

REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DE FUNÇÕES SOB A PERSPECTIVA DO ENFOQUE ONTOSSEMIÓTICO

Reflections about teaching of functions under the perspective of onto-semiotic focus

Luísa Silva Andrade
Carmen Teresa Kaiber

Resumo

Esse artigo apresenta uma discussão de aspectos do processo de ensino e aprendizagem do conceito de Função, com base nos significados institucionais destacados no componente epistêmico *linguagem* proposto por Godino, Rivas e Arteaga (2012), e estabelecidos no enfoque ontossemiótico do conhecimento e a instrução matemática (EOS). Assim, apresentam-se atividades embasadas nesse constructo teórico na tentativa de favorecer a construção do conceito de Função mediante situações-problema que potencializem o desenvolvimento de elementos linguísticos e representacionais em Matemática, as quais foram organizadas considerando os níveis de compreensão do conceito de Função estabelecidos por Bergeron e Herscovics (1982). Acredita-se que a construção desse conceito, inspirado e apoiado nas ideias dos referenciais apontados, pode constituir-se em aporte ao planejamento das aulas de Matemática sobre o tema, apontando possibilidades para a estruturação e a organização do mesmo.

Palavras-chave: Enfoque Ontossemiótico. Funções. Representações.

Abstract

This article presents a discussion of teaching and learning aspects of the concept of Function based on the institutional meaning addressed in the epistemic concept *language* proposed by Godino, Rivas and Arteaga (2012), and established in the onto-semiotic approach to

knowledge and Mathematics education (OSA). In view of that, activities based on this theoretical construct are presented in an attempt to promote the acquisition of the concept of Function through problem situations that improve the development of linguistic and representational concepts in Mathematics. These problem situations were organized according to the levels the concept of Function is understood, as established by Bergeron and Herscovics (1982). It is believed that this concept, inspired and supported by the notions present in the theoretical references cited, may become a helpful tool in the planning of Mathematics lessons on this subject, pointing to the possibilities in terms of structuring and organizing the topic.

Keywords: Onto-semiotic approach. Functions. Representation.

Introdução

Godino, Batanero e Font (2008) ponderam que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática deve ser estruturado e conduzido considerando um triplo aspecto da mesma: como atividade de resolução de problemas socialmente compartilhada, como linguagem simbólica e como sistema conceitual logicamente organizado.

Nessa mesma perspectiva, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000, 2002) destacam que, na sociedade atual, os conhecimentos matemáticos estão

presentes e são necessários em uma diversidade de situações e contextos, descrevendo fenômenos como apoio a outras áreas do conhecimento e ao desenvolvimento tecnológico, como instrumento para lidar com situações do cotidiano, bem como ao desenvolvimento de habilidades de pensamento. Segundo esses documentos, a construção de conceitos matemáticos deve estar associada à capacidade do sujeito de representar, compreender, comunicar e tratar informações úteis a sua atuação em sociedade.

No que se refere aos conhecimentos matemáticos a serem desenvolvidos no Ensino Médio, a necessidade da construção de noções de variação de grandezas, e as relações de dependência que se estabelecem entre as mesmas, levam ao desenvolvimento do conceito de Função, que, de acordo com Anton (2000, p.15), “(...) é a ideia básica subjacente a quase todas as relações matemáticas e físicas, não importando como elas são expressas”. O conceito de Função é central no ensino da Matemática secundária e básico para o desenvolvimento da mesma nos cursos superiores da área científica tecnológica.

Porém, Kaiber (2002) pondera que a introdução do conceito de Função aos estudantes da Educação Básica continua sendo realizada considerando a ideia de par ordenado e no estabelecimento de relações entre conjuntos. Ainda, essa abordagem baseada na teoria dos conjuntos aliada a tradicional organização linear do currículo de Matemática transformou o estudo das Funções, no Ensino Médio e nos primeiros semestres dos cursos universitários, em algo extremamente formal e abstrato.

A autora considera que a aquisição do conceito de Função não somente necessita do desenvolvimento prévio das ideias básicas de regularidade, variável e dependência, como também de um trabalho significativo que possibilite ao estudante transitar entre a concepção de variável discreta e a atribuição de significado a variáveis que assumam valores no universo dos números reais.

Barufi e Lauro (2001, p.5) apontam que a ideia de Função foi “matematicamente estabelecida em tempos mais ou menos recentes, devido a dificuldades intrínsecas e mesmo, provavelmente, inerentes à sua formalização bastante sofisticada”. Ainda, segundo as autoras, não se pode ter a pretensão de alcançar rapidamente

uma formalização completa “de um conceito que traz dentro de si um grau de dificuldade epistemológica muito grande para os alunos”.

Assim, considerando-se o grau de complexidade do conhecimento Função, entende-se pertinente organizar um trabalho que, além de desenvolver suas noções básicas, possibilite um olhar para o tratamento que é dado ao conhecimento matemático, ao seu planejamento e a sua execução no ambiente escolar.

Nesse contexto, aponta-se como um aporte teórico capaz de sustentar um trabalho com a Matemática que atenda ao que se espera dos conhecimentos da disciplina na Educação Básica e, em particular, do conhecimento matemático Funções, o enfoque ontossemiótico do conhecimento e a instrução matemática¹ (EOS), desenvolvido por Godino (2002; 2010; 2011; 2012)² e colaboradores (GODINO; BATANERO, 1994; GODINO, CONTRERAS; FONT, 2006; D'AMORE; FONT; GODINO, 2007; GODINO, FONT; WILHELM 2008; GODINO; BATANERO; FONT, 2008; FONT; PLANAS; GODINO, 2010; GODINO; RIVAS; ARTEAGA, 2012). Esses autores têm desenvolvido, por meio de diferentes trabalhos, um conjunto de noções teóricas que formam um enfoque ontológico-semiótico cuja principal característica é articular aspectos epistemológicos e semióticos do conhecimento matemático e da Didática da Matemática na tentativa de articulá-las. Dessa forma, ampliam-se os conceitos sobre objeto matemático, percebe-se a atribuição de um papel-chave à resolução de problemas, a importância para os significados institucionais e pessoais do conhecimento matemático e a relevância da prática e dos sistemas de práticas para um processo de instrução Matemática.

Ainda, segundo Godino (2011), o EOS é um enfoque em construção que trata de um modelo da cognição matemática que se constitui no elemento central para o desenvolvimento de uma teoria de instrução matemática que compare e articule aproximações teóricas utilizadas em Educação Matemática.

¹ Instrução matemática: entendida como ensino e aprendizagem de conteúdos específicos no âmbito dos sistemas didáticos (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p.1).

² Os trabalhos citados de Godino e colaboradores estão disponíveis na internet (<http://www.ugr.es/local/jgodino>).

O olhar ontossemiótico sobre um processo de estudo matemático

Segundo Godino (2012), o EOS é resultado da análise e da tentativa de unificação de diferentes pressupostos sob aspectos ontológicos, epistemológicos, cognitivos e instrucionais em Didática da Matemática. Referindo-se a esses pressupostos, os quais se situam na origem e nas bases do enfoque, o autor destaca:

- As teorias referenciais e operacionais sobre o significado, assim como o marco geral da semiótica e filosofia da linguagem como ponto de entrada para o estudo dos objetos matemáticos.
- A posição de Wittgenstein como promotor da visão antropológica sobre a matemática.
- As noções de representação interna e externa sobre os conhecimentos, incluindo a noção de esquema cognitivo e concepção em seus diversos significados.
- Enfoques epistemológicos (construtivismo, aprendizagem discursiva, teoria das situações, antropologia cognitiva). (GODINO, 2010, p.02, tradução nossa)

O autor pondera que as questões apontadas sempre estiveram no centro das investigações, discussões, reflexões do grupo de investigação da Universidade de Granada/Espanha, intitulado “Teoría y Metodología de Investigación en Educación Matemática”, o qual coordena, e que, a partir dos anos 90, o grupo passou a aprofundar seus conhecimentos e articular ideias em torno do que passou a ser denominado de “enfoque ontossemiótico”.

Ainda, segundo o autor, o EOS é um modelo teórico que foi elaborado a partir dos pressupostos da Didática da Matemática, na tentativa de qualificar o processo de ensino e aprendizagem da disciplina, assumindo concepções pragmáticas em que o significado depende do contexto e concepções antropológicas e semióticas do conhecimento matemático, tanto do ponto de vista institucional quanto pessoal (GODINO, 2011).

Conforme as palavras de Godino, Batanero e Font (2008), esse enfoque trata especificamente do conhecimento matemático e da instrução necessária para seu desenvolvimento. A dimensão pessoal e institucional do conhecimento matemático é considerada na tentativa de confrontar e articular diferentes enfoques de investigação sobre o ensino e a aprendizagem, avançando na direção de um modelo da cognição e instrução matemática.

Como principais características do referido modelo, destacamos: a articulação das facetas institucionais e pessoais do conhecimento matemático, a atribuição de um papel-chave à atividade de resolução de problemas, aos recursos expressivos e à incorporação coerente de pressupostos pragmáticos e realistas sobre o significado dos objetos matemáticos. O modelo da cognição matemática elaborado se converte no elemento central para o desenvolvimento de uma teoria da instrução matemática significativa, permitindo também comparar e articular diversas aproximações teóricas usadas em Educação Matemática desde um ponto de vista unificado. (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p.7)

Para os autores, o ponto de partida do EOS é a formulação de uma ontologia de objetos matemáticos que levem em conta um triplo aspecto da Matemática: como atividade de resolução de problemas socialmente compartilhada, como linguagem simbólica e como sistema conceitual logicamente organizado.

Segundo Font, Planas e Godino (2010), o EOS propõe cinco níveis de análise para descrever, explicar e avaliar as interações e práticas educativas em sala de aula (Figura 1). Os quatro primeiros níveis de análise – análise dos tipos de problemas e sistemas de práticas, elaboração das configurações de objetos e processos matemáticos, análise das trajetórias e interações didáticas, e identificação do sistema de normas e metanormas – são ferramentas para uma didática descritivo-explicativa. O quinto nível de análise – avaliação da adequação di-

dática do processo de ensino e aprendizagem – baseia-se nos quatro níveis iniciais e constitui uma síntese orientada para avaliar se as atividades implementadas em sala de aula são adequadas (idôneas), visando à identificação de potenciais melhorias do processo de ensino e aprendizagem.

Figura 1 – Organização em níveis das noções teóricas que compõem o EOS



Fonte: adaptado de Font, Planas e Godino (2010, p.92).

A Figura 1, a qual representa o aludido processo de análise, pode ser lida de baixo para cima. Considera-se, inicialmente, um sistema de práticas matemáticas, do qual emergem objetos e processos matemáticos (FONT; PLANAS; GODINO, 2010). Tais objetos e processos relacionam-se entre si formando configurações produzidas a partir das interações didáticas, isto é, redes de objetos que intervêm e emergem dos sistemas de práticas e suas relações. Uma sequência de configurações didáticas, orientadas à aprendizagem de um tipo de situação-problema (ou de um conteúdo específico), constitui uma trajetória didática. Permeando todo esse processo, estão as normas e metanormas que regulam as interações e dão formato à participação dos sujeitos envolvidos. A idoneidade³ didática possibilita o planejamento, a implementação e uma posterior valoração do referido processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Godino, Batanero e Font (2008), esses níveis de análise possuem enfoques

diferenciados dentro do processo de ensino. O primeiro e o segundo nível de análise são fundamentais para a organização do ensino; já o terceiro e o quarto nível, voltam-se para a implementação da prática e, por último, o quinto nível possibilita melhorar o processo de ensino e reestruturá-lo.

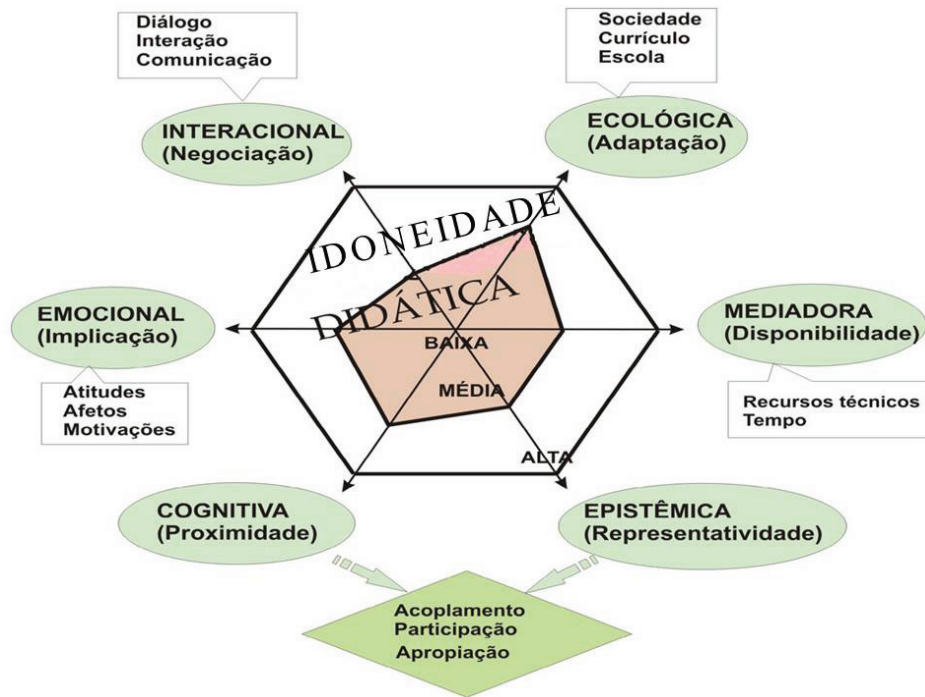
Ainda, segundo os autores, a idoneidade didática de um processo de instrução se define como a articulação coerente e sistêmica de seis componentes, sendo os mesmos relacionados entre si:

- idoneidade epistêmica – refere-se ao grau de representatividade dos significados institucionais implementados ou pretendidos, com relação a um significado de referência;
- idoneidade cognitiva – expressa o grau em que os significados pretendidos/implementados estão na área de desenvolvimento potencial dos estudantes, bem como o grau de proximidade entre os significados pessoais atingidos e os significados pretendidos/implementados;
- idoneidade ecológica – grau em que o processo de estudo se ajusta ao projeto educacional, à escola, à sociedade e ao ambiente em que se desenvolve;
- idoneidade afetiva – grau de envolvimento dos alunos no processo de ensino. Está relacionada com fatores que dependem da instituição como com fatores que dependem do aluno e da sua história escolar prévia;
- idoneidade interacional – um processo de ensino e aprendizagem poderá ter maior idoneidade desde o ponto de vista interacional se as configurações e trajetórias didáticas permitirem, por um lado, identificar conflitos semióticos potenciais e, por outro lado, resolver os conflitos que são produzidos durante o processo de ensino;
- idoneidade mediacional – grau de disponibilidade e adequação dos recursos necessários para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem.

O diagrama da Figura 2, de acordo com Godino (2011), apresenta as principais características da noção de idoneidade didática.

³ Define-se idoneidade como um conjunto ou um sistema de condições pertinentes a uma determinada situação, conhecimento ou objeto.

Figura 2 – Indicadores de idoneidade didática.



Fonte: adaptado de Godino, Batanero e Font (2008, p.24).

Ao falar sobre o diagrama que planifica um processo de estudo matemático, o autor menciona que:

Representamos mediante um hexágono regular a idoneidade correspondente a um processo de estudo pretendido ou programado, no qual, *a priori* se supõe um grau máximo das idoneidades parciais. O hexágono irregular interno corresponderia às idoneidades efetivamente atingidas na realização do processo de estudo implementado. (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p.24)

Ainda de acordo com Godino (2011), as idoneidades epistêmica e cognitiva não podem ser reduzidas a componentes conceituais, procedimentais e atitudinais, como habitualmente se considera em diretrizes curriculares, pois esta é uma visão dualista e dissociada do conhecimento matemático (GODINO, 2011). Dentro deste

contexto, segundo o autor, a ontologia proposta pelo EOS permite descrever as idoneidades epistêmica e cognitiva em termos de configurações epistêmicas e cognitivas (conglomerado de situações-problema, definições, procedimentos, proposições, linguagem e argumentos).

Das dimensões que compõem a idoneidade didática, neste artigo, as situações propostas levam em consideração os indicadores epistêmicos que emergiram do bloco de conteúdo Funções das Orientações Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006). Esses indicadores são baseados em componentes propostos por Godino, Rivas e Arteaga (2012), que caracterizam o modelo epistêmico-cognitivo do EOS: situações-problema; linguagem (elementos linguísticos/representações); regras (conceitos, definições, procedimentos); argumentos; relações entre os elementos e a atividade matemática.

Dos cinco componentes de idoneidade epistêmica, destaca-se, neste artigo, a *linguagem*. Esse componente já foi analisado sob a luz dos procedimentos da análise de conteúdo de Bardin (2004), cujo aporte metodológico orientou a

análise ao texto das OCNEM (BRASIL, 2006) no artigo intitulado “Orientações Curriculares para o Ensino Médio: uma análise sob a perspectiva ontossemiótica”, produzido por Andrade e Kaiber (2013)⁴, fazendo com que dele emergissem indicadores que serviram de norteadores para a seleção, apresentação e descrição das atividades que integram este artigo.

O objeto matemático Funções

Segundo as Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCNEM (BRASIL, 2006), o ensino de Funções deve ser introduzido através da exploração qualitativa de relações entre duas grandezas, em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida, entre outras. De acordo com o documento, também é interessante provocar os discentes para que apresentem outras relações funcionais e que, de início, esboquem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, destacando o significado da representação gráfica das Funções.

De acordo com Bergeron e Herscovics (1982), o ensino de Funções envolve quatro níveis de compreensão, embasados em princípios construtivistas, mas que refletem aspectos epistemológicos e cognitivos acerca do conceito de função que vem ao encontro do que é proposto no EOS no contexto da idoneidade cognitiva. Segundo os autores, cada um desses níveis apresenta características peculiares que vão desde a exploração do conhecimento informal, as noções intuitivas e estende-se até a generalização, a utilização da linguagem simbólica e a formalização. Dessa forma, apresentam-se os quatro níveis de compreensão sobre o conceito de funções, elaborados por Bergeron e Herscovics (1982):

- compreensão intuitiva – reconhecimento de dependência (não quantificada); estabelecimento de leis de formação simples e visuais e construção e interpretação de tabelas e gráficos de coluna e setor;
- matematização inicial – quantificação das leis; reconhecimento de variáveis dependentes e independentes; interpretação de

gráficos cartesianos; construção de gráficos cartesianos simples e reconhecimento do domínio (analisado no contexto);

- abstração – escrita de expressões analíticas; distinção entre equações e funções; construção e interpretação de gráficos convencionais e não convencionais e caracterização de relações funcionais;
- formalização – Notação: $F: A \rightarrow B, y = f(x)$; domínio, imagem; classificação e operações com funções.

Inspirado no que recomenda o documento sobre Funções e buscando respaldo no que apontam os aportes teóricos de Bergeron e Herscovics (1982) e Godino, Rivas e Arteaga (2012), apresenta-se primeiramente a síntese da análise realizada (ANDRADE; KAIBER, 2013) acerca do componente de idoneidade epistêmica *linguagem*, destacado na análise do bloco de conteúdos Funções que integram as OCNEM (BRASIL, 2006). Conforme Godino (2011), esse componente pode ser visto como uma concretização de significados institucionais de referência para o processo de ensino da Matemática. No quadro da Figura 3, apresenta-se uma síntese deste componente, ressaltando seus indicadores e, por conseguinte, os significados institucionais que emergiram dessa análise.

Figura 3 – Indicadores linguísticos e representacionais sobre Funções.

- Recomenda a utilização de representações verbais, gráficas e analíticas, tais como: símbolos, palavras, tabelas, gráficos.
- Enfatiza as representações gráficas a fim de expressar relações funcionais com exemplos e/ou situações práticas.
- Propõe situações de expressão matemática e interpretação.
- Considera importante a compreensão do significado da representação gráfica das funções, principalmente quando seus parâmetros são alterados.

Fonte: dados da análise realizada por Andrade e Kaiber (2013).

Assim, articulando os níveis de compreensão destacados aos significados institucionais do EOS, busca-se a construção do objeto matemático Função por meio da apresentação de situações didáticas que potencializem o trabalho em Matemática utilizando diferentes elementos linguísticos e representacionais. Destaca-se que o

⁴ ANDRADE, Luísa Silva; KAIBER, Carmen Teresa. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: uma análise sob a perspectiva ontossemiótica. In: *2º Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática: pesquisas e políticas públicas*, 2, 2013, São Paulo. Anais. São Paulo: Zapt, 2013. 161-176.

conjunto de atividades apresentadas constituem exemplos do tipo de atividade que se considera pertinente, não se tendo a pretensão de que o conceito de Função fique estabelecido apenas a partir das mesmas.

Atividades propostas

Tinoco (1998) elucida que a noção de Funções pode ser amplamente aplicada em diversas situações práticas e cotidianas. Nesse sentido, a resolução de problemas que se identifica com a realidade do discente, pode aproximar a construção de ideias relacionadas ao tema.

Por outro lado, Barufi e Lauro (2001) ponderam que, em parte, determinadas aplicações utilizadas no trabalho com Funções são artificiais e desprovidas de significado pelo fato de os alunos não terem a oportunidade de refletir sobre as suas próprias experiências, nem de organizar os seus conhecimentos.

Dessa forma, apresentam-se três sugestões de atividades sobre Funções, abordando aspectos dos níveis de compreensão descritos por Bergeron e Herscovics (1982) associados ao componente *linguagem* proposto por Godino, Rivas e Arteaga (2012). Essa articulação busca enfatizar aspectos epistêmicos e cognitivos que fazem parte do aporte teórico do EOS e que podem ampliar o entendimento sobre Funções.

Assim, a organização do conceito de Função irá transitar entre a compreensão intuitiva, a matematização inicial e a abstração/formalização, perpassadas por elementos linguísticos e representacionais.

Atividade 1⁵: Construa triângulos utilizando palitos, conforme o desenho:



- a) Quantos palitos são necessários para formar quatro triângulos? E para formar cinco triângulos? Registre o que você observa.

- b) Faça representações envolvendo os triângulos e a quantidade de palitos.
c) Estabeleça a expressão que permita calcular a quantidade de palitos necessária para formar um número “n” qualquer de triângulos.

A atividade ilustra uma sequência de triângulos que podem ser representados concretamente por meio de palitos, a fim de que o estudante possa compreender a situação intuitivamente, interpretar e descrever o comportamento da relação existente entre triângulos e a quantidade de palitos (matematização inicial). Na sequência, espera-se que o discente possa representar algebricamente a expressão que sintetize o cálculo entre a quantidade de palitos necessária para formar um número “n” qualquer de triângulos. Destaca-se que essa atividade pode ser trabalhada e retomada em diferentes momentos, perpassando mais de um nível de compreensão proposto pelos autores. Em sua solução é possível transitar entre os diferentes níveis dependendo do envolvimento do estudante e/ou da classe, passando de uma compreensão intuitiva/matematização inicial e estendendo-se a uma abstração/formalização.

A questão proposta apresenta-se descrita nos registros língua natural e figural, propiciando a utilização de representações verbais e simbólicas, envolvendo letras, palavras e números. No item a, tem-se a expectativa de que o estudante use representações tabulares. O item b serve para interpretação do comportamento que rege a lei de formação da função (item c).

As atividades 2 e 3, apresentadas a seguir, foram elaboradas tomando com base situações-problema presentes em livros didáticos⁶ de Matemática do Ensino Médio.

Atividade 2: Um vendedor recebe um salário fixo de R\$ 800,00 e mais R\$ 15,00 por item vendido. Mostre a evolução do salário se ele vender 0, 2, 3, 5, 8, 9, 10 itens. A partir dessa evolução salarial responda:

- a) O número de itens vendidos é variável? Depende de quê?
b) O salário é variável? Depende de quê?

⁵ Atividade 1 adaptada de: TINOCO, Lúcia. *Construindo o conceito de função do 1º grau*. Projeto Fundão – IM/UFRJ, Rio de Janeiro, 1998.

⁶ Atividades 2 e 3 adaptadas de: DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. São Paulo: Ática, 2010; PAIVA, Manoel. *Matemática – Paiva*. São Paulo: Moderna, 2012; IEZZI et al. *Matemática: ciência e aplicações*. 6.ed., v.2. São Paulo: Saraiva, 2010.

- c) Qual o valor do salário se ele vender 25 itens? Se no final do mês receber um salário de R\$ 995,00, quantos itens terá vendido?
- d) Encontre um modo que permita expressar o cálculo do salário para qualquer número de itens vendidos.
- e) Represente essa situação de duas maneiras diferentes, fazendo uso de representações gráficas, figurais, tabulares, simbólicas, entre outras.

Um olhar sob a perspectiva da idoneidade epistêmica, a partir do indicador *linguagem*, a questão proposta apresenta-se descrita em linguagem simbólica-numérica e natural e, envolve, necessariamente, representações para a evolução do salário e para resolução e interpretação dos itens a, b, c, e. Ainda, solicita a construção gráfica e a elaboração de uma lei de formação para a situação proposta (item d), cuja expectativa é uma representação simbólico-algébrica.

Cognitivamente, a atividade busca fazer com que o aluno interprete (concepção intuitiva), descreva e seja capaz de representar funções simples de forma analítica (representação algébrica) e gráfica (matematização inicial). Ainda, trabalham-se as ideias de reconhecimento de variáveis dependentes e independentes, a diferença entre variável contínua e discreta, a construção de gráficos, a interpretação de dados, importantes para a elaboração do conceito de Função.

Atividade 3: Calcule o número de resultados possíveis, em função do número de moedas lançadas. Use moedas de R\$ 0,01; R\$ 0,05; R\$ 0,10; R\$ 0,50 e R\$ 1,00.

Procedimento:

- lançar uma moeda e verificar os resultados possíveis;
- lançar duas moedas e verificar os resultados possíveis;
- lançar 3, 4, 5 moedas distintas verificando os resultados.

Agora, complete o quadro:

Número de moedas	Número de resultados

- a) Descreva o comportamento dessa representação.
- b) Construa outras representações que expressem o comportamento dessa situação.
- c) Construa o modelo matemático que relaciona o número de moedas e o número de resultados.

Essa atividade, cognitivamente, busca fazer com que o aluno interprete, descreva (matematização inicial) e construa o modelo da função exponencial $y = 2^x$ (abstração/formalização). Ainda, trabalham-se as ideias de relação de dependência entre variáveis, a diferença entre variável contínua e discreta, a compreensão

intuitiva e as características da representação de uma função exponencial.

Ainda, enfatiza o desenvolvimento dos significados linguísticos e representacionais através dos símbolos, da língua natural e envolve, necessariamente, o uso de representações tabulares (item a), cuja expectativa é a passagem para a representação em língua natural. O item b possibilita ao estudante explorar outras representações, o item c, envolve a mudança de representação, cuja expectativa seja a simbólico-algébrica.

Considerações finais

Esse artigo buscou aprofundar, por um lado, os conhecimentos sobre o EOS e, ao mesmo tempo, lançar um olhar baseado em representações sob a perspectiva didático-epistêmico-cognitiva que pode ser evidenciada em situações problemas, nesse caso, acerca do conhecimento Funções.

A partir dos significados institucionais explicitados sobre Funções é possível perceber o destaque para importância do uso de situações práticas aplicadas a uma área do conhecimento ou a situações do cotidiano, bem como a ênfase para exploração de diversas representações, especialmente as gráficas.

De acordo com Godino, Rivas e Arteaga (2012), os critérios de idoneidade epistêmica com seus sistemas de componentes e indicadores não são uma proposta fechada. Fica aberta a necessidade de desenvolver pautas de análise para as distintas áreas do conhecimento matemático, entendidas como instrumentos que propõem de maneira fundamentada indicadores de idoneidade que auxiliem a qualificar o processo de ensino da Matemática.

Ainda, almeja-se que os elementos linguísticos e representacionais sejam amplamente explorados no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e que a compreensão na disciplina seja ampliada a partir do desenvolvimento e articulação de diferentes formas de representação.

Referências

ANDRADE, Luísa Silva; KAIBER, Carmen Teresa. Orientações Curriculares para o Ensino Médio:

uma análise sob a perspectiva ontosemiótica. In: 2º Fórum Nacional sobre Currículos de Matemática: pesquisas e políticas públicas, 2, 2013, São Paulo. *Anais*. São Paulo: Zapt, 2013. 161-176.

ANTON, Howard. *Cálculo, um novo horizonte*. 6.ed., v.2, Porto Alegre: Bookman, 2000.

BARDIN, Laurence. *Análise de Conteúdo*. 3.ed. Lisboa: Edições 70 LDA, 2004.

BARUFI, Maria C. B.; LAURO, Maira M. *Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando microcomputador*. São Paulo: CAEM – IME/USP, 2001.

BERGERON, Jacques C. ; HERSCOVICS, Nicolas. *Levels in the Understanding of the Function Concept. Proceedings of the Workshop on the Functions*. Foundation of Curriculum Development, Enschede, Netherlands, 1982.

BRASIL. Ministério da Educação e da Cultura. Conselho Nacional de Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Bases Legais*. Parte I. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

_____. Ministério da Educação. *PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.

_____. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*, Brasília, v.2, p.135, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 14 maio 2012.

D'AMORE, Bruno; FONT, Vicenç; GODINO, Juan Díaz. La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *Paradigma*, Maracay, Venezuela, v.XXVIII, n.2, 2007. p.49-77.

DANTE, Luiz Roberto. *Matemática: contexto e aplicações*. São Paulo: Ática, 2010.

FONT, Vicenç; PLANAS, N.; GODINO, Juan Díaz. Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, v.33, n.1, 2010. p.89-105.

GODINO, Juan Díaz. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches em Didactiques des Mathematiques*, Grenoble, França, v.22, n.2/3, 2002. p.237-284. Disponível em: <<http://www.ugr.es/local/jgodino>>. Acesso em: 1 jun. 2012.

_____. Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático. *Departamento de Didáctica de la Matemática*. Universidad de Granada. 2010. Disponível em: <<http://www.ugr>

es/~jgodino/fundamentos_teoricos/marcos_teoricos_ddm.pdf>. Acesso em: 17 jul. 2012.

_____. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de

las matemáticas. In: XIII CIAEM – IACME, 2011, Recife, Brasil. *Anais*. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf>. Acesso em: 10 jun. 2012.

_____. Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. In: A. Estepa, A. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (org.), *Investigación en Educación Matemática XVI*. Jaén: SEIEM, p.49-68, 2012. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/eos/origen_EOS_Baeza_2012.pdf>. Acesso em: 23 maio 2013.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, França, v.14, n.3, 1994. p.325-355.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. Um enfoque ontossemiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae – Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, Canoas, v.10, n.2, jul./dez., 2008. p.7-37.

GODINO, Juan Díaz; CONTRERAS, A.; FONT, Vicenç. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des*

Mathematiques, v.26, n.1, 2006. p.39-88. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/analisis_procesos_instruccion.pdf>. Acesso em: 3 jun. 2012.

GODINO, Juan Díaz; FONT, Vicenç; WILHELMI, M. R. Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones*, v.38, 2008. p.25-49. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/niveles%20analisis%20didactico%204Julio08.pdf>>. Acesso em: 25 mar. 2012.

GODINO, Juan Díaz; RIVAS, Hernán; ARTEAGA, Pedro. Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v.7, n.2, jul./dez. 2012. p.331-354. Disponível em: <<http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa>>. Acesso em: 13. jan. 2013.

IEZZI, et al. *Matemática: ciência e aplicações*. 6.ed., v.2. São Paulo: Saraiva, 2010.

KAIBER, C. T. A prática de resolução de problemas no estudo das funções reais. *Anais do IV Simpósio de Educación Matemática*. Chivilcoy, Argentina, 2002.

PAIVA, Manoel. *Matemática – Paiva*. São Paulo: Moderna, 2012.

TINOCO, Lúcia. *Construindo o conceito de função do 1º grau*. Projeto Fundação-IM/UFRJ, Rio de Janeiro, 1998.

Luísa Silva Andrade – Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino e Ciências e Matemática (PPGECIM). Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). E-mail: luisaandrade1@yahoo.com.br

Carmen Teresa Kaiber – Doutora em Ciências da Educação. Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Luterana do Brasil – ULBRA. E-mail: kaiber@ulbra.br