

EL ESTADO DE LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA: ANÁLISIS DESDE LAS PRODUCCIONES Y LAS SUBJETIVIDADES

THE STATE OF MATHEMATICAL LITERACY: ANALYSIS FROM
THE PRODUCTIONS AND SUBJECTIVITIES

O ESTADO DA ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA: ANÁLISE DESDE
AS PRODUÇÕES E DAS SUBJETIVIDADES

Johan Castro Hernández 

Universidad Nacional Experimental Marítima del Caribe, Catia la Mar, Venezuela

Recibido: 06/12/2021 – Aceptado: 19/10/2022 – Publicado: 12/12/2022

Remita cualquier duda sobre esta obra a: Johan Castro Hernández.

Correo electrónico: johan.ipequista@gmail.com

RESUMEN

En este artículo presentamos parte de los resultados de una experiencia de investigación acción participativa y transformadora, desde el paradigma sociocrítico, que se propuso promover la Alfabetización Matemática en estudiantes de Educación Media General venezolanos. Las experiencias surgen de los intereses de los estudiantes y los objetivos de la nación. El objetivo del presente trabajo es analizar el estado de la Alfabetización Matemática de los estudiantes, para lo cual nos propusimos hacer análisis documental de sus producciones, además, aproximarnos a sus subjetividades indagando por medio de entrevistas y un grupo de discusión. La información fue interpretada mediante procesos de categorización y triangulación con ayuda del software Atlas-Ti. Como hallazgos podemos reportar que: (1) las producciones evidencian las capacidades de matematización y procesamiento de datos, además, la profundidad del razonamiento numérico, geométrico y algebraico, y (2) las subjetividades expresadas de manera escrita y/o verbal reflejan los avances metamatemáticos en relación con el metaaprendizaje matemático, la sensibilización humana y el empoderamiento de otras áreas del conocimiento.

Palabras clave: Alfabetización matemática; Intereses de los estudiantes; Educación Media; Investigación Acción.

ABSTRACT

In this article we present an experience of participatory and transformative action research, from the socio-critical paradigm, which aimed to promote Mathematical Literacy in Venezuelan students of High School Education. The experiences arise from the students' interests and the nation's objectives. The aim of this article is to analyze the state of Mathematical Literacy of the students, for this we proposed to make a documentary analysis of their productions, in addition, to approach their subjectivities by means of interviews and a discussion group. The

information was interpreted through categorization and triangulation processes with the help of Atlas-Ti software. As findings we can report that: (1) the productions evidence the mathematization and data processing abilities, in addition, the depth of numerical, geometric and algebraic reasoning, and (2) the subjectivities expressed in written and/or verbal form reflect the metamathematical advances in relation to mathematical meta-learning, human awareness and empowerment of other areas of knowledge.

Keywords: Mathematical literacy; Student interests; High School; Action Research.

RESUMO

Neste artigo apresentamos parte dos resultados de uma experiência de pesquisa-ação participativa e transformadora, a partir do paradigma sócio-crítico, que foi proposto para promover a Alfabetização Matemática em estudantes venezuelanos de Ensino Médio. As experiências surgem dos interesses dos alunos e dos objetivos da nação. O objetivo do artigo é analisar o estado da Alfabetização Matemática dos estudantes, para isso propusemos fazer uma análise documental de suas produções, além de abordar suas subjetividades indagando por meio de entrevistas e um grupo de discussão. As informações foram interpretadas através de processos de categorização e triangulação com auxílio do *software* Atlas-Ti. Quanto às descobertas, podemos relatar que: (1) as produções mostram as capacidades de matematização e processamento de dados, além da profundidade do raciocínio numérico, geométrico e algébrico, e (2) as subjetividades expressas por escrito e/ou verbalmente refletem os avanços metamatemáticos em relação à meta-aprendizagem matemática, à consciência humana e ao empoderamento de outras áreas do conhecimento.

Palavras-chave: Alfabetização matemática; Interesses do estudante; Ensino Médio; Pesquisa-Ação.

INTRODUCCIÓN

La experiencia investigativa que reportamos surge como respuesta a la problemática de la clase de Matemática, caracterizada, en términos de Freire (1970), por bancaria, y de Skovsmose (2000), por el paradigma del ejercicio. En general, la clase de Matemática seguía la cultura tradicional de la enseñanza de la Matemática. Como alternativa, desarrollamos un ciclo de Alfabetización Matemática, partiendo de la convicción de que: (1) lo aprendido debe permitir al individuo comprender situaciones reales, reflexionar sobre ella considerando la información matemática para tomar una decisión o fijar una posición, y (2) la Educación Matemática debe contribuir al logro de los objetivos de la nación (Castro Hernández, 2021; Serrano, 2009).

En este punto cabe resaltar, en el contexto Nuestroamericano, el carácter político y decolonial de la Alfabetización Matemática que resalta Castro Hernández (2021), donde se visibiliza el valor que tienen las experiencias en contextos laborales-productivos y científicos-tecnológicos en la formación del ciudadano productivo, consciente de la relación entre el saber y el trabajo liberador que se incorpora a la agenda de desarrollo de nuestros pueblos con soberanía, independencia tecnológica y conciencia de los encadenamientos productivos que sostienen su sociedad. Más allá de la comprensión de la matemática que sostiene la tecnología, este autor resalta romper la lógica científicista, denunciada por Varsavsky (1969). No se trata de aprender la Matemática asociada a la tecnología para incorporarse a la lógica del mercado científicista, neoliberal, para rejuvenecer las nóminas de las empresas tecnológicas sino para,

desde la ciencia y la tecnología, plantear soluciones a los problemas estructurales, geopolíticos y geohistóricos de nuestros pueblos.

El objetivo de esta investigación es analizar el estado de la Alfabetización Matemática de estudiantes de cuarto año de Educación Media General de la Unidad Educativa Privada Mariscal Sucre de La Guaira, Venezuela.

En los siguientes apartados discutimos cómo analizar el estado de la Alfabetización Matemática, lo que se relaciona con los avances de los estudiantes en el proceso, a lo que podemos tener acceso valorando: (1) las capacidades matemáticas en contexto matemático, semirreal y real, (2) las subjetividades sobre la Matemática y su aprendizaje, y (3) las subjetividades como seres humanos y sociales. Exhibiremos, para su análisis, producciones de los estudiantes, a saber, sus apuntes, los registros de clase, sus trabajos escritos, los informes de investigación y sus carteles, lo que se complementa con la información recolectada en los diálogos con los estudiantes.

EL ESTADO DE LA ALFABETIZACIÓN MATEMÁTICA

El concepto Alfabetización Matemática ha sido discutido a nivel mundial desde finales del milenio pasado. Entre la diversidad, un punto en común es relacionarlo con la capacidad de emplear la Matemática en diversos contextos (Avila, 2013; Castro Hernández, 2020, 2021; De Lange, 2003; Frankenstein, 2001; Jablonka, 2003; Rico, 2007; Serrano, 2009; Skovsmose, 1999; Steen *et al.*, 2007). Sin embargo, también se encuentran grandes diferencias, polarizadas, a un extremo una visión globalista que plantea la estandarización de estas capacidades y hacerlas medibles de igual manera en todo el mundo, y al otro extremo la alternativa crítica (Skovsmose, 2008; Valero, 2012).

Por su lado, la tendencia globalizada de la Alfabetización Matemática se centra en la mera capacidad de aplicar ideas matemáticas en problemas contextualizados (De Lange, 2003; Rico, 2007; Steen *et al.*, 2007). Esta visión reduccionista no es de nuestro interés. Consideramos, de la misma manera que Skovsmose (1997) y Frankenstein (2001), que las capacidades reflexivas y críticas son parte de la Alfabetización Matemática. Es decir, no es sólo identificar y reconocer cómo la Matemática puede resolver una situación, sino también plantearse porqué utilizar esa idea Matemática, porqué emplear de tal o cuál manera los datos. Para Serrano (2009) se trata de la competencia metamatemática.

En esta discusión, tiene valor la consciencia sobre para qué los estudiantes deben aprender Matemática y cómo la aprenden, qué son capaces de hacer con ese conocimiento, cómo lo valoran. Esto último se relaciona con el Metaaprendizaje (Biggs, 1985). Contextualizando, lo llamaremos Metaaprendizaje Matemático.

En un proceso de Alfabetización Matemática, caracterizado por valorar estas capacidades reflexivas y críticas, se espera que los estudiantes no sólo aprendan Matemática, sino que se expresen como seres humanos, como ciudadanos. Estas reflexiones exhibirán sus valores y antivalores, su visión de la sociedad y del mundo (Araújo, 2009; Frankenstein, 2001; Serrano, 2009; Skovsmose, 1999). Esto

último tiene que ver con lo que Serrano (2009) llama social y axiológico. Es claro que experiencias reflexivas y críticas podrían producir aprendizajes, sensibilización y concienciación, lo cual es fundamental para la Alfabetización Matemática, así como también los aprendizajes que obtengan los estudiantes de otras áreas del conocimiento. Una manera de aproximarse a esto es indagando cómo las experiencias transforman sus subjetividades, entendiendo, sin entrar de lleno en esta discusión, las subjetividades como construcciones histórico-culturales (Hernández, 2008).

Asumimos como posición epistemológica indivisible la capacidad matemática y la toma de consciencia: (1) metamatemática, (2) del metaaprendizaje matemático, (3) como ser humano y como ser social. La Alfabetización Matemática es una formación integral, su estado de avance debe dar cuenta de todos estos aspectos. Entendemos que la diversificación de las actividades entre ejercicios, problemas e investigaciones, en contextos intramatemáticos, semirreales y reales permitirá a los estudiantes dimensionar el campo de acción de la Matemática, esto será metamatemático. En estas experiencias aprenderán Matemática y la invitación permanente a la reflexión los hará conscientes de su aprendizaje, esto abre la puerta al metaaprendizaje matemático. Además, las experiencias investigativas, desde la realidad, desde sus intereses y con carácter crítico producirán y/o transformarán subjetividades como seres humanos y sociales. Con este marco interpretamos la información recolectada.

METODOLOGÍA

Dada la problemática presentada y las intenciones de promover la Alfabetización Matemática en los términos planteados, empleamos el método de investigación acción participativa y transformadora (Elliott, 2010), asumiendo el paradigma sociocrítico (Alvarado & García, 2008; Melero, 2011). Aquí, el diálogo, la planificación y la reflexión colectiva tributan a las transformaciones necesarias del acto educativo, dándole poder al ciudadano mediante el conocimiento matemático, al mismo tiempo que produce subjetividades (Becerra & Moya, 2010; Carr & Kemmis, 1988).

La temporalidad corresponde al segundo lapso del año escolar 2017-2018, es decir, el período entre los meses de enero y abril. Los participantes fueron 27 estudiantes de cuarto año de Educación Media General de Venezuela.

La estrategia para la recolección de la información consistió en dos etapas. Primero, desarrollamos las experiencias diseñadas, de donde obtuvimos los informes de investigación, los apuntes y exámenes. Además, solicitamos a los estudiantes llevar un diario de clase, que consistía en breves registros de sus emociones y opiniones sobre lo que ocurría en la clase de Matemática (Zabalza, 2004). Segundo, llevamos a cabo tres entrevistas a profundidad y un grupo de discusión con nueve estudiantes voluntarios, con la finalidad de aproximarnos a sus subjetividades sobre lo realizado en sus investigaciones, sus reflexiones, su visión sobre la Matemática y su aprendizaje, entre otras cosas pertinentes.

A continuación, describimos el camino metodológico recorrido. Invitamos a los estudiantes a crear carteles donde reportaran situaciones reales que les interesara, preocupara y afectara. Para ello,

utilizaron recortes de periódicos o revistas, dibujos, etc. De este cúmulo de información emergieron los temas generadores: economía familiar, deporte, cambio climático, derechos sexuales y reproductivos, derecho a la vivienda, enfermedades vectoriales, problemas y riesgos del transporte terrestre, recursos naturales de Venezuela y el acceso a ellos, y reciclaje.

Convocamos a una plenaria donde se describió cada tema generador, con la finalidad de que todos se enteraran de que trataban y motivarlos a tomar alguno. Hubo reuniones con cada grupo de estudiantes por temática para conocer qué le interesaba de esa temática y organizar la investigación, siempre priorizando sus intereses. En algunos casos, el docente intervino complementando y sugiriendo incorporar algunos puntos relevantes para comprender la temática. Posteriormente, desarrollamos reuniones para discutir los avances hasta la presentación de sus producciones.

Paralelamente, desarrollamos el contenido de funciones exponenciales. Inicialmente propusimos un problema semirreal sobre un lago donde coexisten varias especies de peces y se reproducen o desaparecen de manera exponencial; se trata de un problema creado por el docente con la intención de introducir la noción matemática mencionada. Luego, estudiamos la función exponencial partiendo de la expresión algebraica, analizando la variación de los parámetros de la misma. Se construyeron representaciones gráficas y se compararon con las realizadas en el problema de los peces.

Luego de este estudio, diseñamos y aplicamos una prueba escrita con la finalidad de obtener información sobre la capacidad de los estudiantes para encontrar representaciones matemáticas en información real y la posibilidad de comprender la información que se les presenta de esta manera. Para la construcción de dicha experiencia se buscaron ideas o modelos matemáticos que pudiesen relacionarse con los temas generadores no escogidos por los estudiantes, asumiendo que eran temas relevantes, pero no priorizados por ellos. Se tomó el tema del derecho a la vivienda, analizando una situación real sucedida en Venezuela entre los años 1997 y 2002, sobre créditos hipotecarios que se indexaban al salario, resuelta por el Tribunal Supremo de Justicia (ver Anexo 1).

Además, propusimos un par de experiencias más. En una de ellas preguntábamos a los estudiantes la cantidad de pintura necesaria para demarcar la calle frente al plantel como zona escolar, según las leyes vigentes; propusimos esta actividad por la necesidad de acción por parte de las autoridades competentes. La otra trató sobre una visita a la playa. Por hacer vida en el litoral central de Venezuela, los estudiantes tenían interés de hacer una actividad matemática en la playa. Al llegar allí, pudimos observar un buque atracado cerca de la bahía; el docente propuso determinar la distancia del buque a la bahía.

Toda la información recolectada fue transcrita y procesada con la ayuda del software Atlas.ti. Esto nos facilitó agrupar ordenadamente las expresiones de los actores en categorías, según lo sugerido por Martínez (2006), clasificando y etiquetando o codificando usando expresiones que mejor describan o contextualicen la información. Inicialmente, separamos la información en dos grupos, a saber, uno con los apuntes, exámenes e investigaciones, otro con los diarios y las transcripciones del grupo de discusión y las entrevistas. Esta separación se debe a que, en el primer grupo, obtendríamos información

sobre el trabajo matemático y el resto de las subjetividades sobre el proceso y sus aprendizajes. Así concebimos las primeras categorías, una sobre las producciones y otras sobre sus reflexiones, aunque estos no serían sus nombres definitivos. Intentamos dar luces del proceso de categorización.

En un segundo momento, dividimos la información sobre las producciones matemáticas en dos subgrupos, uno para lo que provenía de las investigaciones y otro con el resto de las experiencias. Al analizar los informes de investigación, identificamos que los estudiantes transitaron por fases al construir el trabajo; cada una se constituyó en subcategorías. Dentro del segundo subgrupo, identificamos razonamiento numérico, geométrico y algebraico; éstas conformaron el resto de las subcategorías. Valoramos la posibilidad de exhibir cómo aparecen diversas ideas matemáticas, de diversas áreas de la Matemática, que además se interconectan. Lo resaltamos como un aporte del presente artículo porque ejemplifica que es factible superar el paradigma del ejercicio integralmente.

Sobre el otro grupo de información, los estudiantes se expresaban sobre el proceso en general, sobre la Matemática, sobre su aprendizaje matemático y sobre sus investigaciones. Esto último complementaba los informes de investigación, por lo que ubicamos esto en la primera categoría. El resto de la información daba razones sobre la metamatemática y el metaaprendizaje matemático, lo cual conformó una segunda categoría.

Para la presentación de los resultados, en categorías, hicimos una triangulación siguiendo lo propuesto por Cisterna (2005), cruzando las citas textuales de los estudiantes, sus producciones y la teoría vigente.

INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

En el siguiente apartado presentamos los resultados del proceso de triangulación. Asumimos esta modalidad para presentar los resultados con la intención de dar mayor fuerza a la voz de los estudiantes y construir desde ella las conclusiones pertinentes. Siguiendo el principio de privacidad sugerido por Becerra (2006), hemos omitido los nombres de los participantes, quienes en adelante identificaremos como Actor 1, Actor 2 y así sucesivamente, hasta el Actor 9.

CATEGORÍA 1: TRABAJO MATEMÁTICO

Al analizar las producciones de los estudiantes, encontramos ideas matemáticas que pueden ser clasificadas como geométricas, algebraicas, numéricas, estadísticas, incluso transiciones y conexiones entre ellas. Además, obtuvimos información sobre cómo transitan desde el tema generador a las ideas matemáticas y cómo la información matemática les permite reflexionar sobre la situación y tomar una decisión, concluir su investigación o fijar una posición al respecto.

SUBCATEGORÍA 1: LAS PREGUNTAS QUE CONECTAN LA REALIDAD CON LA MATEMÁTICA

Los estudiantes, en sus informes de investigación y diarios de clase, se plantearon preguntas en relación al tema generador, las cuales conllevaban a contextos matemáticos. Si bien hacerse preguntas, en general, en el contexto real, no exhibe razonamiento matemático, las preguntas de cuantificación deben ser lógicas, pertinentes y razonables. Además, al plantearse estas preguntas, los estudiantes vislumbran una ruta de investigación.

Sobre el valor de estas primeras acciones, podríamos resaltar que las preguntas de los estudiantes muestran un perfil distinto al esperado de la enseñanza de la Matemática centrada en el paradigma del ejercicio (Skovsmose, 2000). Por el contrario, los estudiantes, al plantear preguntas, toman mayor protagonismo y dan a conocer sus preocupaciones e intereses.

Coincidimos con Silva (2010) en que hacerse preguntas, investigar y explicar deben ser tareas que se conviertan en nuevas costumbres dentro del aula de Matemática. Hacerse preguntas es algo natural, los adolescentes tienen inquietudes e intereses que deben tener cabida dentro de la escuela, sus preguntas deben orientar el hecho educativo para ser verdaderamente humanos e inclusivos. En palabras de Freire (1969), permitirles comprender su realidad. Por esto resaltamos la importancia de las preguntas y toma sentido esta subcategoría, porque nos permite detallar el salto del mundo real hacia el mundo matemático.

SUBCATEGORÍA 2: INVESTIGAR PARA INFORMARSE

El actor 2, en la entrevista, manifiesta: “empezamos a investigar para entender y si nos gustaba más el tema. Nos pusimos a investigar sobre lo que queríamos más”. Es decir, había una necesidad de investigar para poder comprender la temática y delimitar el trabajo con lo que más le interesaba saber. El actor 4, en su diario, describe dos eventos que complementaron sus investigaciones:

Actor 4: *Aprendí mucho en la charla que nos dio el Profesor Federico. Aclaré las dudas que tenía... la charla estuvo muy dinámica y vi que la mayoría de las cosas están muy relacionadas con el cambio climático.*

Actor 4: *Visitamos la sala de meteorología de la Universidad Marítima. Fue un día en el que aprendimos mucho sobre los huracanes... aclaré todas mis dudas y fue muy emocionante como monitorean los huracanes o las tormentas.*

Para el actor 4, estas actividades fueron relevantes dentro de su proceso investigativo porque le permitieron aclarar sus dudas y hallar relaciones entre los fenómenos y el cambio climático, además, fueron emotivas para él.

La fase de investigación debe surgir como una necesidad de los actores más que una tarea asignada. Consideramos que son ellos los que deben tomar las riendas de su investigación, como lo señalaba el actor 2 al principio, para que conozcan lo que más les interesa de la situación de estudio. El actor 3, en la entrevista, da detalles de cómo identificó ideas matemática en la información que recolectó:

Actor 3: *No fue directo, pues... primero comenzamos a investigar la teoría... después fue que nos metió la matemática por debajo y se relacionó... con el tema que escogimos con Matemática.*

Actor 3: *Cuando empecé a buscar estados de Venezuela que estaban más afectados por enfermedades vectoriales... y apareció que según los cálculos esto y esto y esto y entonces aparecía puros números y de repente ¡paf! La Matemática apareció. Entonces vi las estadísticas y yo: ¡esto es Matemática! Entonces aparecían las estadísticas de los estados y veía que en un año disminuía y en otro aumentaba. Pero siempre estaba la Matemática ahí, pues, así aumentara o no aumentara la Matemática estaba ahí.*

Es importante resaltar cómo este proceso va llevando a la aparición de los elementos matemáticos, porque invita al docente a estar muy atento para brindar el apoyo adecuado a los estudiantes. Esta aparición sutil de la Matemática es lo que el actor describe como “nos metió la matemática por debajo”, es decir, que fue sorpresivo. Este punto es muy importante, ya que esta expresión coloquial, típica en Venezuela, indica que el profesor no reveló las ideas matemáticas, sino que por medio de profundizar en la información que recolectaron, se identificaron estas ideas. Informarse para tener claridad sobre lo que discutirán en su investigación tiene relevancia ya que, en la medida que sepan sobre la temática, podrán problematizarla en términos matemáticos (Bassanezi & Biembengut, 1997).

Esto le da una importancia real a esta fase porque es lo que nos permite comprender cómo matematizan inicialmente los actores verbalmente; no hay un salto del mundo real al mundo matemático sin plantearse preguntas e informarse al respecto.

SUBCATEGORÍA 3: GRAFICAR INFORMACIÓN REAL Y SU PROCESAMIENTO

En la siguiente subcategoría analizamos las primeras representaciones producidas por los actores al procesar la información real desde donde emergieron las ideas matemáticas.

Actor 3: *A mí me gustó, también, la actividad sobre... las enfermedades vectoriales, la reproducción sexual, la economía de a pie y esas cosas... también lo pudimos reflejar con lo de Matemática. Este lapso fue prácticamente hacer gráficas porque todo tenía que ver con las gráficas, entonces si en algún momento de nuestras vidas nos dicen que hagamos una gráfica ya sabemos cómo hacerlo.*

Actores 2, 6 y 9: *Para saber cuál es el problema hemos representado con gráficas... por ejemplo: agua y luz, cable e internet, gas, educación, sueldo mínimo y cesta básica.*

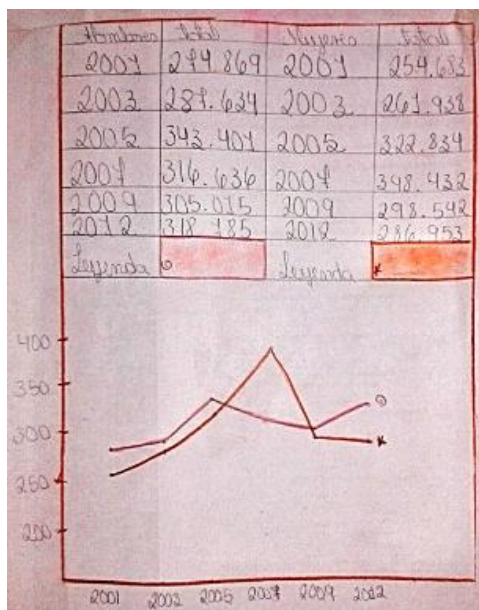
Actor 5: *Aprendí sobre los derechos sexuales y reproductivos, sobre los abortos seguros e inseguros, aprendí a hacer un diagrama circular y mejoré mis gráficas.*

El actor 3 indica que las representaciones gráficas fueron parte central de sus investigaciones, además, lo resalta como una habilidad importante. La importancia radica en ser una manera simplificada de mostrar la información para facilitar su comprensión, entrando al mundo matemático, así lo describen los actores 2, 6 y 9. Es una actividad que lleva a conocer diversos tipos de representación, como lo ejemplifica el actor 5.

En los trabajos de investigación observamos que el trabajo matemático se centra en la obtención y el procesamiento de datos. Una vez recolectada la información, los estudiantes realizaron la tabulación de la misma y posterior a ello la representación gráfica. En la Figura 1 vemos cómo el grupo de los derechos sexuales y reproductivos registra los datos con los cuales hizo su estudio, trabajó lo referente a los nacidos por sexo en los años 2001, 2003, 2005, 2009 y 2012. Hace una distinción de colores y agrega un símbolo para diferenciar ambas gráficas, demostrando así una representación adecuada de los datos.

Figura 1

Nacidos por sexo y por año



Dada la naturaleza de estos datos, obtenidos de la realidad en el contexto de estudio, podemos afirmar que la capacidad de procesar y representar datos es fundamental para estudiar situaciones reales (Silva, 2010). Estas representaciones abren la puerta a un estudio de las funciones reales y a profundizar en los procedimientos estadísticos, por ejemplo.

SUBCATEGORÍA 4: RAZONAMIENTO NUMÉRICO

El problema de los peces trata de cuatro especies que coexistían en un lago, una de las especies semanalmente se reducía a la quinta parte, otra se duplicaba, otra se triplicaba y otra se quintuplicaba. Asociamos la comprensión de esto con la operación correcta y con el razonamiento numérico, porque se activa la capacidad de operar números de una manera particular (Rico, 1996). En la Tabla 1 se muestra

cómo los estudiantes registran sus cálculos y se puede observar comprensión de lo que significaba duplicar, triplicar, quintuplicar y reducir a la quinta parte.

Tabla 1

Cantidad de peces por especie en función del tiempo

| Semana | Especie 1 | Especie 2 | Especie 3 | Especie 4 |
|--------|------------|-----------|-----------|-----------|
| 0 | 9765625 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1953125 | 2 | 3 | 5 |
| 2 | 390625 | 4 | 9 | 25 |
| 3 | 78125 | 8 | 27 | 125 |
| 4 | 15625 | 16 | 81 | 625 |
| 5 | 3125 | 32 | 243 | 3125 |
| 6 | 625 | 64 | 729 | 15625 |
| 7 | 125 | 128 | 2187 | 78125 |
| 8 | 25 | 256 | 6561 | 390625 |
| 9 | 5 | 512 | 19683 | 1953125 |
| 10 | 1 | 1024 | 59049 | 9765625 |
| x | 5^{10-x} | 2^x | 3^x | 5^x |

De esta ejemplificación del crecimiento exponencial se pasó al estudio formal de las funciones exponenciales. Los siguientes diálogos son tomados de los apuntes del actor 4.

Profesor: *¿Qué sucede si el valor de a es negativo?*

Actor 8: *No puede ser negativo porque ocurre tal problema, cuando el número es par no da, no existe.*

Profesor: *¿Qué pasa si a es 1?*

Actor 1: *Quedará igual a 1 porque siempre que elevan el número da 1.*

Sobre la respuesta a *¿Qué sucede si el valor de a es negativo?* Se evidencia la comprensión de número real. Los estudiantes reconocen el caso en que arroja un error o contradicción matemática. Hablan del caso donde el exponente es un número como un medio o un cuarto, a esto se refiere el actor al usar el término par. Con respecto a la pregunta *¿Qué pasa si a es igual a 1?* Los estudiantes muestran comprender que toda potencia de 1 será igual a 1. De hecho, pueden enunciarlo como una propiedad de este número.

Profesor: *¿Qué pasa si la base es mayor que 1?*

Actor 1: *Siempre va a ser creciente.*

Profesor: *¿Qué pasa si la base es un número entre 0 y 1?*

Actor 7: *Siempre va a ser decreciente porque la función disminuye.*

Ante la pregunta *¿Qué pasará si la base es mayor que uno?* Fue fácil para ellos darse cuenta que obtendríamos valores mayores. Si bien es cierto que la discusión se refiere a las funciones exponenciales, los estudiantes asocian sus respuestas con una sucesión de números bajo esta regla. Por esto, al responder a estas interrogantes, se activa el razonamiento numérico por pensar que ocurre con los números bajo esta operación.

Luego, sobre la pregunta *¿Qué pasa si la base es un número entre 0 y 1?* Para ellos fue más fácil pensar en la división, asociándola con el problema anterior sobre los peces. En este caso, comprendieron que corresponden a la forma 1 dividido entre algún número mayor. Entonces, al aumentar la potencia, estos valores disminuyen, como se puede leer en lo dicho por los actores.

Rico (1996) explica que el razonamiento numérico implica comprender las relaciones numéricas que abordan la iniciación a los procesos infinitos que dan lugar al sistema de los números reales y los principales conceptos del análisis, vistos desde una perspectiva numérica. Esta capacidad se ha puesto de manifiesto cuando los estudiantes manipulan los números y se les exige hacer ciertas operaciones implícitamente en el lenguaje. Es parte de esta capacidad comprender la operación que está actuando.

En la prueba sobre los créditos indexados propusimos preguntas que requieren razonar numéricamente (ver Anexo 1). Ante la pregunta *¿Cuánto debería ser el ingreso familiar para poder cubrir las cuotas?* El razonamiento aplicado por el actor 2 fue calcular las cuotas pagadas en el período de tiempo para el cual se le suministró información, tomar el monto máximo que debía cancelar y hacer una regla de tres para determinar el ingreso familiar.

Entendemos que este razonamiento es numérico porque se relaciona con manipular datos o valores numéricos dentro de un problema para precisar cuál emplear y cómo usarlo para resolverlo. Esto es lo que Rico (1996) llama estructuras numéricas.

En la siguiente pregunta de dicha prueba planteamos: *Si el ingreso familiar fuese un salario mínimo ¿Podría pagar por completo cada cuota?* El actor 1, al leer la información sobre el salario mínimo de la época y conociendo los valores de las cuotas que calcularon previamente, responde: “no, porque para poder pagar todas las cuotas necesitan un ingreso de 318.500 BsF, y en estos años el salario mínimo más alto es de 190.000”. El estudiante argumenta su razonamiento con información que previamente había calculado y establece relaciones de orden entre esto para decir que no es posible, ya que, “el máximo que ganan con sus ingresos de 190.000 BsF, y su 30% para pagar la cuota es 57.000 BsF”. Esta respuesta ejemplifica, nuevamente, la capacidad para comprender la información numérica y manipularla para dar respuesta a una pregunta.

geográfico para realizar el estudio. La localización de rectángulos se asocia con la habilidad para dibujar y representar, mencionada por Hoffer (1981), además de la habilidad de aplicar el conocimiento geométrico en el estudio de la realidad. En la Figura 4 presentamos el trabajo definitivo de este grupo de estudiantes.

Figura 4

Cartel de demarcaciones de la zona escolar



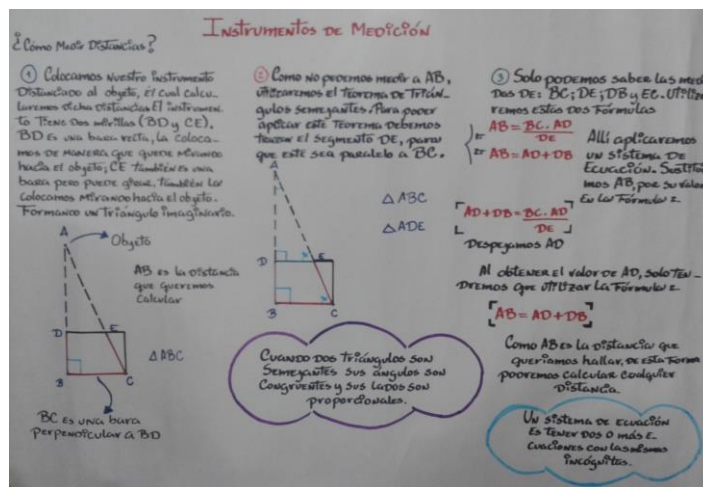
Los estudiantes tomaron la iniciativa de buscar una imagen satelital de la calle para tomar sus medidas, en proporción a la escala del mapa. Precisaron la información de la calle y especificaron el área de cada rectángulo que representa la demarcación necesaria; así lograron establecer el total de pintura necesaria.

El razonamiento geométrico se pone de manifiesto al crear una representación de la realidad geográfica e inicia el proceso de diseño, reconociendo y localizando figuras geométricas aplicando sus propiedades y características de manera adecuada. En términos de los niveles de Van Hiele (1957, 1959), podemos señalar que hay una capacidad de utilizar relaciones geométricas, como lo es el área y la proporcionalidad.

Por otra parte, en la actividad relacionada con instrumentos de medición para determinar la distancia entre objetos se alcanza un gran nivel de generalización y rigor, como se observa en la Figura 5.

Figura 5

Cartel de medición de distancias (Castro Hernández, 2020)



En este cartel, el actor 1 muestra que está trabajando con la localización de un objeto y la construcción geométrica de un triángulo, que llama imaginario, del cual utilizará sus propiedades para determinar la distancia; además, utiliza una representación gráfica para acompañar su planteamiento, por lo que podemos afirmar que su razonamiento geométrico le permite explicar con rigor sus ideas y representarlas de diversas maneras. Por otra parte, observamos cómo puede tratar los elementos geométricos de forma general cuando presenta los segmentos de su triángulo y que en el contexto real son barras.

El estudiante declara que lo intuitivo geoméricamente no es suficiente y requiere aplicar las propiedades geométricas del triángulo, es capaz de argumentar que usará una idea geométrica con rigor enunciando propiedades de los triángulos semejantes con las cuales proseguirá en la solución del problema. Esto muestra su capacidad de construir una demostración matemática sistemáticamente con ideas geométricas, ya que va justificando lo que hará de forma ordenada y lógica. Esto se corresponde con habilidades importantes para Hoffer (1981) que denomina lógicas y verbales. Su trabajo geométrico termina cuando establece la proporcionalidad entre los segmentos correspondientes y procede a manipular las medidas que él puede conocer para calcular la que desea. Esto lo analizaremos en la subcategoría del razonamiento algebraico.

El razonamiento geométrico que evidenciamos en este apartado tiene que ver con las capacidades de medir, localizar, diseñar y elaborar demostraciones con el rigor necesario del manejo de las ideas geométricas. En estos casos resaltaron las ideas de área y semejanza de triángulos. En ambos casos se manipuló correctamente la idea de proporcionalidad. Observamos la capacidad de emplear el lenguaje correcto y diversificar las representaciones de estas ideas entre el lenguaje natural, el lenguaje formal y las representaciones gráficas que orientan la secuencia lógica y sistemática con la que se presentan los resultados.

SUBCATEGORÍA 6: RAZONAMIENTO ALGEBRAICO

En la Figura 2, observamos al estudiante realizar una diferenciación entre los tipos de rectángulos que usará para las demarcaciones, en concreto usará cuatro tipos de rectángulos dentro del conjunto de todos los rectángulos. Esto, de acuerdo con Godino *et al.* (2012), da muestra de un nivel incipiente de algebrización.

Podemos asumir que la caracterización de cada tipo de rectángulo se refiere a una simbolización necesaria en el mundo matemático. Asimismo, en la figura se encuentran cálculos de proporcionalidad basados en el establecimiento de incógnitas contextualizadas, lo que, coincidiendo con Godino *et al.* (2014), se refiere a un nivel intermedio de algebrización.

Estas mismas características destacan de la tabla donde muestran sus resultados ya que, en la columna que etiquetaron total presentan resultados del área de cada tipo de rectángulo, multiplicado por la cantidad de rectángulos necesarios para la demarcación. Si bien no encontramos expresiones generales ni deducciones de fórmulas o ecuaciones, los estudiantes en el mismo contexto del problema operan de manera abstracta.

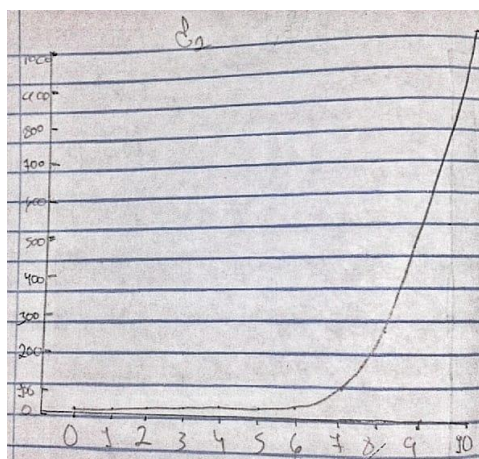
Por otra parte, analizaremos el problema abordado con los estudiantes sobre las especies de peces. En éste les solicitábamos construir una expresión para determinar la cantidad de peces para cada semana. Esta actividad es propia de la generalización y del razonamiento algebraico; como lo señala Dörfler (citado por Godino *et al.*, 2012), generalizar significa construir variables.

En la Tabla 1 detallamos las expresiones que determinaron los estudiantes sobre la variación de cada especie en la semana x . Estas expresiones surgen de estudiar la sucesión de números en cada columna como interpretando estos números como potencias de 2, 3 y 5 respectivamente. Esto es posible en un nivel de algebrización consolidado (Godino *et al.*, 2014).

Sobre este objeto algebraico, la sucesión o función, se construyó una representación en el lenguaje simbólico-literal, pero además se construyó una representación gráfica (Figura 6). Esto exhibe la capacidad para construir expresiones y representar comportamientos de forma gráfica.

Figura 6

Variación de la especie 2



El análisis de las preguntas sobre los parámetros de la expresión algebraica de la función exponencial puede interpretarse como el estudio de familias de funciones exponenciales. En las últimas preguntas se aborda el comportamiento de las funciones exponenciales de la forma a^x , si la base es mayor a 1 y si está en el intervalo de 0 a 1; como se puede ver, los actores se refieren a ellas como crecientes y decrecientes, respectivamente. Con base a lo anterior, podemos interpretar que los actores analizan lo que ocurre en familias de funciones basado en la variación válida del parámetro base.

Lo anterior está ligado con lo que Godino *et al.* (2015) denominan uso de parámetros y lo asocian con un nivel superior de algebrización, caracterizado por la discriminación del dominio y rango de la función paramétrica, es decir, la función que asigna a cada valor del parámetro una función o ecuación específica. En definitiva, podríamos decir que el estudio realizado sobre la función exponencial mostró que los actores involucrados entienden la base como un parámetro y que su variación corresponde a características específicas de las funciones resultantes.

Analizaremos ahora el estudio del actor 1 sobre la medición de distancias, partiendo de lo mostrado en la Figura 5. Esto de interés ya que, luego de su análisis geométrico y el establecimiento de relaciones algebraicas, dada la relación de semejanza entre los triángulos estudiados, señala que hay medidas que desconoce y todas éstas pasan a ser parámetros sobre los que actúa matemáticamente, con la fluidez que se puede observar en dicha figura. Esta manipulación de parámetros corresponde a un nivel superior del razonamiento algebraico planteado por Godino *et al.* (2015). Es importante resaltar que la comprensión del actor 1 se pone de manifiesto nuevamente cuando deja las soluciones expresadas en función de los valores que conocerá al realizar un estudio de campo.

SUBCATEGORÍA 7: INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS

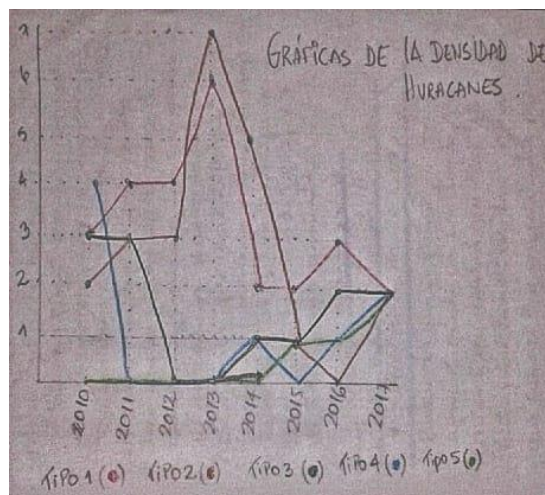
Analizaremos las acciones de los actores posterior a la realización de representaciones gráficas. Vale la pena resaltar las siguientes expresiones de los actores:

Actor 4: *La gráfica que presentamos dice que cada año va aumentando la categoría, pero también se ve que va disminuyendo. Como muestra la gráfica nos dice que en el año 2017 hubo 10 huracanes y en todas las categorías, o tipos, hubo 2 de cada una..., o sea, que en 2017 fue fuerte la temporada de huracanes, igual que en 2010. Aunque en el 2013 hubo 6 de tipo 1 y 7 de tipo 2, o sea, aumenta.*

Actor 5: *Estudiando los derechos sexuales y reproductivos en Venezuela, con el total de población desde 1999 hasta 2016, pude hacer una pirámide de población. Con la cantidad de mortalidad entre los 1-9 años de edad realicé una gráfica y pudimos notar que la mayor cantidad de muertes en niños ocurre entre 1 año o menos de 1 año. Con la cantidad entre 15 y 39 años pude realizar una gráfica, el cual, pude notar que la mayor cantidad de embarazos ocurre entre los 15 y 29 años de edad. También con el total de mujeres solteras, unidas, casadas, viudas y divorciadas hice un diagrama circular.*

Como se pudo notar en la subcategoría referida al procesamiento de información real, los actores realizaron diversas representaciones gráficas para estudiar la información recolectada sobre las situaciones de estudio. Luego, ocurre una interpretación de estas gráficas que acompaña este proceso de comprensión de la situación.

En la cita, el actor 4 muestra su interpretación de lo realizado en la representación gráfica que se muestra en la Figura 7. En este análisis, destacamos que comprende cuando la variable de la frecuencia aumenta o disminuye, además, compara las diferentes variaciones en el mismo gráfico. Podemos observar que su interpretación lo hace en el contexto de la situación de estudio.

Figura 7*Frecuencia de huracanes por temporada y tipo*

Por su parte, el actor 5 describe cómo las representaciones gráficas le ayudaron a comprender la situación. Interpretamos que luego de la elaboración de sus gráficas, hizo diversos análisis en distintas situaciones, como lo son la población por edad, la mortalidad infantil, el embarazo por grupo etario y cómo se distribuyen las mujeres según su situación conyugal. La elaboración de gráficas aproxima al estudiante a una mejor comprensión de la situación, mediante su interpretación del mismo. Esto lo reafirman los actores 2, 6 y 9, en su trabajo de investigación al decir “entendí cómo las cosas suben por las gráficas. Suben: la educación, el gas, la luz, el agua, el internet, etc.”.

En todos los casos presentados destacamos dos ideas importantes: la primera es que la representación gráfica de información real conlleva a un análisis de la misma en el contexto de la situación de estudio. Segundo, la importancia que tienen las representaciones gráficas del tipo cartesiana, circular y de frecuencia en el estudio de situaciones reales, o al menos las que emprendieron los actores, facilitan una comprensión de estos fenómenos y variaciones (Frankenstein, 2001; Silva, 2010).

SUBCATEGORÍA 8: REFLEXIONAR SOBRE LO INTERPRETADO

Analizamos expresiones de los actores sobre sus acciones luego de procesar la información matemáticamente y la interpretación de sus resultados en el contexto. En el trabajo de investigación sobre el cambio climático, encontramos una reflexión según su interpretación de las representaciones gráficas:

Actor 4: *Esta gráfica... representa cómo van variando las temperaturas globales con la concentración de CO₂, que es el dióxido de carbono. Bueno, lo que yo pienso es que cada año va aumentando por nosotros mismos, que somos los humanos... por las fábricas de electricidad, los vehículos, entre otros.*

Un elemento a resaltar es que, a la luz de las evidencias científicas, el actor 4 se expresa convencido de las consecuencias de las acciones humanas en el clima. Esto lo interpretamos como una crítica a la especie humana desde lo aprendido y su subjetividad con respecto al tema ambiental.

Por su parte, en relación con lo anterior, presentamos las reflexiones del actor 3 sobre las enfermedades vectoriales:

Actor 3: *Yo aprendí... hubo una pregunta... que era investigar cómo tratar de evitar las enfermedades vectoriales. Y entonces... aparecían varias... evitar que se empozaran aguas, evitar dejar basura, evitar dejar cuando se riegan las plantas, dejar agua empozada porque ahí es donde los zancudos dejan sus huevos... para poder reposar ahí y que al día siguiente nazcan, porque duran 24 horas que desarrollan sus huevos, son como 700 huevos que ponen ahí y ahí es donde se reproducen. Entonces, una manera de que el ser humano aprenda que no haya tantos zancudos en el mundo es que aprenda esos valores pues. Tratar de cuidar el ambiente haciendo que no haya tantos lugares con agua empozada, tratar que los lugares tengan agua por tuberías, agua potable porque si, y si no se hacen esas cosas, pues, se sigue dañando el ambiente más.*

Actor 3: *Yo lo compartí, pues, y vi la diferencia. Vi que mi abuelo dijo ¡miércoles YB!, tienes razón, esto es malo y fue como... un cambio, pues, entonces tratamos de recoger más agua, de cerrar los chorros, de recoger las cosas.*

La respuesta del actor 3 ante la interrogante se sustenta, lógicamente, en su interpretación de los datos. Además de esto, señala explícitamente la importancia del cuidado del ambiente.

En estos trabajos, los actores toman consciencia de la importancia del cuidado del ambiente y de la importancia de esto en la preservación de la vida, lo cual interpretamos como una alta consciencia ambiental, pero, además de esto, sensibilidad, porque promueven acciones para evitar seguir afectando las condiciones ambientales.

Por otro lado, de la investigación sobre la economía familiar surgen las siguientes reflexiones:

Actores 2, 6 y 9: *Las cosas más preocupantes son el cambio en los precios de: la luz, la comida, el gas, la educación y la cesta básica.*

Actor 9: *No es justo que una cosa valga un precio y para venderlos le pongamos más sólo para ganarle algo, no me parece.*

De estas citas debemos resaltar, en primer lugar, cómo las reflexiones emergen posterior a la interpretación de las representaciones matemáticas de la información y cómo éstas movilizan las subjetividades sobre los aspectos de la temática, en este caso social. La crítica social es un elemento a resaltar de este trabajo.

El tema de la justicia social, la denuncia a las irregularidades y la especulación es un punto común con la investigación sobre el problema del transporte público, como se puede leer en la siguiente cita:

Actor 8: *El pasaje debería ser uno solo, no deberían subirlo sólo porque lleguen otros transportes públicos a piratear. Deberían arreglar las carreteras para que los yeeps, autobuses o camionetas lleguen hasta la ruta donde deberían llegar. La gente no debería apoyar sinvergüenzura de los yeeps y no deberían pagar el pasaje más caro sólo porque el yeeps quiere.*

Los actores reflexionan con base a sus resultados y lo que interpretan de ellos. Estos resultados les lleva a preocuparse y a determinar que las variaciones que ocurren en estos fenómenos estudiados afectan esas situaciones. Estas reflexiones ocurren en el contexto de estudio, en el mundo real; ellos se expresan como seres humanos y como miembros de una sociedad. Consideramos importante acercar a los estudiantes a sus realidades locales como lo sugiere Freire (1969) y, en este mismo sentido, acercarlos a su relación con su sociedad según la invitación de Serrano (2009). Debemos valorar y resaltar la capacidad de los actores de criticar los problemas sociales que son cercanos a ellos, como la especulación, manteniendo una postura firme ante la justicia social.

SUBCATEGORÍA 9: CONCLUIR, DECIDIR O TOMAR UNA POSICIÓN

Abordamos las expresiones de los actores sobre sus conclusiones.

Actor 4: *Estas evidencias que existen en el cambio climático se reflejan matemáticamente en los aumentos o disminuciones de la temperatura en nuestra atmosfera terrestre, nuestro ecosistema se encuentra totalmente agravado, tanto así que se ha convertido en un asunto político internacional. Los cambios promedios del tiempo varían dependiendo de la radiación solar o lunar y la variación meteorológica a largo plazo. Las consecuencias son: aumento del nivel del mar, el calentamiento de los océanos, sequías, entre otros.*

Actor 4: *La conclusión de esta investigación es que humanamente somos culpables de una u otra forma de la destrucción de la capa de ozono o contaminación ambiental o calentamiento global.*

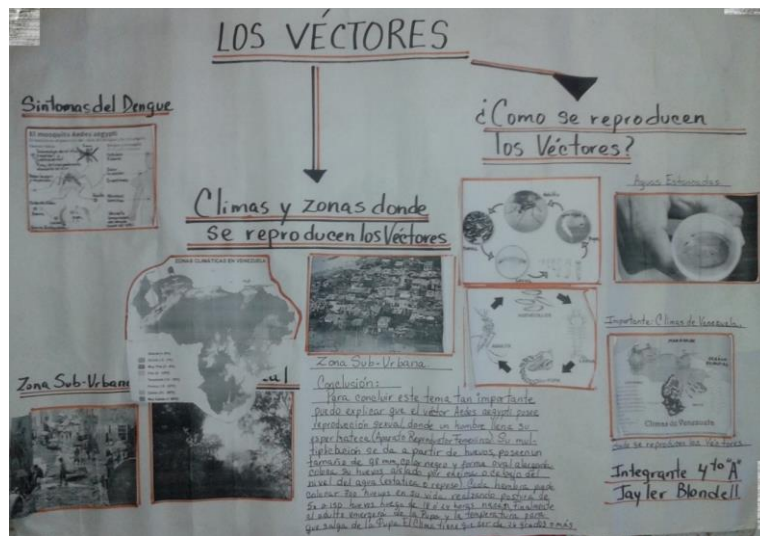
En estas expresiones se puede notar que el actor 4 alcanza una visión amplia de la problemática y que es la Matemática lo que permite reportarlo, al decir “se reflejan matemáticamente”. Además, esa primera cita muestra que lo que interpreta matemáticamente es pertinente y coherente con la situación real. Por último, es de resaltar que esta experiencia contribuye a su formación como ciudadano, alcanza una sensibilización ambiental, más allá de un acto de fe por la evidencia científica.

Actor 3: Para concluir este trabajo tan importante puedo explicar que el vector *Aedes aegypti* posee reproducción sexual, donde un hombre llena su espermateca (aparato reproductor femenino). Su multiplicación se da a partir de huevos, posee un tamaño de 0.88 mm, color negro y forma oval alargada. Coloca sus huevos aislado por encima o por debajo del agua (estática o reposo). Cada hembra puede colocar 700 huevos en su vida realizando posturas de 50 a 150 huevos. Luego de 18 o 24 horas nacen, finalmente el adulto emergerá de la pupa y la temperatura para que salga de la pupa, el clima tiene que ser de 26 grados o más.

Resaltamos el carácter científico del trabajo del actor 3. Esto debemos relacionarlo con las reflexiones exhibidas en la subcategoría anterior; es inseparable el aprendizaje de esta situación con la producción o transformación de subjetividades, en este caso la responsabilidad y sensibilidad ambiental. Se precia que su análisis del proceso de reproducción de los vectores les hace comprender que un elemento clave es la temperatura necesaria para tal fin, y por eso ve la necesidad de incorporar en su cartel definitivo el mapa de la República con su caracterización climática (Figura 8).

Figura 8

Cartel de enfermedades vectoriales



Por su lado, la investigación sobre la economía de a pie concluye:

Actores 2, 6 y 9: El petróleo es el sustento económico de Venezuela y a ser tan bajo, eso, da respuesta a toda la situación que está pasando el país.

Actores 2, 6 y 9: Soluciones... Que se recuperen los precios del petróleo es indispensable, pero no depende de Venezuela. Lo más importante es que Venezuela comience a producir para que no sólo dependa del petróleo y pueda exportar lo que produzca.

En este trabajo podemos observar cómo los actores interpretan la realidad económica familiar con la nacional, hay una comprensión crítica de la situación al entender que las economías particulares se ven afectadas por la problemática nacional. Entienden, además, la complejidad del asunto en la dependencia económica de la República del mercado petrolero mundial. La información interpretada matemáticamente les permite alcanzar esta comprensión y transformar sus subjetividades al respecto; esto fue común en todos los trabajos de investigación de los estudiantes.

Estas expresiones demuestran que sus conclusiones son pertinentes dentro del contexto de la situación estudiada, validando las mismas. Resaltamos en esta última idea el hecho de que los actores confirmaron mucha de la información que recolectaron, analizando matemáticamente los datos por sus propios medios. Un ejemplo de esto es el actor 4, quien trabajó sobre las evidencias del cambio climático, ya que sus conclusiones, después de analizar las variaciones de la temperatura global, la concentración de dióxido de carbono en la atmósfera y la frecuencia de los huracanes, confirman lo que había investigado previamente. En este mismo sentido, los actores que investigaron sobre la economía de a pie comprendieron la variación de los precios y el deterioro de la economía nacional en mayor dimensión, al estudiar estas variaciones y sus conclusiones se orientan a estos elementos que previamente habían encontrado en las fuentes consultadas.

Este punto es fundamental. De hecho, es la razón de ser y lo deseado de estas experiencias, al ser un tema construido desde sus intereses, desde situaciones que les preocupa o les afecta.

CATEGORÍA 2: METAAPRENDIZAJE MATEMÁTICO Y METAMATEMÁTICA

Analizaremos las expresiones de los actores tomadas en las entrevistas al preguntar sobre qué valor tiene para ellos saber Matemática:

Actor 3: *El estudiante, también, no sólo debe enfocarse en lo teórico, sino, también, como usted dice, la Matemática y la Realidad.*

Actor 2: *Porque la Matemática está en todo, todo tiene que ver con Matemática. Son cosas que están en nuestra vida diaria. Entonces es muy importante saber de ella.*

Actor 1: *Para mí, saber Matemática es, o sea, no sólo es resolver ejercicios y problemas, no. Creo que donde tú encuentras a una persona que sabe realmente Matemática es porque puede aplicarlo en cualquier caso real o en, sí, en cualquier caso real, en algo cotidiano, en algo que pueda pasar diariamente. Bueno, la importancia de la Matemática es que es algo que vemos en lo cotidiano, entonces es algo que debemos saber lo suficientemente, tenemos que tener el máximo conocimiento que sea posible, ya sea sumar, restar y hasta multiplicar, conocer de gráficas, promedios y todas estas cosas.*

Actor 3: *Profesor, yo creo que, saber Matemática, si uno no sabe Matemática es como estar perdido en el mundo, porque en algún momento de la vida, y si no lo sabes, ¿cómo vas a saber algo? ¿cómo vas a utilizar algo si no lo aprendiste? Si no*

aprendiste a utilizarlo, ¿cómo lo vas a utilizar? Entonces, necesitas un proceso en el que vas aprendiendo hasta llegar a un momento en que dices, ya va, voy a utilizar las ecuaciones. Llegó un momento que durante todo el lapso en que usé las ecuaciones. Llegará un momento de tu vida donde, ah mira, tengo ecuaciones y me acuerdo en este momento, me acuerdo cuando me explicaron eso y puedes resolver las ecuaciones o cualquier cosa.

El actor 3 (en la primera cita) y el actor 2 hablan de la importancia de aprender Matemática, lo cual debemos resaltar como un acto de consciencia y de madurez académica, ya que no sólo se valora a la Matemática como herramienta para estudiar la realidad, sino también se valora aprender de ella.

Esto se amplía en las citas siguientes. Podemos notar la comprensión que tienen los actores del aprendizaje matemático y su importancia. Dan valor al conocimiento matemático y éste tiene un sentido metamatemático y sobre el metaaprendizaje matemático. El actor 3 mencionó que, en su opinión, era necesario saber la mayor cantidad de Matemática posible, dada su importancia en el estudio de la realidad.

En estas citas podemos observar cómo los actores se refieren a la Matemática. Asocian la realidad como una característica propia, como un área donde la Matemática interviene en la solución de problemas. Saber Matemática, en el sentido en que lo entienden los actores referidos, tiene relevancia en la comprensión de la realidad y así una relevancia social. Además, podemos notar una alta valoración del aprendizaje matemático y del para qué aprender Matemática, por lo cual se relaciona con el metaaprendizaje matemático. Estas reflexiones toman valor porque van de la mano de las producciones y sus subjetividades. Es vital validar las expresiones de los estudiantes con sus capacidades, nos hablan de su empoderamiento y su consciencia.

CONCLUSIONES

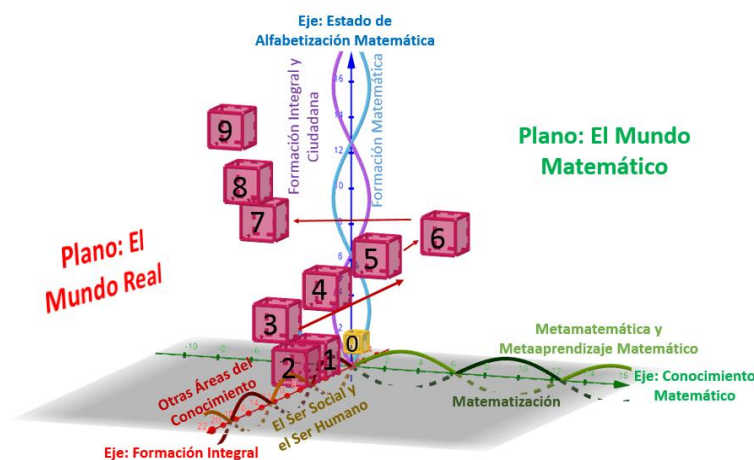
Las experiencias de Alfabetización Matemática que presentamos en este artículo ejemplifican cómo desde los intereses de los estudiantes, sus realidades y los objetivos de la nación se transita a las ideas matemáticas, haciendo vivir la relación Matemática y Realidad, complementando el plan de estudio. Cada experiencia fue un espacio para la construcción de conocimiento, evitando ser visto como la revisión de los mismos (Castro Hernández, 2021; Moya, 2008). Mostramos todas las experiencias con la intención de ejemplificar que es posible diversificar la naturaleza de las actividades en cada lapso del año escolar y aprovechar la información obtenida sobre los intereses de los estudiantes. Además, que es posible armonizar las investigaciones desde la realidad con el desarrollo de ideas matemáticas intramatemáticamente.

En atención al objetivo propuesto, presentamos inicialmente en este artículo una discusión al respecto donde declaramos: (1) lo matemático, lo metamatemático y el metaaprendizaje matemático, y (2) la formación ciudadana e integral como ser humano y como ser social, las dimensiones de dicho análisis y a los cuales podemos aproximarnos desde la valoración de sus producciones y sus subjetividades.

Al analizar las producciones de los estudiantes encontramos fases en común, donde ellos transitan desde el tema generador al mundo matemático para comprender la situación. Además, reflexionan sobre los resultados obtenidos y deciden o toman una postura con base a lo estudiado. Estas fases las hemos representado en la Figura 9. El avance en el proceso de Alfabetización Matemática se ve determinado por dos componentes que se entrelazan: la formación matemática y la formación integral-ciudadana. El eje del Conocimiento Matemático entorcha las propias capacidades matemáticas, la habilidad de matematización y lo referente a la metamatemática y al metaaprendizaje matemático. Por otra parte, el eje de la Formación Integral entorcha la toma de consciencia como Ser Social y la sensibilización como Ser Humano con el aprendizaje de otras áreas del conocimiento.

Figura 9

Fases del proceso de resolución de problemas reales



Leyenda. 0: Aprendizaje tradicional de la Matemática. 1: Interesarse por un tema. 2: Hacerse preguntas. 3: Investigar para informarse. 4: Identificar elementos matemáticos. 5: Representar matemáticamente. 6: Estudiar las ideas matemáticas. 7: Interpretar los resultados matemáticos. 8: Reflexionar en el contexto de la situación. 9: Concluir, tomar una decisión o fijar una posición.

Las preguntas de los estudiantes y los espacios innovadores que vivieron para informarse, como discusiones, reuniones, charlas y visitas, son valorables al ser complementarias a las estrategias de recolección de información tradicionales en la escuela. Estos momentos iniciales reconfiguraron la práctica por su carácter dialógico; las preguntas de los estudiantes y la información que recolectaron delimitó y direccionó sus investigaciones. Cabe mencionar que estos estados se encuentran contenidos en el plano del mundo real y la recolección de información implica un avance real en la Alfabetización Matemática.

El procesamiento de la información recolectada implicó la identificación de elementos matemáticos. Las producciones de los actores exhiben sus avances en la representación gráfica y estadística de los datos que emergen del contexto de estudio, así como también, representaciones de objetos e ideas matemáticas que son operadas por los actores en la resolución de problemas matemáticos, dando muestra de su razonamiento numérico, geométrico y algebraico. Este procesamiento de información y representación es la activación de la habilidad de matematización horizontal. Las

representaciones conseguidas anteriormente son tratadas con las ideas matemáticas, lo cual implica la activación de la habilidad de matematización vertical.

Los actores interpretaron sus resultados matemáticos dentro del contexto de estudio e inician una fase de reflexión, para concluir definitivamente, tomar una decisión o fijar una posición. Ellos demuestran su vinculación con el proceso investigativo y que sus conclusiones son pertinentes dentro de la situación estudiada, validando las mismas. Como pretendemos mostrar en la figura anterior, avanzar en la Alfabetización Matemática pasa por la capacitación de la resolución de problemas reales y transformación del individuo, formado matemáticamente para atender las situaciones que sean de su interés, pero también aquellas situaciones que le afecten o a la sociedad.

Por otra parte, las subjetividades nos llevaron a conocer los avances metamatemáticos y del metaaprendizaje de los estudiantes, además de la concienciación como ser humano y como ser social. Los actores alcanzaron un alto nivel de comprensión de la relación de la Matemática con la realidad. Toman consciencia de la importancia de aprender Matemática, lo cual debemos resaltar como un acto de madurez académica, ya que no sólo se valora a la Matemática como herramienta para estudiar la realidad, sino también se valora aprender de ella.

Las experiencias de Alfabetización Matemática acercaron a los actores a la realidad de las comunidades que habitan, los hizo reconocerse como miembros y actores de ella, critican los problemas tomando una postura ante la justicia social, el valor de la vida y la protección del ambiente. Esto exhibe la relación entre las producciones y las subjetividades.

En la medida en que el estudiante transita las fases descritas, se sensibiliza y concientiza frente a la situación de estudio, se convence de la importancia de la Matemática como herramienta humana para la resolución de problemas reales y la de su aprendizaje. Esta sensibilización y/o concientización es la que resignifica el acto educativo en humano y Liberador, es lo que garantiza que la tarea no se hace por cumplir, sino que tiene un valor, un significado. Es así como cobra sentido para los estudiantes alfabetizarse matemáticamente.

En definitiva, la Alfabetización Matemática sobre los principios que hemos mencionado a lo largo de este trabajo: considerando al estudiante un protagonista del proceso y un actor con el cual dialogar permanentemente, vinculando sus intereses con el contexto y los planes de la nación en la generación de las experiencias, transformando el aula en un ambiente democrático, no es una utopía. De hecho, es el camino para formar al ciudadano para comprender, reflexionar y tomar una postura ante la realidad y situaciones que pretendan afectar a la sociedad que habite de manera razonada. Es posible fomentar la crítica social y la sensibilidad por la vida humana y la Madre Tierra; es un proceso de concienciación del hombre, de su posición en el mundo por la transformación hacia una sociedad más justa, igualitaria y democrática, convirtiendo a la educación en el proceso fundamental para consagrar los sueños de los Pueblos de Nuestra América.

ACLARATORIAS

El autor no tiene conflicto de interés que declarar. El artículo ha sido financiado con recursos propios del autor.

REFERENCIAS

- Alvarado, L., & García, M. (2008). Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas. *Sapiens*, 9(2), 187-202.
- Araújo, J. L. (2009). Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Avila, A. (2013). La alfabetización matemática y su relación con el intercambio comercial, la escolaridad elemental y el trabajo. *Bolema*, 27(45), 31-53. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000100003>
- Bassanezi, R., & Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: una antigua forma de investigación - un nuevo método de enseñanza. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (32), 13-25.
- Becerra, R. (2006). *La formación del docente integrador bajo un enfoque interdisciplinario y transformador* [tesis doctoral no publicada, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas].
- Becerra, R., & Moya, A. (2010). Investigación-acción participativa, crítica y transformadora. Un proceso permanente de construcción. *Integra Educativa*, 3(2), 133-156.
- Biggs, J. B. (1985). The role of metalearning in study processes. *British Journal of Educational Psychology*, 55(3), 185-212. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.1985.tb02625.x>
- Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Paidós.
- Carr, W., & Kemmis, S. (1988). *Teoría crítica de la enseñanza*. Martínez Roca, S. A.
- Castro Hernández, J. (2020). Los intereses de los estudiantes en un proceso democrático de alfabetización matemática. *Paulo Freire. Revista de Pedagogía Crítica*, (23), 108-134. <https://doi.org/10.25074/07195532.23.1642>
- Castro Hernández, J. (2021). La generación del conocimiento: matemática y realidad. En experiencias de alfabetización matemática. *RIPEM - Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, 11(2), 219-249. <https://doi.org/10.37001/ripem.v11i2.2427>

- Cisterna, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Theoria*, 14(1), 61-71.
- De Lange, J. (2003). Mathematics for literacy. En B. L. Madison, & L. A. Steen (Eds.), *Quantitative literacy: Why numeracy matters for schools and colleges* (pp. 75-89). National Council on Education and the Disciplines.
- Elliott, J. (2010). *La investigación-acción en educación*. Ediciones Morata, S. L.
- Frankenstein, M. (2001). Reading the world with math: goals for a critical mathematical literacy curriculum. En *Proceedings of the Eighteenth Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers Inc.* (pp. 53-65). The Australian Association of Mathematics Teachers Inc.
- Freire, P. (1969). *La educación como práctica de la libertad*. Siglo Veintiuno Editores.
- Freire, P. (1970). *Pedagogía del oprimido*. Siglo Veintiuno Editores.
- Godino, J., Aké, L., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 199-219. <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.965>
- Godino, J., Castro, W., Aké, L., & Wilhelmi, M. (2012). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Bolema*, 26(42), 483-511. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000200005>
- Godino, J., Neto, T., Wilhelmi, M., Aké, L., Etchegaray, S., & Lasa, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (8), 117-142. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.105>
- Hernández, O. (2008). La subjetividad desde la perspectiva histórico cultural: un tránsito desde el pensamiento dialéctico al pensamiento complejo. *Revista Colombiana de Psicología*, 17, 147-160.
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18. <https://doi.org/10.5951/MT.74.1.0011>
- Jablonka, E. (2003). Mathematical literacy. En A. J. Bishop, M. A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. K. S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (pp. 75-102). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-010-0273-8_4

- Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de Investigación en Psicología*, 9(1), 123-146. <https://doi.org/10.15381/rinvp.v9i1.4033>
- Melero, N. (2011). El paradigma crítico y los aportes de la investigación acción participativa en la transformación de la realidad social: un análisis desde las ciencias sociales. *Cuestiones Pedagógicas*, 21, 339-355.
- Moya, A. (2008). *Elementos para la construcción de un modelo de evaluación en matemática para el nivel de educación superior* [tesis doctoral no publicada, Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Instituto Pedagógico de Caracas].
- Rico, L. (1996). *Pensamiento numérico*. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en educación matemática. XX aniversario del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN* (pp. 27-54). Grupo Editorial Iberoamérica.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *PNA*, 1(2), 47-66.
- Serrano, W. (2009). *La educación matemática crítica en el contexto de la sociedad venezolana: hacia una filosofía y su praxis* [tesis doctoral, Universidad Central de Venezuela]. Saber UCV: Repositorio Institucional de la Universidad Central de Venezuela. <http://hdl.handle.net/10872/5255>
- Silva, D. (2010). De lo real a lo formal en matemática. *Integra Educativa*, 3(2), 157-178.
- Skovsmose, O. (1997). Competencia democrática y conocimiento reflexivo en matemáticas. *Revista EMA*, 2(3), 191-216.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Una Empresa Docente.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, 6(1), 3-26.
- Skovsmose, O. (2008). Mathematical literacy and globalisation. En B. Atweh, A. C. Barton, M. C. Borba, N. Gough, C. Keitel, C. Vistro-Yu, & R. Vithal (Eds.), *Internationalisation and Globalisation in Mathematics and Science Education* (pp. 3-18). Springer.
- Steen, L. A., Turner, R., & Burkhardt, H. (2007). Developing mathematical literacy. En W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 285-294). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_30
- Valero, P. (2012). En medio de lo global y lo local: las políticas de la reforma en la educación matemática en una sociedad globalizada. En P. Valero, & O. Skovsmose (Eds.), *Educación*

matemática crítica: una visión socio-política del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas (pp. 83-105). Ediciones Uniandes.

Van Hiele, P. (1957). *El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría* [tesis doctoral no publicada, Universidad Real de Utrecht].

Van Hiele, P. (1959). El pensamiento del niño y la geometría. *Bulletin de l'Association des Professeurs Mathématiques de l'Enseignement Public*, 198, 199-205.

Varsavsky, O. (1969). *Ciencia, política y cientificismo*. CEAL.

Zabalza, M. (2004). *Diarios de clase. Un instrumento de investigación y desarrollo profesional*. Narcea.

Cómo citar este artículo:

Castro Hernández, J. (2022). El estado de la alfabetización matemática: análisis desde las producciones y las subjetividades. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, 2(3), e202210. <https://doi.org/10.54541/reviem.v2i3.31>

ANEXOS

Anexo 1*Prueba escrita sobre los créditos indexados*

República Bolivariana de Venezuela
Ministerio del Poder Popular para la Educación
Unidad Educativa Privada Mariscal Sucre
Cuarto Año – Sección A

Prueba Escrita

Estudie la siguiente situación, según los datos extraídos de la Sentencia 85-2002 de la Sala Constitucional de Tribunal Supremo de Justicia de la República Bolivariana de Venezuela, que se presenta a continuación:

A los esposos Cesar Antonio Balsarini y María Luz Dora Aguilar, la entidad financiera “Casa Propia Entidad de Ahorro y Préstamo C.A.” les otorgo un préstamo de 14 millones de bolívares para la adquisición de un apartamento el 14 de agosto de 1997. El crédito mencionado tuvo las siguientes características:

Mensualmente la pareja puede pagar un monto máximo del 30% de sus ingresos. El crédito no puede superar el 65% del valor del inmueble. El tiempo máximo para pagar dicho préstamo es de 20 años. En caso de que el 30% del ingreso familiar sea menor a la cuota que debe pagar la diferencia no pagada se suma a lo adeudado por el préstamo inicial y se recalcula automáticamente la próxima cuota.

Dicha pareja realizó pagos al crédito durante las fechas: el 14 de agosto de 1997 al 21 de agosto de 2001. Bajo los siguientes intereses.

| Tasa de Interés | | | | | |
|-----------------|------|------|------|------|------|
| Meses | 1997 | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 |
| Enero | | 21,5 | 36,7 | 23,8 | 20 |
| Febrero | | 29,5 | 35,1 | 22,1 | 21,8 |
| Marzo | | 30,8 | 30,6 | 19,8 | 19,5 |
| Abril | | 32,3 | 27,3 | 20,5 | 18,5 |
| Mayo | | 38,2 | 24,8 | 19 | 18,9 |
| Junio | | 38,8 | 24,8 | 21,3 | 19,4 |
| Julio | | 53,3 | 23 | 19 | 24,8 |
| Agosto | 19,9 | 51,3 | 21 | 21,6 | 24,7 |
| Septiembre | 18,7 | 63,8 | 21,1 | 19,6 | |
| Octubre | 18,3 | 47,1 | 21,7 | 21,9 | |
| Noviembre | 18,7 | 42,7 | 23 | 20,5 | |
| Diciembre | 21,1 | 39,7 | 22,7 | 18,9 | |

Desconocemos el ingreso familiar por mes de la mencionada pareja. Pero podemos saber que durante los años 1997 y 2001 los salarios mínimos en Venezuela fueron los siguientes:

| Fecha de Aumento | Salario Mínimo |
|------------------|----------------|
| 20-06-1997 | 75000 bs. |
| 01-05-1998 | 100000 bs |
| 01-05-1999 | 120000 bs |
| 01-05-2000 | 144000 bs |
| 01-05-2001 | 158400 bs |
| 01-05-2002 | 190080 bs |

Realice la representación gráfica de la variación de la tasa de interés por mes desde agosto de 1997 a agosto de 2001.

Si el 30% del ingreso familiar permitiese pagar la cuota de cada mes, a la fecha del 21 de agosto de 2001 dicha pareja ¿habría terminado de cancelar el crédito? ¿Cuánto habría pagado? ¿Cuánto tendría que se su ingreso para que esto sea posible?

Si el ingreso familiar fuese de un salario mínimo, ¿Podría pagar por completo cada cuota mensual? A la fecha del 21 de agosto de 2001 ¿habrían cancelado por completo el crédito? ¿Cuánto habrían pagado? Represente gráficamente la variación de los montos a pagar en cada cuota y la variación de lo cancelado por la pareja en cada mes. ¿Qué concluye?

La familia mencionada fue una de las víctimas de dichos créditos ya que luego de la última cuota cancelada, el 21 de agosto de 2001, habían cancelado 19753232 bolívares y seguían debiendo 22430000. ¿Cree que para esta familia era posible terminar de pagar el crédito en estas condiciones? De una opinión sobre esta situación.

Realice la lectura titulada: La muerte de los Créditos Indexados. Conociendo que el caso mencionado anteriormente no fue el único en el país para esas fechas. De una opinión al respecto. ¿A quiénes beneficiaban este tipo de créditos? ¿Cuál era el fin de los mismos? ¿Qué cree usted que ocurriría con las familias al terminar el tiempo de 20 años para pagar estos créditos?



Copyright © 2022. Johan Castro Hernández. Esta obra está protegida por una licencia [Creative Commons 4.0. International \(CC BY 4.0\)](#).

Usted es libre para Compartir —copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato— y Adaptar el documento —remezclar, transformar y crear a partir del material— para cualquier propósito, incluso para fines comerciales, siempre que cumpla la condición de:

Atribución: Usted debe dar crédito a la obra original de manera adecuada, proporcionar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios. Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que tiene el apoyo del licenciante o lo recibe por el uso que hace de la obra.

[*Resumen de licencia - Texto completo de la licencia*](#)