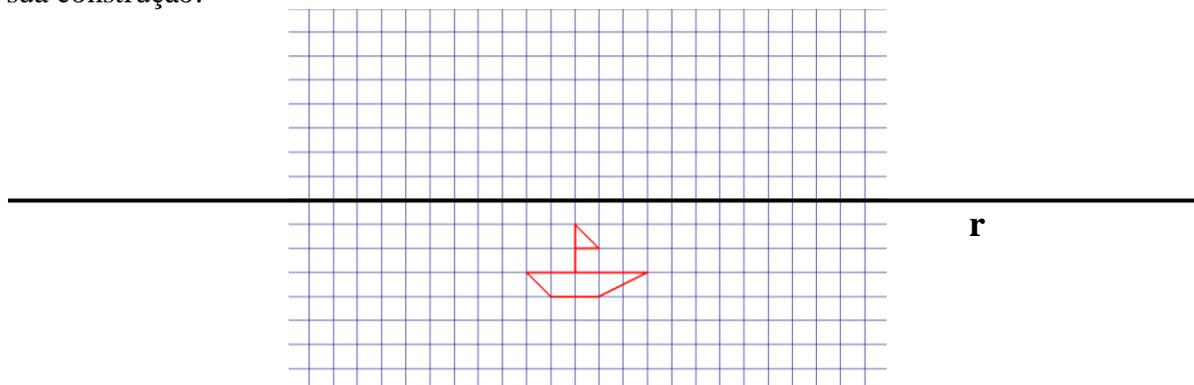


Figura 1. Problema barco

Nesse problema de construção, a figura representa um objeto conhecido dos alunos (barco) sobre papel quadriculado. O problema é caracterizado, também, pela orientação horizontal do

eixo de simetria e pelo fato de a figura fornecida não possuir eixo de simetria. Os resultados obtidos em termos de tipos de respostas são apresentados na tabela seguinte:

Tabela 1

*Problema barco*

<b>Tipo de resposta</b>	<b>Frequência (sobre 50)</b>	<b>%</b>
Figura correta	11	22
Figura incorreta	36	72
Não respondeu	03	06

Apenas 11 dos 50 alunos construíram corretamente a figura correta. Exemplos de justificativas dadas pelos alunos são apresentadas no quadro a seguir:

<i>A8: Para construir a figura contei os números de pontos da figura vermelha e desenhei de forma oposta a imagem vermelha</i>
<i>A16: Eu acho que com o reflexo o eixo parece estar o contrário</i>
<i>A17: Eu acho que eles tem que ficar igual e também muda a simetria que está reta</i>
<i>A18: Eu só mudei a posição e contei os quadradinhos</i>
<i>A19: Porque o barco ficou diferente no espelho</i>
<i>A22: Ela fica de cabeça para baixo porque está num espelho e a foto está na posição para cima e o reflexo fica para baixo.</i>
<i>A24: Porque o espelho está acima dele, aí o desenho tem que ficar de cabeça para baixo</i>
<i>A25: Fiz observando em qual quadrado teria que ficar meu barco e sabendo que teria que ficar virado pro outro barco.</i>

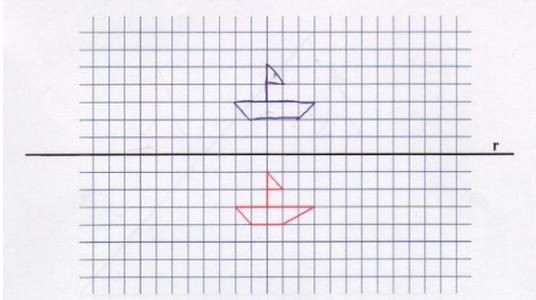
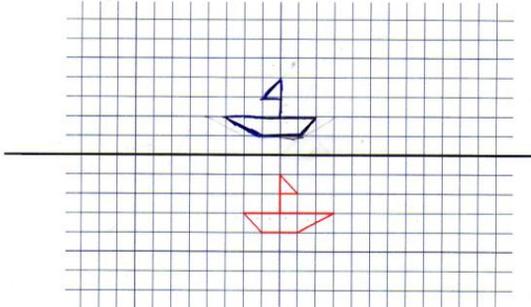
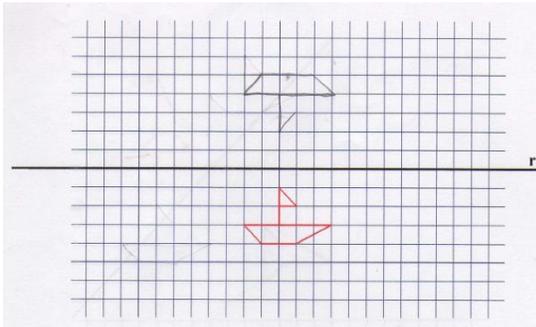
Quadro 1. Problema barco - figura correta: justificativas dos alunos

Como se pode constatar a partir das respostas dos alunos, a construção da figura correta está baseada, em sua maioria, na reflexão da figura através do espelho. A contagem dos quadradinhos, explicitada por alguns alunos, mostra que eles construíram a imagem da figura por meio de um procedimento de contagem. Os demais alunos podem ter construído a figura imagem utilizando um procedimento global, baseado na visualização da figura que lhes é familiar, observando a igualdade de distâncias entre elas e o eixo de simetria. Dessa forma, interpretamos que esses alunos podem ter mobilizado um controle de distância  $\Sigma$  *distância* (uma figura (subfigura) e a sua simétrica estão à mesma “distância” do eixo de simetria) utilizando o procedimento da contagem dos quadradinhos. Expressões como “mudei a posição”, “cabeça para baixo”, “sabendo que teria que ficar virado pro outro barco” e “desenhei de forma oposta a imagem vermelha, utilizadas pelos alunos, indicam a mobilização do controle  $\Sigma$  *sentido inverso* (uma figura e a sua simétrica têm o sentido oposto).

No mais, consideramos que alguns controles ligados aos critérios de direção, à conservação da forma e comprimento dos segmentos e ao controle semiplano (a simétrica da figura F está situada do outro lado de eixo de simetria) podem ter sido mobilizados por estes alunos, como dissemos a priori. No entanto, as respostas obtidas não nos permitem confirmar essa hipótese.

Vimos na *Tabela 1* que 36 alunos construíram figuras incorretas. Vale salientar, no entanto, que todos eles construíram a figura de um barco, quer seja a imagem do barco fornecido no problema ou uma figura aproximada, ainda que não correspondesse à simétrica da figura fornecida. Diversas construções incorretas foram realizadas pelos alunos e podem ser associadas à concepções diferentes. Para ilustrar de maneira mais precisa essa afirmação, apresentamos, no

quadro a seguir, algumas dessas construções relacionadas às explicações dos alunos, além da nossa interpretação em termos de estruturas de controle.

Construção e explicação do Aluno		$\Sigma$ identificados
<p><b>A28</b></p> 	<p><i>A figura de barco ficou igual a de cima pois estavam alinhada igualmente ou seja na mesma linha geométrica</i></p>	<p><math>\Sigma\_prolong</math> (a imagem de uma figura (ou subfigura) por uma simetria de reflexão é construída na direção dada pelo prolongamento de um segmento desta figura)</p> <p><math>\Sigma\_forma</math> (uma figura e a sua imagem por simetria de reflexão têm a mesma forma (ex: o simétrico de um segmento é um segmento)</p> <p><math>\Sigma\_tamanho</math> (o simétrico de um segmento é um segmento do mesmo comprimento)</p> <p><math>\Sigma semi\_plano</math></p> <p><math>\Sigma mesmo\_sentido</math> (uma figura e a sua simétrica têm o mesmo sentido)</p>
<p><b>A30</b></p> 	<p><i>Eu construí o simétrico da figura vermelha acima da reta R porque eu acho que o simétrico é o contrário da figura.</i></p>	<p><math>\Sigma\_forma</math></p> <p><math>\Sigma\_tamanho</math></p> <p><math>\Sigma sentido\_inverso</math></p> <p><math>\Sigma semi\_plano</math></p>
<p><b>A33</b></p> 	<p><i>A figura simétrica existente acima da linha R: existe porque é como se existisse um espelho ai ela está refletindo</i></p>	<p><math>\Sigma\_prolong</math></p> <p><math>\Sigma\_forma</math></p> <p><math>\Sigma\_tamanho</math></p> <p><math>\Sigma semi\_plano</math></p> <p><math>\Sigma sentido\_inverso</math></p>

Quadro 2. Problema barco: exemplos de construção e explicação dadas e controles identificados

Como se pode verificar, no *Quadro 2*, as explicações dos alunos que construíram as imagens da figura dada de maneira incorreta utilizaram, quase sempre, o mesmo tipo de argumento. Sendo assim, os controles identificados em função das explicações dos alunos são muito próximos dos identificados na construção das figuras corretas.

Um dos aspectos que chama a atenção nesta análise é quanto à conservação da igualdade de distância entre os pontos das figuras objeto e imagem e o eixo de simetria. Havíamos feito a hipótese que o fato da figura ter sido dada sobre papel quadriculado favoreceria a utilização do procedimento de contagem, influenciando de maneira mais efetiva as respostas dos alunos e, conseqüentemente, as concepções por eles mobilizadas, no entanto, os resultados não confirmam essa hipótese. O mesmo se observa em relação à conservação da forma da figura e do comprimento dos segmentos. Cerca de um terço dos alunos desenha uma figura diferente da figura do barco fornecida no problema. Esse resultado indica que, mesmo utilizando o papel quadriculado, os alunos desenharam a figura utilizando um procedimento global, sem observar as propriedades de conservação pela simetria de reflexão (igualdade dos pontos, alinhamento dos pontos, medida dos ângulos...).

Essa breve análise mostra que a caracterização da concepção de um sujeito sobre um dado conhecimento é uma tarefa bastante complexa. Isso justifica a nossa decisão de caracterizarmos, apenas, alguns elementos das concepções dos alunos, à luz do quadro teórico de referência. Por fim, vale destacar, também, a referência ao reflexo na água, bem como à dobradura da folha, embora esta não fora, de fato, efetivada. Esses argumentos indicam que os alunos podem ter mobilizados os seguintes controles:  $\Sigma_{dobradura\_1}$  (uma figura e o seu simétrico sobrepõem-se por dobradura ao longo do eixo simetria) e  $\Sigma_{sentido\_inverso}$  (ao longo do eixo de simetria dado).

### Discussão dos resultados

Esta pesquisa teve por objetivo identificar elementos de concepção de alunos do nono ano (oitava série) do ensino fundamental, em relação à noção (ou conceito) de simetria de reflexão. Para isso, apoiamos-nos em outros estudos como o de Grenier (1988) e Lima (2006). Como forma de dar continuidade à pesquisa realizada por Lima, estudamos a simetria do ponto de vista do ensino básico no Brasil. Este contexto é diferente dos trabalhos precedentes que foram realizados na França, buscamos responder a seguinte questão: “*Que concepção ou elementos de concepção o aluno do ensino fundamental mobiliza quando resolve um problema de simetria de reflexão?*”

As produções dos alunos foram analisadas a partir da relação entre os problemas propostos para resolução, os índices de acertos e os controles mobilizados pelos alunos para resolução dos problemas. Esses aspectos foram analisados à luz das variáveis didáticas que poderiam influenciar na concepção do aluno sobre simetria de reflexão.

Na elaboração deste artigo, escolhemos um dos problemas propostos aos alunos. Os resultados mostraram que os alunos se sentiram mais à vontade para desenhar a figura em posições diferentes, sem que a concepção mobilizada entrasse em conflito com a posição culturalmente estabelecida, como no caso da figura barco. Esse resultado coloca em evidência a relação que existe entre o problema, descrito em termos de variáveis didáticas e valores a elas atribuídos, e a concepção mobilizada pelo aluno na sua resolução (LIMA, 2006).

Os problemas de construção apresentaram menor índice de acerto do que os de reconhecimento. Isso comprova os resultados apresentados por Siqueira & Gitirana (2000), em seu estudo sobre a simetria de reflexão axial, no qual os alunos tiveram dificuldade para construir a imagem das figuras. Em relação aos controles mobilizados erroneamente pelos alunos na resolução dos problemas de construção, pode-se citar a recorrência dos controles  $\Sigma_{rotação}$  (A imagem de uma figura pela simetria de reflexão é obtida por uma rotação de F em torno de um

ponto e de um ângulo escolhidos) e  $\Sigma$  *translação* ( A imagem de uma figura F por simetria de reflexão é obtida por uma translação de F numa direção escolhida). O mesmo fato aconteceu no estudo realizado por Siqueira & Gitirana (2000), em que foi constatada, em diversas situações, a troca pelos alunos entre a simetria de reflexão e a translação ou rotação. Quanto aos controles mobilizados, pode-se observar que o controle  $\Sigma$  *sentido inverso* foi mobilizado tanto pelos alunos que acertaram, quanto pelos que erraram. Já os controles de  $\Sigma$  *forma* e  $\Sigma$  *tamanho* foram mobilizados em todos os problemas.

### Conclusões e perspectivas de pesquisa

A pesquisa confirma resultados de estudos precedentes como, por exemplo, a constatação de que os alunos mobilizam controles ligados à direção vertical e horizontal, independentemente, da orientação do eixo, exceto nos problemas de reconhecimento. Controles ligados à conservação da forma e tamanho das figuras também foram bastante mobilizados pelos alunos, demonstrando indícios de que as respostas estão baseadas na visualização das figuras.

A variável didática “orientação do eixo de simetria” parece ter influenciado na mobilização dos controles pelos alunos, independentemente, da natureza e da complexidade da figura.

Percebemos, também, a necessidade de organizar um novo dispositivo experimental, a fim de se ter acesso aos outros elementos da concepção, r (operadores) e l (sistemas de representação), segundo o modelo de referência. Para isso, será necessária a proposição de um novo instrumento de coleta de dados, utilizando-se de recursos que permitam o acesso a esses elementos.

### Referências

- Alves, D. S. & Gitirana, V. G. F. (2005). *Simetria axial: uma seqüência didática para alunos da 6ª série com o uso de software de geometria dinâmica*. Recife: UFPE.
- Araújo, A. J. & Gitirana, V. G. F. (2000). Simetria de Rotação: uma seqüência didática com o Cabri-Géomètre. In: 23a. ANPED - Reunião Nacional de Pesquisadores em Educação, Caxambu: ANPED, 1-16.
- Artigue, M. (1992). Didactic Engineering. In: DOUADY, Régine; MERCIER, Alain (ed.). *Research in Didactic of Mathematics*. Grenoble: Editions La Pensee Sauvage, 41- 65.
- Balacheff, N. & Margolinas, C. (2005). cKç Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In Mercier A. & Margolinas C. (Ed.), *Balises en Didactiques des Mathématiques*, p. 75 – 106. Grenoble : La Pensée Sauvage – Éditions.
- Balacheff, N. (1995). Conception, Connaissance et Concept. *Didactique et Technologies Cognitives en Mathématiques - Séminaires 1994-1995*. Grenoble: Université Joseph Fourier.
- Balacheff, N. Conception, propriété du sujet/milieu. In: Noirfalise R., Perrin-Glorian M.-J. (ed.) *Actes de la VII<sup>o</sup> Ecole d'été de didactique des mathématiques* (pp.215-229). Clermont-Ferrand: IREM de Clermont-Ferrand, 1995.
- Brasil. Ministério da Educação. *Guia de livros didáticos PNLD 2008 (2008): Matemática/Ministério da Educação*. — Brasília: MEC, 2007. 148 p. — (Anos Finais do Ensino Fundamental)
- Brasil. (1998) Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, ensino de quinta a oitava séries*. Brasília: MEC/SEF.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, [Textes rassemblés et préparés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, V. Warfield], Grenoble : La Pensée Sauvage - Éditions, coll.

Recherches en Didactique des Mathématiques.

- Cerqueira, A. P. F. (2005). *Isometrias: Análise de documentos curriculares e uma proposta de situações de aprendizagem para o ensino médio*. Mestrado profissional, São Paulo: PUC-SP.
- Gaudin, N. (2005). *Place de la validation dans la conceptualisation, le cas du concept de fonction*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.
- Grenier, D. & Laborde, C. (1987). *Transformations géométriques : le cas de la symétrie orthogonale*. In *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques*. Actes du Colloque de Sèvres. Grenoble: La Pensée Sauvage – Éditions.
- Grenier, D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Thèse d'Université. LSD2-IMAG, Université Joseph Fourier.
- Hart, K. M. (1981) *Children's understanding of mathematics: Alden Press, Oxford, London, 11-16*.
- Laborde, J. & Bellemain, F. G. (1994). *Cabri-geometry II*. Dallas: Texas Instruments.
- Lima, I. (2008). Concepções de alunos do Ensino Fundamental na resolução de problemas de simetria de reflexão. In: *II Jornada Nacional de Educação Matemática, 2008, Passo Fundo*. Educação Matemática na Atualidade. Passo Fundo: Editora da UPF, 2008, 1-12.
- Lima, I. (2006). *De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs: étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale*. Thèse d'Université, Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Mega, E. (2001). *Ensino/aprendizagem da rotação na 5ª série: um estudo comparativo em relação ao material utilizado*. Dissertação de Mestrado, São Paulo: PUC-SP.
- Miyakawa, T. (2005). *Une étude du rapport entre connaissance et preuve : le cas de La notion de symétrie orthogonale*. Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier – Grenoble 1.
- Siqueira, J. E. & Gitirana, V. *Explorando a Simetria de Reflexão: uma sequência didática no Cabri-Géomètre*. 2000. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Licenciatura Em Matemática) - Universidade Federal de Pernambuco. Orientador: Verônica Gitirana Gomes Ferreira.
- Tahri, S. *Modélisation de l'interaction didactique: un tuteur hybride sur CABRIGÉOMÈTRE pour l'analyse de décisions didactiques*. Thèse d'Université, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1993.
- Vaz, R. *O uso das isometrias do software Cabri-Géomètre como recurso no processo de prova e demonstração*. Dissertação de mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2004.
- Vergnaud, G. La Théorie des Champs Conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 10, n°2.3. 1990. p. 133-170.