http://dx.doi.org/10.23925/2237-9657.2023.v12i2p089-109

Interação colaborativa e ampliação de horizontes culturais como pressupostos formativos para um curso de GeoGebra

Collaborative interaction and broadening of cultural horizon as formative assumptions for a GeoGebra course

GUILHERME FRANCISCO FERREIRA[1]

https://orcid.org/0000-0002-7292-2405

RESUMO

Este artigo apresenta e analisa uma experiência formativa ocorrida em uma das edições de um curso de GeoGebra online. A situação em questão é relevante por permitir exemplificar e enfatizar a proposta de formação idealizada pela equipe formadora ao colocar em movimento os pressupostos teóricos adotados para o curso. Para isso, apresentamos brevemente o curso de GeoGebra, depois indicamos noções do Modelo dos Campos Semânticos que orientam as escolhas da equipe formadora e as análises da situação destacada. Nos resultados, apontamos a importância da interação colaborativa para a efetivação das aprendizagens idealizadas para o curso. Também destacamos as diferentes enunciações para um mesmo objeto em discussão, o teorema de Pitágoras, e a inseparabilidade entre conhecimentos matemáticos e tecnológicos sobre o GeoGebra nas enunciações dos cursistas. Por fim, reforçamos a necessidade de analisarmos situações como a apresentada neste estudo desde uma perspectiva apartada do determinismo tecnológico, apontando a noção de agenciamentos sociotécnicos como possibilidade teórica de análise.

Palavras-chave: *Interação Colaborativa; Agenciamentos Sociotécnicos; Modelo dos Campos Semânticos; Ampliação de horizontes culturais.*

ABSTRACT

This paper presents an analysis of a formative experience that occurred in an online GeoGebra course. The example discussed in this paper is relevant as it illustrates and underscores the foundational premise on which the course is based. In this paper, we provide a brief introduction to the GeoGebra course and discuss key concepts from the Model of Semantic Fields that influence formative decisions for the course, along with the analysis conducted in this study. In the results, we emphasize the significance of collaborative interaction for the effectiveness of the designed learning process. We also highlight various perspectives on the Pythagorean theorem, the subject of discussion, and the interconnectedness of mathematical and technological knowledge using GeoGebra, as expressed in students' statements. Lastly, we

[1] Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", campus de Bauru/SP (UNESP/Bauru) – gf.ferreira@unesp.br

stress the importance of analyzing the scenarios presented in this paper from a standpoint detached from technological determinism. We introduce the notion of sociotechnical agency as a theoretical avenue for this purpose.

Keywords: *Collaborative Interaction; Sociotechnical agency; Model of Semantic Fields; Broadening of cultural horizon.*

Introdução

O objetivo deste texto é apresentar e analisar uma experiência formativa que, em nossa perspectiva, exemplifica muito bem a proposta de formação proposta por nós[2] para o Curso de GeoGebra que coordenamos. A partir de algumas considerações sobre os pressupostos adotados para o curso pela equipe formadora, analisamos uma tarefa na qual houve inserções de diferentes cursistas e professores e denota o estabelecimento de interações colaborativas. As análises foram realizadas à luz das noções do Modelo dos Campos Semânticos, teorização sobre a qual repousam os pressupostos formativos para o curso, e enfatizam aspectos de interação e da produção de conhecimento no espaço online de aprendizagem do curso.

O Curso de GeoGebra é um curso de extensão e difusão de conhecimentos na modalidade à distância, gratuito, oferecido pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) e pela Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT) com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso (FAPEMAT). Ele tem como público-alvo estudantes de graduação em Matemática, pós-graduação em Matemática, Ensino de Matemática ou Educação Matemática e professores de Matemática de todos os níveis de ensino e visa “possibilitar a produção de conhecimentos sobre o *software* e fomentar discussões tematizando a Educação Matemática” (DANTAS; LINS, 2017, p. 4).

Minha história no curso iniciou no ano de 2012, em sua 2ª edição. A partir dela passei a integrar a equipe formadora exercendo o papel de moderador, cujo objetivo era mobilizar discussões nos fóruns de tarefa e acompanhar o desenvolvimento dos cursistas ao longo dos módulos, função que exerci até a 5ª edição. Nas seguintes passei a coordenar a proposta junto ao Sérgio Carrazedo Dantas, participando mais diretamente das decisões relacionadas ao funcionamento do curso, desde a elaboração dos materiais para os cursistas até decisões estruturais do projeto como a elaboração e manutenção de um site (ogeogebra.com.br), seleção e acompanhamento dos professores voluntários das edições, proposição de tarefas e orientação dos cursistas. As considerações desenvolvidas neste artigo decorrem dessa experiência na promoção do Curso de GeoGebra.

[2] A opção pela escrita na primeira pessoa do plural se deve ao fato de o curso ser coordenado por mim em colaboração com mais três, Aroldo Eduardo Athias Rodrigues, Sérgio Carrazedo Dantas e William Gonçalves Vieira.

Durante a escrita deste texto a 21ª edição estava em fase de desenvolvimento. Desde a 9ª edição ele é organizado em oito módulo semanais nos quais os cursistas têm acesso a videoaulas e materiais escritos elaborados pela equipe formadora e a espaços destinados à interação: os fóruns-tarefa e o fórum de temática livre, que nomeamos de Sala de Café. A cada módulo os cursistas devem realizar uma tarefa que é composta por duas dimensões: uma individual e outra coletiva. A dimensão individual corresponde ao estudo pessoal do cursista a partir dos materiais e do enunciado da tarefa do módulo. Nela os cursistas são orientados a postarem um arquivo feito por eles no GeoGebra junto com a descrição dos passos de sua construção e de uma proposta de uso do arquivo em sala de aula ou no estudo pessoal. Nesta etapa eles são motivados a abordarem os conteúdos trabalhados pelos materiais do curso ao longo do módulo vigente.

Já a dimensão coletiva corresponde à interação do cursista na tarefa de, pelo menos, outros dois cursistas. Nesta etapa incentivamos a elaboração de perguntas, sugestões de acréscimos e modificações nas propostas de outros cursistas. Além disso, os cursistas também devem responder aos comentários feitos em suas postagens, visando à promoção das interações ao longo do curso. É importante destacar que certificamos os cursistas de acordo com a quantidade de tarefas realizadas, portanto elas são necessárias para a carga horária final em que serão certificados.

Como indicamos em Dantas, Ferreira e Paulo (2016), entendemos que a aprendizagem dos cursistas se dá na medida em que eles se envolvem em situações abrangendo:

> [...] a comunicação com outros cursistas como oportunidade de compartilhamento de diferenças e de interlocutores; o planejamento e execução de ações individuais levando em conta as ações de outros cursistas com vista a obter suas produções e, também, poder compartilhar com os demais; a realização de atividades e a reflexão sobre ações coletivas que tragam aos cursistas novas necessidades e exijam dos mesmos novos modos de ação (p. 225).

Na próxima seção apresentamos em mais detalhes algumas noções que orientam os pressupostos do curso e dão sentido à concepção de aprendizagem indicada acima. Para mais informações sobre o histórico e o desenvolvimento do Curso de GeoGebra, recomendo a leitura de Dantas (2016).

1. Pressupostos formativos para o curso

Como indicado, os pressupostos orientadores do Curso de GeoGebra repousam sobre o Modelo dos Campos Semânticos (MCS), um modelo epistemológico proposto por Romulo Lins e desenvolvido há cerca de 30 anos em diversos trabalhos da área da Educação Matemática. Além de orientarem a definição de vários aspectos do curso, algumas noções do MCS também serão mobilizadas na análise das interações apresentadas na sequência deste texto.

A noção de conhecimento é a primeira a ser destacada, pois decorrem dela várias outras noções do MCS. Segundo Lins, conhecimento "consiste em uma crença-afirmação (o sujeito enuncia algo em que acredita) junto com uma justificação (aquilo que o sujeito entende como lhe autorizando a dizer o que diz)" (LINS, 2012, p. 12). Do modo como é proposta, a produção de conhecimento pressupõe enunciações (crença-afirmação) que são realizadas por um sujeito devido a algo que, ele acredita, o autoriza a fazê-las (justificação). Isso coloca como pressuposto para o curso a necessidade de estabelecer espaços nos quais os cursistas se sintam convidados a produzir enunciações e, assim, produzam conhecimento. As enunciações dos cursistas podem se constituir enquanto objeto da enunciação de outros cursistas e este processo interativo possibilita a produção de novos conhecimentos, ou seja, novas crenças-afirmações com justificações específicas. Diante dessas considerações, faz-se necessário indicar nossa compreensão do processo interativo que pode ser evidenciado pela comunicação entre sujeitos.

Ao produzir enunciações um sujeito o faz em uma direção específica, indicada segundo o MCS como direção de interlocução. Lins afirma, "quando falo na direção de um interlocutor é porque acredito que este interlocutor diria o que estou dizendo e aceitaria/adotaria a justificação que me autoriza a dizer o que estou dizendo" (2012, p. 19). Assim, a enunciação é feita em uma direção considerada plausível para quem a faz de modo que o interlocutor não coincide com outra pessoa, mas é um ser cognitivo, uma direção de enunciação.

Isso implica que o processo comunicativo segundo o MCS não corresponde a sujeitos enunciando um na direção do outro, mas a sujeitos que enunciam em uma mesma direção. Ao ocorrer o compartilhamento de direções há a constituição do que entendemos por espaço comunicativo (LINS, 2012).

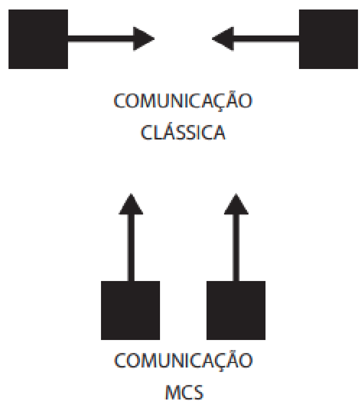


FIGURA 1: Comunicação segundo o MCS
FONTE: Lins (2012, p. 24)

O modo como comunicação é concebida segundo o MCS é importante para o pressuposto de interação para o Curso de GeoGebra. Nos processos interativos podem ser evidenciadas diferentes direções de interlocução para um mesmo assunto em discussão e elas podem representar a possibilidade de modificação e ampliação nas direções já tomadas como legítimas por parte dos cursistas. Ao tratar de determinado comando no GeoGebra, por exemplo, dois cursistas podem ter perspectivas distintas em relação às suas possibilidades e formas de uso na construção de um objeto útil à prática na sala de aula. Essas distinções em suas concepções, se evidenciadas em um contexto formativo no qual a possibilidade de compartilhamento destas *diferenças* seja privilegiada, pode resultar na ampliação do repertório de uso do GeoGebra para eles. Nesse sentido, da perspectiva do MCS a interação é tomada como possibilidade para a emergência de *diferenças* nos modos de produção de significados que são, por sua vez, entendidas como possibilidades para a ampliação das direções de interlocução.

No âmbito formativo, as diferenças que interessam são aquelas decorrentes da interação entre sujeitos que mobilizam modos distintos de produção de conhecimento, ou seja, suas direções de interlocução específicas, suas crenças-afirmações e justificações. Ao enunciar cada um em uma direção específica, pode ser que fiquem evidentes diferenças nas enunciações de cada sujeito, não apenas em suas crenças-afirmações (aquilo que eles efetivamente dizem) mas, também, nas justificações. Como aponta Lins (2008), essas diferenças são concebidas como oportunidades para o aprendizado, para a ampliação das direções nas quais se enuncia, nos modos de produção de conhecimento.

Em vista disso, um tipo específico de interação que buscamos fomentar no curso é a *interação colaborativa*. Em Dantas, Ferreira e Paulo (2016) fundamentamos a interação colaborativa na conceituação de atividade como proposta por Leontiev (1978). Segundo o autor, uma atividade é caracterizada por três elementos estruturantes: necessidade, objeto e motivo. A necessidade se constitui como o que regula e dirige a atividade, seu princípio. O objeto é o propósito, o objetivo, aquilo que satisfaz a necessidade. E o motivo é o que articula uma necessidade a um objeto e impulsiona a atividade.

> A primeira condição de toda a atividade é uma necessidade. Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma atividade, pois é apenas no objeto da atividade que ela encontra sua determinação: deve, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objeto (se "objetiva" nele), o dito objeto torna-se motivo da atividade, aquilo que o estimula (LEONTIEV, 1978, p. 107).

Diante dessas considerações sobre a noção de atividade e ao modo como compreendemos a interação a partir do MCS, consideramos a interação colaborativa como aquela na qual haja o compartilhamento de motivos e de direções de interlocução.

É devido a essas concepções de interação colaborativa e do papel da diferença no processo interativo que, como já indicado, organizamos as tarefas do curso em duas dimensões distintas: a individual e a coletiva. A dimensão individual deverá ser o momento no qual o cursista coloca em movimento suas próprias concepções sobre o GeoGebra a partir do enunciado da tarefa e dos materiais (vídeos e material-escrito) do módulo em questão, mobilizando direções já legítimas para si próprio. Já a dimensão coletiva visa à ampliação dessas direções por meio da interação com os demais cursistas e professores.

> A tarefa proposta via enunciado [...] torna-se uma atividade para o cursista quando, durante a realização da dimensão individual do trabalho, suas ações têm como motivo atender a uma demanda apontada pela atividade de ensino proposta pelos formadores. No segundo momento, durante a realização do trabalho na dimensão coletiva, os motivos individuais, ou seja, o que leva um cursista a constituir um arquivo e postar no fórum, passam a ser motivos compartilhados pelos integrantes do grupo que interagem com ele em sua postagem quando fazem inserções na tentativa de falarem em uma mesma direção que o autor da postagem. A esse trabalho conjunto em que os cursistas em processos de interação compartilham interlocutores e motivos, chamamos de interação colaborativa (DANTAS; FERREIRA; PAULO, 2016, p. 227).

A partir disso, nossa concepção é de que a equipe formadora deve promover a possibilidade de uma aprendizagem sistematizada, por meio das videoaulas, materiais-escritos e tarefas em espaços nos quais a interação seja fomentada. Dada nossa compreensão sobre a aprendizagem dos cursistas decorrer de sua inserção em diferentes atividades ao longo do curso, nas quais possam refletir sobre seus próprios conhecimentos a partir de suas necessidades de aprendizagem e das necessidades decorrentes da interação com outros cursistas,

> Nossa proposta é que o cursista se integre a essa comunidade, que se auto-organiza a cada módulo, e que se disponha a interagir e a colaborar com seus pares, compreendendo essa forma de organização como necessária para a produção de novos conhecimentos matemáticos, conhecimentos sobre recursos tecnológicos e construções úteis à sala de aula (DANTAS; LINS, 2017, p. 33).

O resultado deste processo formativo é o que entendemos como ampliação dos horizontes culturais: o aumento do repertório de direções de interlocução possíveis por parte dos cursistas que é, na perspectiva do MCS, a ampliação dos modos de se produzir conhecimento.

Na próxima seção apresentamos um exemplo de interação ocorrido em uma das edições do curso e a analisamos à luz dos pressupostos formativos já apresentados e de algumas noções do MCS. Com esta análise evidenciaremos o pretendido por nós em termos da formação promovida ao longo do curso.

2. Interação no fórum do curso

A interação destacada a seguir ocorreu no fórum-tarefa do módulo 1 de uma das edições do Curso de GeoGebra[3].

Tradicionalmente, a tarefa do módulo 1 é sempre bem aberta, ou seja, o cursista tem liberdade para escolher o que abordar em sua postagem, tendo em vista que ainda estão iniciando no curso e podem não estar familiarizados com as ferramentas e comandos do GeoGebra. Contudo, a partir das postagens destacadas, será evidenciado que as possibilidades de interação oferecidas pelo curso permitem a ampliação das discussões para direções que não haviam sido consideradas pela equipe formadora, tanto em relação ao GeoGebra quanto a outros aspectos, como a matemática.

A tarefa teve o seguinte enunciado:

[3] Optei por não indicar a edição nem o nome dos envolvidos nas interações a fim de manter a confidencialidade dos sujeitos cujas postagens serão destacadas.

A tarefa deste módulo deve ser realizada em duas partes:

Parte 1

Realizar uma construção a partir dos tópicos abordados no Módulo 1 e que você utilizaria em uma situação de sala de aula. Em seguida, poste neste fórum com uma descrição de como utilizaria essa construção em sala de aula.

Parte 2

Analisar e comentar a construção postada por no mínimo dois colegas, sugerindo acréscimos, mudanças ou outros usos.

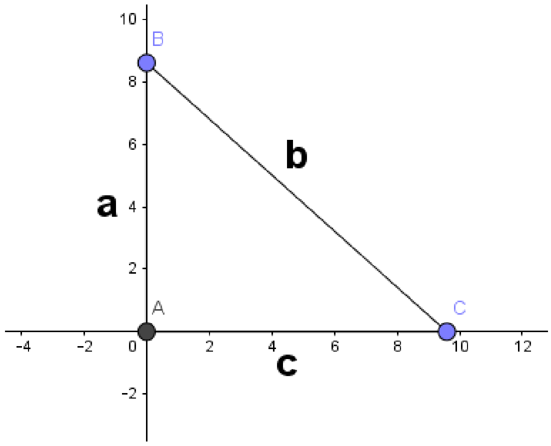
FIGURA 2: Enunciado da tarefa
FONTE: Curso de GeoGebra

A partir deste enunciado, deram-se as postagens e interações destacadas a seguir:

Título – Visualização gráfica/algébrica do teorema de Pitágoras

Autor – Carlos

Minha ideia é utilizar essas ferramentas básicas do GeoGebra para uma demonstração gráfica do Teorema de Pitágoras, fazendo testes numéricos a partir das medidas geradas pelo programa.



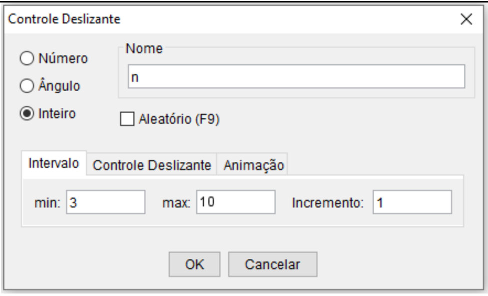
Autor – Antônio

Oi, Carlos. Tendo em vista sua proposta, você poderia construir polígonos nos lados do seu triângulo e medir a área deles para que os alunos observem a relação $a^2=b^2+c^2$, o que acha?

Autor – Carlos

Ok, Antônio, de fato uma ótima ideia a de construir polígonos (no caso, quadrados) em cada uma das faces do triângulo ABC, e então demonstrar que a área do quadrado correspondente ao lado b é igual à soma dos respectivos quadrados correspondentes aos lados a e c. Fiz um novo arquivo com sua sugestão, usando a ferramenta Polígono Regular:

e na Janela de Álgebra já é possível ver que aparecem os polígonos 1, 2 e 3; e que a área de 1 é igual à soma das áreas de 2 e 3.
Autor – Antônio
Legal, Carlos. Gostei da nova construção. Acho que poderíamos dar um jeito de destacar esses valores na Janela de Visualização e não precisemos ficar somando os valores das áreas dos polígonos 2 e 3 para verificar se sua soma é igual a área do polígono 1. Pensei em mais uma coisa que poderíamos explorar, será que podemos verificar a relação $a^2=b^2+c^2$ a partir de qualquer polígono desenhado nos lados do triângulo ou será que essa relação serve apenas para quadrados? Acho que poderíamos controlar a quantidade de lados dos polígonos a partir de um controle deslizante para verificarmos se a relação ainda se mantém. Sabe como fazer?
Autor – Carlos
Então, Antônio, fiz alguns ajustes: inseri Nome&Valor nos rótulos dos polígonos, tornando mais clara a relação. E observei que selecionando os pontos B e C e movimentando-os, manualmente, sobre os eixos, podemos demonstrar que as áreas dos polígonos variam, mas mantêm a relação entre si. Já sobre usar os Controles Deslizantes para fazer variar o número de lados dos polígonos, vou trabalhar um pouco sobre isso. Numa primeira olhada, não me foi tão trivial realizá-lo.
Autor – Antônio
Carlos, há uma função de texto no GeoGebra. Acho que ela pode ajudar a exibir os valores com mais nitidez na Janela de Visualização.
Autor – Carlos
Ah, sim, Antônio. Muito bom isso. Até tinha quebrado a cabeça tentando melhorar o valor que coloquei no interior do polígono, mas percebi que ele estava vinculado ao próprio polígono, e não conseguia então dar destaque, sempre se confundem. Da forma como você sugeriu, temos uma gama de alternativas para formatar como for mais adequado, caso a caso. Valeu!
Autor – Antônio
Carlos, em relação aos controles deslizantes, vou falar sobre como podemos usá-los para obter polígonos regulares. Com a ferramenta selecionada, você clica em algum lugar da Janela de Visualização e o GeoGebra abrirá uma janela como a da imagem abaixo, na qual você deve determinar os parâmetros do controle deslizante. Eu selecionei a opção Inteiros, nomeei o controle deslizante como "n", determinei o intervalo de 3 a 10 e incremento 1.



Isso faz com que o controle deslizante seja criado. Depois disso, selecionei a ferramenta "Polígono Regular", a mesma que você usou em sua construção, cliquei em dois pontos quaisquer da Janela de Visualização e determinei que a quantidade de lados do meu polígono seria "n", o nome do meu controle deslizante. Ou seja, altero a quantidade de lados do polígono conforme modifico o valor do controle deslizante. Em anexo um arquivo que fiz no GeoGebra no qual explorei a relação entre controle deslizante e polígonos regulares. Tente usar essas dicas para vermos se a relação $a^2=b^2+c^2$ serve para qualquer polígono regular. Acho que nossa conversa está interessante!

Autor – Carlos

Caramba! Consegui construir os polígonos dependentes do controle deslizante que determina o número de lados dos polígonos associados aos lados do triângulo retângulo.

Tenho que confessar que fiquei surpreso. A propriedade $a^2=b^2+c^2$ vale para quaisquer polígonos regulares. Nunca me ocorreu isso, sempre estive fixado no caso do quadrado. No arquivo que envio, n=número de lados do polígono, e S=soma de B+C. Podemos comparar o valor de S (que está na janela de álgebra e usei para definir o texto em verde) diretamente com o valor de A. Os valores A, B e C são as áreas dos polígonos associados.

Segue o anexo dessa nova construção. Obrigado pelas dicas, Antônio.

Link para a construção de Carlos: *https://www.geogebra.org/m/yvqrqexj*

Autor – Agnaldo

Realmente essa sua descoberta sobre o teorema de Pitágoras é surpreendente para a maioria de nós que em geral só a discute em sala de aula considerando os quadrados. Gostaria de sugerir um vídeo para colaborar com esta discussão e provocar talvez mais surpresas. No link a seguir, esta e outras "descobertas" são discutidas pelo professor Eduardo Wagner, do IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada): https://youtu.be/Fb8geqFmxFU

Caso não queira ou possa ver todo o vídeo, sugiro que assista ao menos a partir de 57 minutos.

Quadro 1. Interação no Curso de GeoGebra

3. Considerações a partir da situação exemplificada

Um primeiro aspecto a ser destacado nesses excertos é a evidência do que indicamos como *interação colaborativa*. Ao realizar sua postagem, enviando um arquivo do GeoGebra e destacando os passos efetivados na sua construção[4], Carlos visou atender às demandas próprias do enunciado da tarefa do curso: postar um arquivo com uma descrição de como o utilizaria em sala de aula. Neste primeiro movimento a atividade do cursista é direcionada a enunciar numa direção que acreditou ser legítima dado seu entendimento sobre a tarefa do curso. Com isso, é possível dizer que ele visou atender às demandas da equipe formadora. Contudo, publicizar a construção e os objetivos para ela no fórum de discussão dispararam demandas de produção de significados por parte de professores e cursistas do fórum que tomaram como "suas" as necessidades demandadas a partir da postagem realizada por Carlos.

Isso é evidenciado nas contribuições do professor Antônio visando aprimorar a construção de Carlos a partir do seu objetivo para a proposta. Como disse o cursista:

> *Minha ideia é utilizar essas ferramentas básicas do GeoGebra para uma demonstração gráfica do Teorema de Pitágoras, fazendo testes numéricos a partir das medidas geradas pelo programa (Carlos).*

Nesse contexto há contribuições na direção de modificações visuais do arquivo, visando destacar elementos importantes para a proposta da atividade e são realizadas discussões de caráter técnico do GeoGebra ao serem abordados o uso de ferramentas como Polígono Regular, Texto e Controles Deslizantes.

Além disso, há aspectos relacionados à ampliação da proposta inicial de Carlos, visando à generalização da proposição acerca da verificação do teorema a partir da construção de quadrados sobre os lados de um triângulo retângulo. Desse segundo aspecto da discussão participaram legitimidades relacionadas ao conhecimento matemático do cursista e do professor sobre o teorema em discussão e à possibilidade de generalização do resultado produzido pelo cursista. A princípio, esta última possibilidade era vislumbrada apenas no horizonte cultural do professor, mas ainda não era plausível, ou sequer possível, para Carlos.

Além da interação entre Carlos e o professor Antônio, a resposta do professor Agnaldo e de outros cursistas, apresentadas a seguir, caminharam na direção de desenvolver a proposta inicial de Carlos. No vídeo indicado por Agnaldo há, entre outras discussões, a demonstração da generalização do teorema de Pitágoras para quaisquer figuras semelhantes desenhadas sobre os lados de um

[4] Este trecho da postagem foi omitido devido ao espaço que ocuparia no corpo do texto.

triângulo retângulo[5]. Já a cursista Amanda se introduz na discussão acerca da distinção entre "demonstração" e "verificação". Ela disponibiliza um arquivo no qual, segundo sua perspectiva, seria apresentada uma demonstração do teorema de Pitágoras ao passo que a construção de Carlos permitiria fazer apenas "verificação".

Autora – Amanda
Olá, Carlos. Como colocado pelo moderador Agnaldo, sua construção permite fazer uma verificação. Para uma demonstração (das muitas que existem), pode-se fazer a seguinte construção (arquivo anexo): - Desenhe um quadrado ABCD, fazendo: clicar em "Polígono Regular" (quinto item na barra de ferramentas), clicar em dois pontos quaisquer (cujo segmento será o lado do seu polígono), digitar 4 (número de lados do polígono); - Desenhe outro quadrado EFGH inscrito no primeiro, fazendo: clicar em "Polígono Regular", clicar num ponto sobre um lado do primeiro quadrado e em outro ponto no lado consecutivo ao primeiro quadrado (por exemplo, no lado AD e no lado AB), digitar 4[6]; - Destacar os triângulos formados AEF, BFG, CGH e DHE, fazendo: clicar em "Polígono", clicar nos três pontos que determinam cada triângulo (não se esqueça que para fechar o polígono é necessário, ao fim, clicar no ponto inicial). É possível notar que: - Os triângulos AEF, BFG, CGH e DHE são congruentes; - Com isso, o lado do polígono maior pode ser escrito como AB = AE + AF Segue que: A[7](ABCD) = A(DFEG) + A(AEF) + A(BFG) + A(CGH) + A(DHE) A(ABCD) = A(DFEG) + 4.A(AEF) (AE+AF)^2 = EF^2 + 4.(AF.AE)/2

[5] A partir do minuto 57 do vídeo, o professor Eduardo Wagner afirma: "O teorema que Pitágoras enunciou, dizia que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual a soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos. Mas não é preciso que essas três figuras sejam quadradas. Na verdade, podem ser figuras quaisquer desde que sejam semelhantes" e segue a aula com a demonstração desta afirmação. Disponível em:<https://youtu.be/Fb8geqFmxFU>. Acesso em: 18 dez. 2022.

[6] É importante destacar que, do modo como proposto pela cursista, não é possível garantir que o quadrado EFGH estará inscrito no quadrado ABCD, pois ao mover um dos pontos do quadrado EFGH os demais não permanecerão sobre os lados do quadrado ABCD. Uma possibilidade para isso seria construir o ponto E sobre um dos lados do quadrado ABCD (denominado como pol1) e construir o ponto F a partir da rotação de 90° do ponto E em relação ao centro de massa do quadrado ABCD. Estando o ponto E sobre o lado AD, o comando ficaria: F=Girar(E,90°,CentroDeGravidade(pol1)). Então seria possível construir um quadrado a partir dos pontos E e F com a ferramenta Polígono Regular.

[7] "A" se refere à área dos polígonos indicados entre parênteses.

AE^2 + 2.AE.AF + AF^2 = EF^2 + 2.AF.AE
AE^2 + AF^2 = EF^2
Como queríamos demonstrar.
Até mais

Quadro 2. Proposta da cursista Amanda

Na mesma direção dos comentários de Amanda e Agnaldo, o cursista Vinícius faz considerações sobre a generalização do teorema de Pitágoras.

> *Olá pessoal, tudo bem? Muito boa essa discussão. Na verdade, esse resultado já fora provado por Euclides em sua famosa obra, Os Elementos. O livro do Elon Lages Lima: Medida e Forma em Geometria, pgs. 26-27 (tem na net) traz um comentário sobre isso, que é devido a Proclus, comentador dos Elementos. Para demonstrar essa generalização, usa-se a teoria de semelhanças. Assim, se você construir o Mickey sobre os lados do triângulo, ainda valerá o teorema. Resultado fantástico e a atividade que vocês desenvolveram é ótima para explorá-lo. Abraço! (Vinícius).*

Esses excertos evidenciam processos de interação colaborativa na medida em que os interagentes na postagem constituíram para si uma atividade a partir da construção e da proposta inicial do Carlos, visando ampliar suas possibilidades. Ou seja, os trechos destacados indicam o fórum como um espaço no qual o motivo da atividade de Carlos – realizar uma construção para demonstrar o teorema de Pitágoras – foi compartilhado com outros cursistas e professores que produziram enunciações visando interagir na mesma direção proposta pelo cursista.

Enfatizar que as discussões constituíram interações colaborativas é importante para os pressupostos formativos orientadores do curso a partir das noções no MCS. Como indicado, a interação pode colocar em marcha processos de diferença entre as legitimidades daqueles que dela participam. Estes processos efetivados em espaços nos quais a colaboração entre os cursistas é enfatizada – os cursistas são incentivados a fazer questionamentos e propor modificações nas tarefas dos demais colegas e os professores são orientados a interagir de modo a contribuir com a proposta inicial dos cursistas – podem resultar na ampliação dos horizontes culturais dos participantes da interação, pois a dimensão colaborativa da interação pressupõe o compartilhamento de motivos e de direção de enunciação.

Assim, a *diferença* que poderia representar apenas a interdição da possibilidade da produção de novas enunciações ao denotar o não compartilhamento de legitimidades, numa interação colaborativa se estabelece enquanto dínamo para a produção de enunciações novas que se constituem a partir de legitimidades diferentes daquelas inicialmente constituintes dos horizontes culturais dos interagentes.

O outro aspecto sob o qual analisaremos o excerto destacado se refere à produção de conhecimento nele evidenciada, principalmente por parte do cursista Carlos. Ao se colocar em um processo de interação com um professor do curso, aberto às considerações que lhe eram indicadas, ele pode produzir um conhecimento genuinamente novo para si mesmo:

Caramba! Consegui construir os polígonos dependentes do controle deslizante que determina o número de lados dos polígonos associados aos lados do triângulo retângulo. Tenho que confessar que fiquei surpreso. A propriedade $a^2=b^2+c^2$ vale para quaisquer polígonos regulares. Nunca me ocorreu isso, sempre estive fixado no caso do quadrado (Carlos).

Esse caráter de surpresa também está presente na postagem de Ana, outra cursista que fez um comentário na tarefa de Carlos, evidenciando que a interação também resultou em um conhecimento novo para ela.

Caramba! Não sabia que dava para generalizar o teorema de Pitágoras. Show essa discussão! (Ana).

Considerando as proposições para o curso, a ênfase na interação se mostra relevante tendo em vista a busca de produção de conhecimentos a partir dos fóruns de tarefa. Além disso, tomando as noções do MCS é possível afirmar que esta interação resultou na ampliação dos horizontes culturais de Carlos e Ana, ou seja, a ampliação de suas possibilidades de enunciação – novas crenças-afirmações com novas justificações – em relação ao GeoGebra e ao teorema de Pitágoras. Esta é a formação idealmente proposta no curso e nos esforçamos para que ela aconteça também em direções que não foram problematizadas nos excertos trazidos, como a sala de aula de matemática e a utilização do GeoGebra na resolução de problemas.

Essas considerações caminham na direção enfatizada em outros trabalhos desenvolvidos por nós sobre o curso, como em Dantas e Matucheski:

> Os cursos voltados à formação de professores – sejam eles de conteúdo matemático, de conteúdo didático, técnico ou de qualquer outro conteúdo – devem oferecer, ao futuro professor e aos professores em atividade, a possibilidade de ampliação de horizontes quanto à Resolução de problemas e não somente uma preparação técnica em uma direção específica (DANTAS; MATUCHESKI, 2019, p. 604).

Ainda abordando a produção de conhecimento de Carlos, é importante enfatizar que sua afirmação sobre o teorema de Pitágoras valer para quaisquer polígonos regulares é influenciada pela dinâmica de interação estabelecida entre ele e o professor Antônio, como em trechos semelhantes ao destacado a seguir:

Tente usar essas dicas para vermos se a relação a²=b²+c² serve para qualquer polígono regular (Antônio).

Além disso, ela também resulta das concepções de Carlos sobre o que seria realizar uma "demonstração" em matemática e do modo como a construção final foi sendo elaborada, circunscrita, por exemplo, pela utilização das ferramentas Polígono Regular e Texto que permite exibir valores numéricos relacionados às áreas dos polígonos construídos sobre os lados de um triângulo retângulo a fim de verificar a igualdade entre suas áreas. Em outras palavras, significa dizer que suas justificações para a crença-afirmação acerca da generalização do teorema repousam sobre os aspectos mencionados.

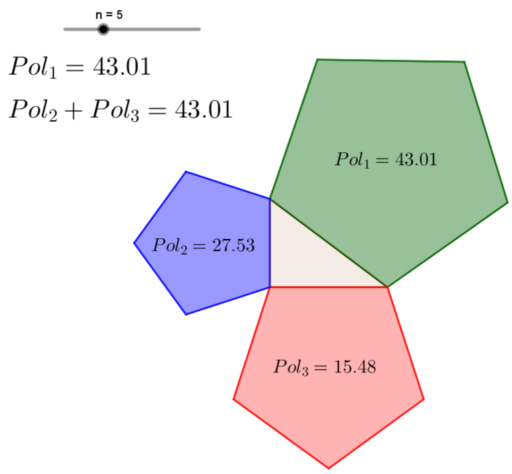


FIGURA 3: Exemplo da construção finalizada pelo Carlos
FONTE: adaptação da construção do Carlos

Isso evidencia que ao longo do processo de interação e de produção de conhecimento no qual Carlos foi envolvido não é possível separarmos a produção de conhecimento matemático da produção de conhecimento tecnológico sobre o GeoGebra, pois estes dois aspectos resultam na enunciação final de Carlos sobre a generalização do teorema de Pitágoras. Ou seja, a afirmação de que o teorema é válido para quaisquer polígonos regulares está pautada sobre o resultado produzido por ele na interação com o professor ao elaborar a construção no GeoGebra: a comparação das medidas de área dos polígonos construídos sobre os lados do triângulo retângulo.

Um caso semelhante a esse foi destacado por Dantas e Baldini (2018). Em sua análise da resolução de problemas com o GeoGebra os autores enfatizam que os conhecimentos matemáticos são mobilizados junto aos conhecimentos tecnológicos sobre o *software*, como as características de sua capacidade técnica, o modo de uso da interface, os comandos e suas sintaxes específicas. Assim, no processo de resolução os significados de um objeto matemático (ponto, reta, circunferência) se misturam às formas de representação daquele objeto pelo *software*.

Um movimento diferente deste é ressaltado no estranhamento apresentado pela cursista Amanda para a proposição de Carlos, de que ele buscava demonstrar o teorema de Pitágoras com a construção produzida. O processo de estranhamento é caracterizado pela situação na qual “exista de um lado aquele para quem uma coisa é natural [...] e de outro aquele para quem aquilo não pode ser dito. Esta é a característica fundamental deste processo [...]” (LINS, 2004, p. 116). Em nosso entendimento, a enunciação de Amanda para todo o processo de interação entre o Carlos e o professor Antônio e a construção do GeoGebra resultante dela denota um estranhamento, pois ela afirma:

> *Como colocado pelo moderador Agnaldo, sua construção permite fazer uma verificação. Para uma demonstração (das muitas que existem), pode-se fazer a seguinte construção (arquivo anexo) (Amanda).*

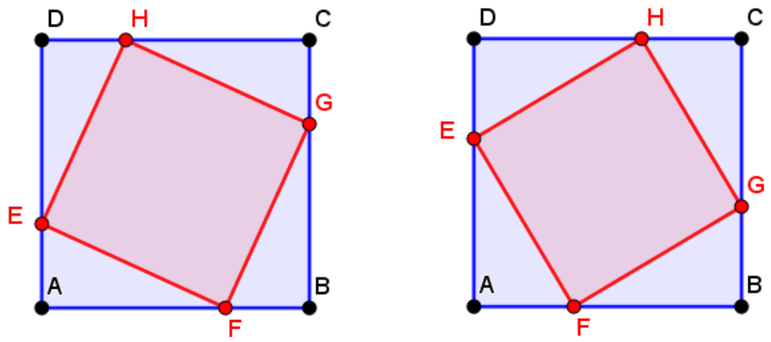


FIGURA 4: Adaptação da construção exemplificada pela cursista Amanda
FONTE: adaptação da construção de Amanda

Ou seja, o que foi tomado de modo naturalizado nas enunciações de Carlos e Antônio sobre demonstração, para ela “não poderia ser dito”, não era legítimo. É importante destacar a postagem do professor Agnaldo referida por Amanda:

> *Olá, Carlos! Em primeiro lugar felicito-o pela experimentação dos recursos e por manter uma discussão tão rica e produtiva com o Antônio. Considerando sua proposta e supondo que sua demonstração (a qual eu prefiro chamar de verificação) possa provocar discussões sobre a validade do teorema, eu lhe pergunto: Seria possível construir tais pontos sobre os eixos de modo que sua variação não apresentasse as diferenças (mesmo que pequenas) entre as "somas das áreas delimitadas pelos quadrados sobre os catetos" e a "área delimitada pelo quadrado sobre a hipotenusa"? (Agnaldo).*

Contudo, diferente da cursista, Agnaldo não buscava evidenciar um estranhamento em relação ao proposto por Carlos, mas queria problematizar as limitações do GeoGebra na representação de valores numéricos “muito pequenos” que exigem várias casas decimais para serem representados e, por isso, resultam em erros de aproximação. Isto é evidenciado em um segundo momento das interações do Agnaldo com o Carlos:

> *Preciso registrar que não fiz o comentário sobre “demonstração ou verificação” no sentido de corrigi-lo. [...] Na "verdade" (afff), até admito que contextualmente, eu diria que sua primeira proposta me serve como demonstração. O que me importa é a discussão que o ensino de matemática suscita e como lidamos com o processo da aprendizagem neste universo de concepções dos estudantes e de nós professores. Sobre a questão em que não fui claro, considerei a fundo sua proposição sobre a influência das casas decimais, e acredito que se quisermos evitá-la, seja por qualquer razão; você mesmo já apontou que o controle da quantidade de casas decimais a exibir é controlável no GeoGebra. Desse modo imaginei que seria o caso de configurar para zero casas decimais e experimentar constituir uma sequência de manipulações e falas, focando-se em discutir o teorema. Em anexo postei uma cópia de seu arquivo inicial e entrei com alguns números que fossem os quadrados e somas de alguns quadrados. Percebi que, se quando movermos os pontos sobre os eixos, escolhermos soltá-los somente sobre os pontos que representam medidas inteiras, podemos fazer a conferência dos valores sem problemas (Agnaldo).*

Não vamos discutir a validade da construção do Carlos enquanto uma demonstração. Mais importante, aqui, é a evidência de diferentes modos de produzir enunciações sobre o teorema de Pitágoras presentes em um mesmo fórum de tarefa do curso e o que isto representa em termos de possibilidades para a ampliação dos horizontes culturais dos sujeitos interagentes. Pois, compreendemos que

> [...] nos ambientes de formação de professores que ensinam matemática devem estar presentes vários modos legítimos de se produzir significados – sejam os modos habituais de conteúdo matemático praticados nas aulas dos cursos de licenciaturas, sejam os modos próprios da Matemática escolar da Educação Básica, sejam os modos de resolver problemas matemáticos via *softwares* como o GeoGebra (que parecem ainda não autorizados nas práticas escolares) (DANTAS; MATUCHESKI, 2019, p. 603).

Apesar de afirmarmos que o processo de interação disparado no fórum de tarefa resultou em uma enunciação na qual não se podem distinguir conhecimento matemático do conhecimento tecnológico sobre o GeoGebra, produzidos por Carlos, é preciso salientar que, com isso, não estamos afirmando que o *software* por si só (sua capacidade técnica) modificou a forma como o cursista produziu conhecimento matemático.

Se não é possível negar a influência dos aspectos técnicos do GeoGebra na enunciação produzida por Carlos – de modo que, em nossa leitura, sua justificação repousa sobre a comparação numérica das medidas da área dos polígonos construídos no *software* – não podemos descartar as concepções prévias do cursista em relação à matemática. Sua perspectiva de a construção elaborada representar uma demonstração só foi colocada em questão quando o professor Agnaldo disse preferir chamar a construção de “verificação”, em excerto já destacado neste texto. A este comentário, Carlos responde:

Olá, Agnaldo, de fato, trata-se mesmo de uma verificação (Carlos).

Essa nossa consideração também é evidenciada na postagem da cursista Amanda, já destacada por nós. O modo como ela propõe utilizar o GeoGebra acentua outra concepção para demonstração matemática na qual destaca a necessidade de uma argumentação lógica pautada em manipulações algébricas e não apenas na verificação das medidas de área pelo próprio *software*.

Além disso, também é preciso reforçar o contexto no qual se deu a atividade desenvolvida por Carlos: um curso de GeoGebra *online*, cujo ambiente e proposição de tarefas visam fomentar fortemente a interação entre os cursistas objetivando a ampliação de seus modos de produzir significados para a matemática, o GeoGebra e a sala de aula de matemática. Se realizada em um contexto diferente deste, um no qual a interação não fosse pautada ou que as atividades tivessem um caráter mais diretivo; se Carlos tivesse assistido ao vídeo que o professor Agnaldo indicou antes de propor sua construção ou tivesse interagido na direção do comentário do cursista Vinícius, suas enunciações possivelmente seriam diferentes tendo em vista a demonstração da generalização do teorema de Pitágoras para figuras semelhantes quaisquer.

É importante salientar estes aspectos para não enfatizarmos o papel do GeoGebra na produção do conhecimento matemático por parte de Carlos desde uma perspectiva determinista, assumindo as características técnicas do *software* como sendo *o vetor* de mudança de suas enunciações. Do modo como propomos,

> [...] os objetos técnicos não são tomados considerando-se apenas sua instrumentalidade, sua dimensão técnica: a relação entre sujeitos e objetos técnicos no âmbito da produção de conhecimento se dá em agenciamentos sociotécnicos decorrentes da internalização do sujeito em práticas culturais que o levam a se sentir autorizado a dadas ações com os objetos técnicos e não outras; das direções de interlocução nas quais enuncia; do fato de os objetos técnicos serem construtos culturais em relação aos quais há modos de uso e práticas

> tomados como legítimos; da dimensão técnica dos objetos técnicos, que, como objetos feitos, são a materialização de técnicas que se pretende efetuar (FERREIRA, 2020, p. 139).

O uso do termo “agenciamento sociotécnico” quer denotar ser o conjunto de todos os aspectos determinantes das atividades que agenciam os sujeitos enquanto sujeitos do conhecimento, suas enunciações, seus modos de produzir conhecimento. Como apontado, é uma perspectiva de entendimento da influência de objetos técnicos na produção de conhecimento que não recai num determinismo, mas também não desconsidera o modo como os objetos técnicos permitem a constituição de novas enunciações sobre matemática e se constituem enquanto justificações para dadas crenças-afirmações.

Conclusões: formação enquanto ampliação de horizontes culturais

Nossa intenção neste texto foi apresentar e analisar, à luz dos pressupostos adotados pela equipe formadora, uma situação formativa ocorrida em uma das edições do curso do GeoGebra. A situação analisada nos permitiu evidenciar aspectos da interação colaborativa ocorridas no interior do curso, bem como a discussão sobre produção de conhecimento matemático e conhecimento tecnológico do *software* resultantes da interação.

A perspectiva da interação colaborativa tem se mostrado potente para a proposta de formação enquanto ampliação de horizontes culturais, pois ela busca tornar as diferenças nos modos próprios de produzir conhecimentos de cada sujeito, as legitimidades de suas direções de enunciação, oportunidades para o aprendizado. No contexto do curso isso se aplica aos cursistas e aos professores que também são incentivados a interagir nas tarefas visando o aprimoramento delas, mas de um modo aberto aos conhecimentos que os cursistas já demonstrem possuir.

Além disso, as análises mostraram que a promoção de espaços propícios à interação permite a ampliação das discussões para direções sequer imaginadas por nós, formadores, quando propomos os materiais e as tarefas para o curso. Essa dinâmica ampla e aberta de temáticas e interações vai na direção da nossa concepção de aprendizagem para o curso, pois ela permite que os cursistas mobilizem suas próprias necessidades formativas e profissionais a partir das tarefas e nas interações com os demais colegas de curso.

Por fim, nas análises enfatizamos a inseparabilidade entre conhecimentos matemático e tecnológico do GeoGebra resultantes das interações nos fóruns, mas destacando a necessidade de abordarmos situações como as analisadas desde uma perspectiva apartada de posições deterministas em relação ao papel dos objetos técnicos na produção de conhecimentos matemáticos, propondo a perspectiva de agenciamentos sociotécnicos como uma possível lente teórica.

REFERÊNCIAS

DANTAS, S. C. **Design, implementação e estudo de uma rede sócio-profissional online de professores de Matemática.** Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2016.

DANTAS, S. C.; BALDINI, L. A. F. Produção de conhecimentos matemáticos e tecnológicos na resolução de problemas com o GeoGebra. In: **VII Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 2018, Foz do Iguaçu. Anais, 2018.

DANTAS, S. C.; FERREIRA, G. F.; PAULO, J. P. A. Uma noção de interação colaborativa elaborada à luz do Modelo dos Campos Semânticos e da Teoria da Atividade. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 5, p. 213-236, 2016.

DANTAS, S. C.; MATUCHESKI, S. Resolução de um problema com o uso de diferentes ferramentas do GeoGebra. **Pesquisa e Debate em Educação**, v. 9, p. 588-605, 2019.

DANTAS, S. C.; LINS, R. C. Reflexões sobre Interação e Colaboração a partir de um Curso Online. **Bolema** (Rio Claro), v. 31, p. 1-34, 2017.

FERREIRA, G. F. **Por uma epistemologia da tecnologia na Educação Matemática.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e educação matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (orgs). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 92-120.

LINS, R. C. **A diferença como oportunidade para aprender.** ENDIPE – Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. Porto Alegre: ediPUCRS. 2008. p. 530-550.

LINS, R C. O modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações. In: ANGELO, C. L. et al. (Org.). **Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática:** 20 anos de história. São Paulo: Ed. Midiograf, 2012. p. 11-30.