



## **Creencias y una aproximación de la concepción de un profesor de pre-cálculo sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial**

Iván **Velásquez** Millones  
Sección Matemática, Universidad Peruana de Ciencias  
Perú

[Ivan.velasquez@pucp.pe](mailto:Ivan.velasquez@pucp.pe)

Norma **Rubio** Goycochea  
Pontificia Universidad Católica del Perú  
Perú

[nrubio@pucp.edu.pe](mailto:nrubio@pucp.edu.pe)

### **Resumen**

Esta investigación identifica la naturaleza de las creencias y una aproximación a la concepción de un profesor en la enseñanza de función exponencial en un curso de pre-cálculo. Se analizan las prácticas matemáticas desarrolladas y se aplica una entrevista semiestructurada y un cuestionario que surgen del análisis de las prácticas. Para el análisis de las prácticas se utiliza el análisis didáctico que lo proporciona el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición Matemática (EOS). La metodología es de tipo cualitativa descriptiva. Este análisis de las prácticas y el análisis de la entrevista y cuestionario, permiten identificar las creencias y una aproximación a la concepción del profesor. Desde nuestro punto de vista, estas creencias hacen que los alumnos aprendan a tabular y graficar funciones exponenciales.

*Palabras clave:* creencias, concepciones, profesor, proceso de enseñanza, aprendizaje, educación, matemática.

### **Introducción**

En los últimos años los estudios dirigidos hacia el pensamiento del profesor en el aula ha ido teniendo un creciente interés en los investigadores y didactas, Pino (2013). Entre estos estudios resalta el análisis de las prácticas del profesor y las investigaciones de las creencias y concepciones que tienen los profesores de un determinado objeto matemático. Por otro lado, la

función exponencial es un tema que está presente en el currículo de muchas carreras de ingeniería, medicina, biología, etc., dada su variedad de aplicaciones no solo en crecimiento poblacional, sino también en el análisis y modelación de fenómenos en diversidad de campos Vargas (2012).

Así también autores como Clark y Peterson (1986, citado en Handal, 2003, p.47) precisan que en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, las creencias actúan como filtro al momento de la toma de decisión por parte del profesor. Así mismo algunos autores afirman que estas creencias influyen en el aprendizaje de los estudiantes (Linares, 1989; Thompson, 1992; Flores, 1998, Perry, 1968 cit. En Rodríguez 2005). De esta forma estas creencias parecen ser muy fuertes como para facilitar o dificultar la implantación de las reformas educativas.

Este trabajo se enmarca dentro de la línea de la formación del profesorado que nos permite describir y comprender la enseñanza de la matemática del profesor dentro del aula.

Estas inquietudes y la falta de investigaciones en el Perú sobre el análisis de las prácticas de los profesores sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial, nos formulamos las siguientes preguntas de investigación: ¿Cuáles son las creencias de los profesores de pre-cálculo acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial? y ¿cuál es la naturaleza de estas creencias? Para ello nuestro objetivo del proyecto es: Analizar las creencias de los profesores sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial en cursos de pre-cálculo.

### **Marco Teórico**

**Creencias y concepciones.** Existe una diversidad de investigaciones que se refieren a estos términos, desde diferentes posturas, pero no hay un consenso sobre su significado. Sin embargo en esta investigación, para concepción, nos basaremos de Thompson (1992, citado en Ponte, 1999) quien dice que una concepción es un sistema organizado de creencias. Por otro lado el término creencia lo tomaremos en el sentido de Pierce, como la disposición para la acción.

**Enfoque Ontosemiótico de la Cognición Matemática (EOS).** En el EOS se considera a los significados personales como las prácticas que hace la persona y las que haría en otras instituciones. Además, se señala que los significados personales son el sistema de prácticas que realiza una persona, mientras que los significados institucionales son los significados compartidos en el seno de una institución para resolver un tipo de situaciones-problemas. Godino, Batanero y Font (2008), proponen 6 categorías que son útiles para el análisis de proyectos y experiencias de enseñanza, estas categorías se resumen en la *Fig. 1*. De acuerdo con estos autores, la idoneidad de una dimensión, no garantiza la idoneidad global del proceso de enseñanza-aprendizaje.

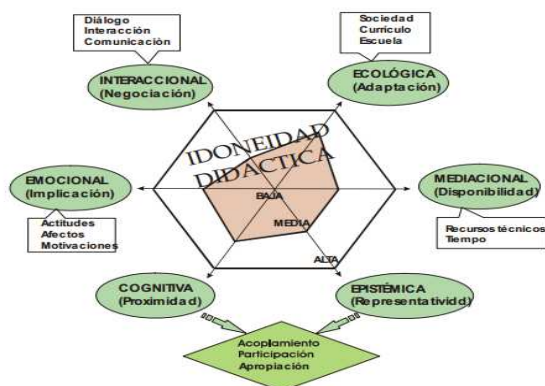


Figura 1. Idoneidad Didáctica, tomado de Godino (2011, p.6).

**El análisis didáctico.**- El análisis didáctico es una herramienta que nos brinda el EOS para describir las prácticas realizadas, para analizarlas e incluso para mejorarlas. Este último no es parte de nuestra investigación ya que lo que buscamos es identificar las creencias y una aproximación de la concepción que tienen los profesores en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial. En el EOS, el análisis didáctico ha sido utilizado para encaminar el análisis de los contenidos de las matemáticas que se realiza al servicio de la organización de su enseñanza en los sistemas educativos.

**Primer Nivel.**- Configuración de objetos emergentes del sistema de prácticas.- Siguiendo a Godino, Batanero y Font (2008), para llevar a cabo una determinada práctica e interpretar los resultados, es necesario activar ciertos conocimientos. Entre los componentes del conocimiento para realizar y evaluar la práctica, que permite realizar una determinada situación-problema, se identifican el uso de lenguajes (verbales y simbólicos), que son la parte ostensiva de los conceptos, proposiciones y procedimientos que participan en la elaboración de argumentos para decidir si las acciones son satisfactorias.

### Metodología

A continuación presentamos el resumen de las seis fases de esta metodología que es de tipo cualitativa, tomadas en cuenta por Latorre (1997).

Fases del proceso	
<b>Exploratoria</b>	Identificación del problema Revisión documental y perspectiva teórica
<b>Planificación</b>	Selección del escenario y estrategia de investigación Redefinición del problema y cuestiones de investigación
<b>Entrada al escenario</b>	Negociación del acceso y selección de los participantes Papeles del investigador y muestreo intencional
<b>Recojo y análisis de la información</b>	Estrategias de recojo de información Técnicas y análisis de la información
<b>Retirada del escenario</b>	Finalización y recojo de la información Negociación de la retirada y análisis intensivo de la información
<b>Elaboración del informe</b>	Tipo de la información Elaboración del informe

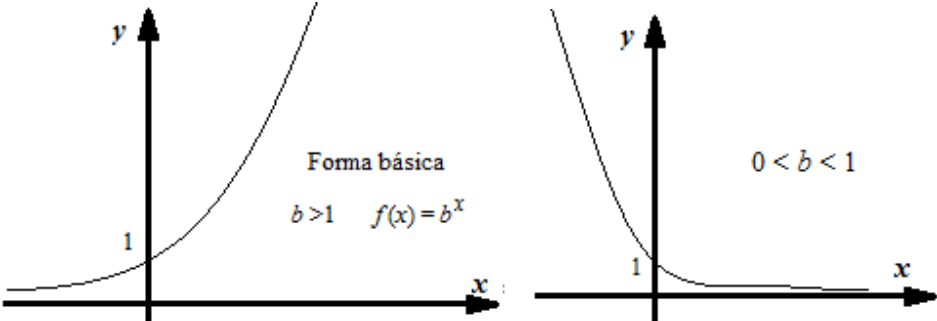
Figura 2. Fuente propia, basado en Latorre (1997, p.206).

A continuación presentamos la configuración cognitiva de una de las prácticas de un profesor sujeto de este estudio. Las demás configuraciones las presentamos en el Apéndice.

**PRÁCTICA 1:** Construye la gráfica de la función  $f(x) = a \cdot b^{x-h} + k$

Tabla 1

Esquema de configuración.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Análisis de la función $f(x) = a \cdot b^{x-h} + k$ como una función exponencial.
Lenguaje
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Verbal: funciones especiales, asíntotas, ecuación de una asíntota, corte, <math>(h,k)</math>, eje <math>x</math>, eje <math>y</math>, plano cartesiano, función racional, curva racional, tabulación, sistema de coordenadas, infinito, creciente, decreciente, forma básica, forma general.</li> <li>✓ Gráfico</li> </ul> 
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Simbólico: <math>f(x) = b^x</math>, <math>f(x) = ab^{x-h} + k</math>, <math>y = k</math>, A.H., <math>b &gt; 1</math>, <math>0 &lt; b &lt; 1</math></li> </ul>
Conceptos
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Conceptos previos: Vértice, centro, curva, intersección, dominio, rango, función racional, curva racional función estrictamente creciente, función creciente, función decreciente, punto de corte, dominio natural.</li> <li>✓ Conceptos emergentes: Forma básica de la función exponencial.</li> </ul>
Proposiciones
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Esta función (función exponencial) presenta solamente una asíntota horizontal.</li> <li>✓ <math>y=k</math> es una asíntota horizontal.</li> </ul>
Procedimientos
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Compara la función <math>f(x) = ab^{x-h} + k</math> con la forma <math>f(x) = b^x</math>.</li> <li>✓ Análisis de las letras <math>h</math> y <math>k</math>.</li> </ul>
Argumentos
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ La asíntota horizontal las vas a obtener de <math>k</math></li> <li>✓ Una vez que grafiquemos la asíntota horizontal, vamos a estar en condiciones de poder graficar la función exponencial.</li> </ul>

A continuación presentamos las creencias que se obtuvieron a partir del análisis de las prácticas, además presentamos una aproximación de la concepción del profesor de pre-cálculo sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función exponencial.

**Tabla de Creencias**

Tabla 2

Lista de creencias sobre el proceso de enseñanza de la función exponencial del profesor.

---

➤ La Forma básica de la función exponencial, tiene la forma $f(x)=b^x$ , donde $b$ esta entre cero y uno o $b$ es mayor que uno.
➤ hablar de $b$ no es hablar de dominio
➤ La representación gráfica para el caso en donde $b$ es menor que uno y mayor que cero ya no sería una función en donde se va a observar que es estrictamente creciente, vez que siempre es creciente la función , más bien seria así una función decreciente que también corta en uno.
➤ Cuando $b$ es mayor que uno no la función exponencial es creciente y cuando $b$ es menor que uno obviamente mayor que cero la función exponencial es decreciente.
➤ La función exponencial presenta solamente una asíntota horizontal
➤ Sugiero para esta clase usar para la función exponencial la forma $f(x) = ab^{x-h} + k$ porque va más de acuerdo al enfoque que van a utilizar para realizar gráficos, explicaciones de las propiedades de este tipo de función.
➤ Entre las letras $h$ y $k$ , una de las dos para la parte gráfica, no va a ser tan útil como la otra.
➤ La asíntota horizontal las vas a obtener de $k$ .
➤ Una vez que grafiquemos la asíntota horizontal, vamos a estar en condiciones de poder graficar la función exponencial.
➤ Los puntos de referencia, me van a orientar para ver cómo va a ser el grafico
➤ Si yo tengo el grafico de la función exponencial puedo responder todas las preguntas que me hagan
➤ La forma básica pasa por uno, hay otros casos en donde no es una forma básica pero también pasa por uno.
➤ El uno en realidad es cero como uno
➤ $e$ es el número neperiano
➤ $e$ es dos punto siete uno ocho, puntos suspensivos
➤ Identificada la asíntota horizontal y con una pequeña tabulación simple con dos puntitos, me van a orientar para ver cómo va a ser el grafico de la función exponencial.
➤ Para calcular el punto de corte con el eje $x$ lo que tengo que hacer es igualar $f(x)$ a cero.
➤ Cuando yo tenga una expresión de este tipo, $a^x = b$ , se sugiere despejarlo de esta manera, $x$ es igual a logaritmo, logaritmo vamos a ponerlo así, neperiano de $b$ , entre logaritmo neperiano de $a$ : $a^x = b \rightarrow x = \frac{\ln b}{\ln a} .$

---

### Una aproximación a la concepción del profesor de precálculo en la función exponencial.-

De acuerdo a las bagaje de creencias identificadas en el profesor; podemos decir que para este profesor de pre-cálculo, una función exponencial será toda expresión matemática que tiene por lo menos un término de la forma  $a^x$  con  $a > 0, a \neq 1$ , para todo  $x$  un número real.

### Resultados y conclusiones

El profesor define la función exponencial como una regla de correspondencia de la forma  $f(x)=a^x$ , con  $a>0$ ,  $a \neq 1$  y que esta función permite modelar situaciones reales. Sin embargo, manifiesta que por cuestiones de tiempo solo da la aplicación de incrementos poblacionales. De acuerdo evolución histórica de la función exponencial en donde se empieza a trabajar con este tipo de problemas y por las respuestas dadas en el cuestionario, podemos decir que para el profesor de pre-cálculo, una función exponencial es toda expresión matemática que posee un término de la forma  $a^x$  con  $a>0$  y con  $x$  un número real. Es decir, cualquier función que tenga este término es una función exponencial.

El profesor, define la función exponencial como  $f(x) = a^{x-h} + k$ , pues considera que el estudio de las asíntotas en sus estudiantes es muy importante para cursos posteriores. Esto nos hace ver que uno de los factores de enseñar de un modo u otro es dependiendo de la especialidad del estudiante.

El profesor toma en cuenta el contexto en el que se está realizando la enseñanza, es decir es importante para él el tipo de estudiantes para poder definir la función exponencial. Con esto concluimos que en esta enseñanza existe un alto grado de idoneidad ecológica.

El profesor considera la necesidad de uniformizar la definición de función exponencial en el ámbito local del curso, teniendo en cuenta las evaluaciones. Considera que este es un factor importante que debería tomarse en cuenta para definir de una u otra manera dicha función.

El profesor considera para estudiantes de pre-cálculo, dentro del tema función exponencial no debe faltar aplicaciones de crecimiento exponencial, tasa de cambio. Sin embargo, debido al tipo de estudiantes no considera necesario el uso de problemas en donde involucre la función logística.

De la revisión histórica y de la creencia de la función exponencial notamos que hay una cierta diferencia entre lo que el profesor y los textos presentan como definición de función exponencial. Un claro ejemplo de esto, se puede notar en algunos libros, se enuncia que una función exponencial es una función con ciertas condiciones para el dominio. Así como también, que toda función exponencial satisface la propiedad:  $f(x + y) = f(x).f(y)$ , lo cual en esta revisión histórica (Cauchy, 1821 citado en Morales, 2011) es totalmente diferente pues hemos visto que esto no es una consecuencia, sino es una condición necesaria para que se pueda llamar como función exponencial.

De este recorrido histórico podemos destacar que la función exponencial es aquella función de la forma  $f(x) = A^x$ , con  $A>0$ , para cualquier  $x$  real. Así también la podemos denotar como  $f(x) = \exp(x) = e^x$ , incluso también se puede definir como  $f(x) = \exp(ax) = e^{ax}$ , para algún número real  $a$ . De esto consideramos que matemáticamente hablando, las funciones de la forma  $f(x) = b.a^x$ ,  $f(x) = b.e^x + k$ ,  $f(x) = b.a^{x-h} + k$ , podrían llamarse tipos de funciones exponenciales, pero no serían función exponencial debido a que no satisfacen la propiedad  $f(x + y) = f(x)f(y)$ . Sin embargo, el profesor en sus prácticas, no muestran la función exponencial como la caracterizo Cauchy, debido a la transposición didáctica, llegando a usar los tipos de funciones exponenciales que resultan más familiares con los ejercicios y aplicaciones a trabajar. Además, de acuerdo a las respuestas obtenidas de la entrevista podemos notar que el profesor no identifica la diferencia de los términos *función exponencial* y *tipo de función exponencial*. Por otro lado notamos que de las definiciones presentadas en algunos textos como el de Elon Lima, Leithold y

la del texto guía del profesor, que caracterizan la función exponencial, no coinciden con la caracterización matemática dada por Cauchy.

Además, el profesor presenta la función exponencial en su clase sin considerar la caracterización dada por Cauchy, porque hacen una transposición didáctica con ayuda de los textos de acuerdo con el tipo de alumnos de su clase. Conocen dicha caracterización matemática de la función exponencial (aunque la relacionan con la definición dada Lima, et al (2000)), pero de acuerdo a las necesidades inmediatas para su enseñanza definen a la función exponencial sin considerarla. En esta investigación el saber sabio corresponde a la caracterización de Cauchy de la función exponencial definida solamente como  $f(x) = e^{ax}$ , para algún número real  $a$ ; sin embargo, debido a la necesidad que tiene los profesores de hacer llegar este concepto matemático a los diferentes tipos de alumnos, de las distintas carreras, consideramos que este es el principal motivo por el cambio que ha tenido al ser definido incluso en los libros de texto de diferentes formas. De acuerdo con los resultados obtenidos podemos concluir que en la enseñanza de la función exponencial no es un factor indispensable que los profesores presenten a los alumnos de pre-cálculo la caracterización de función exponencial dada por Cauchy ya que esto no origina ningún conflicto semiótico en el aprendizaje de esta función y no afecta los objetivos a los que se pretende llegar en sus respectivos cursos.

Creemos que las diferentes presentaciones de libros y de profesores de la definición de función exponencial son con un determinado fin específico, ya que quizá para cierto curso o ciertas aplicaciones sea conveniente este tipo de presentaciones (de la función exponencial) o ya sea que por la simplicidad del lenguaje llaman función exponencial a la que más se acomode a su enseñanza.

Las preguntas de investigación fueron resueltas, pues logramos conocer las creencias de los profesores de pre-cálculo en la enseñanza de función exponencial. Así también logramos conocer que una de las naturalezas de estas creencias son los libros de texto, específicamente los libros guía.

Como el significado de un objeto matemático, en este caso la función exponencial, se considera como un conjunto de prácticas en las que dicho objeto es un dato esencial y las concepciones son los significados personales sobre este objeto y no hemos podido obtener todos los significados personales de los profesores por tratarse de un curso de pre-cálculo (no enseñan ni hacen uso de derivadas ni de integrales, por ejemplo), no se ha podido señalar las concepciones de los profesores sobre el objeto matemático función exponencial, por tratarse de un curso de pre-cálculo (no estudian ni derivadas ni integrales) pero creemos que una aproximación es la de regla de correspondencia de la forma  $f(x) = ba^x$ , con  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ . Creemos importante el que usen el significado de variación porcentual para esta definición.

Entre las preguntas que hubiésemos querido hacer posteriormente a este trabajo se encuentran las siguientes: ¿De qué manera influyen las concepciones de los profesores en sus creencias en el tema función exponencial?, ¿De qué manera influyen las concepciones de los profesores en la enseñanza de la función exponencial? ¿De qué manera influyen las creencias de los profesores de nivel superior en la enseñanza de la función exponencial?

### Referencias y bibliografía

- Godino, J. D. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII CIAEM-IACME*. Brasil. Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino\\_indicadores\\_idoneidad.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf)
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2008). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática*. Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis\\_eos\\_10marzo08.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf)
- Handal, B. (2003). Teachers' mathematical beliefs: A review. *The Mathematics Educator*, 13(2), 47
- Latorre, A., Rincón, D., & Arnal, J. (1996). *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Barcelona. Recuperado de <https://docs.google.com/a/pucp.pe/document/d/1rJVvR3V2a1GhWWBvujpdvIys4UmfyZaqkVmi-00SAJU/edit>
- Morales. (2011). Un breve estudio histórico y epistemológico de la función exponencial y análisis de algunos libros de texto. *Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística*, 10, 123-129
- Lima, E. , Carvalho, P., Wagner, E., & Morgado, A. (2000). *La Matemática de la Enseñanza Media* (Vol.II). Lima: IMCA.
- Pino, L. (2013). *Evaluación de la faceta epistémica del conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de bachillerato sobre la derivada* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Ponte, J. (1999). *Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en la formación de maestros* (Traducción de Casimira López). Universidad de Lisboa, Portugal.
- Vargas, J (2012). *Análisis de la práctica docente: El caso de la función exponencial* (Tesis doctoral). Universidad de Salamanca, España.
- Rodríguez, L. (2005). *Análisis de las creencias epistemológicas, concepciones y enfoques de aprendizaje de los futuros profesores* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.



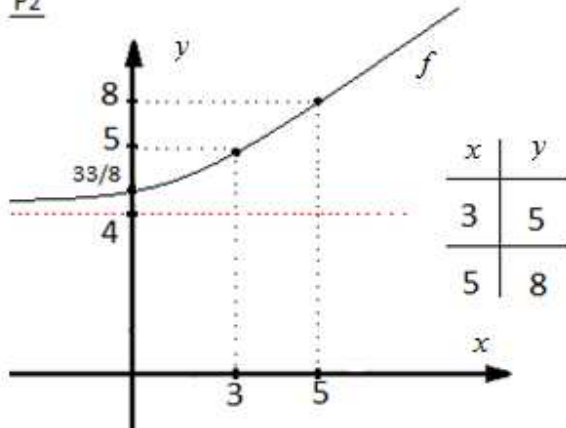
### Apéndice A

#### Configuración cognitiva de las prácticas del profesor

**PRÁCTICA 2:** Tabula valores para  $f(x) = 2^{x-3} + 4$ ; para  $x=3$ ;  $x=5$ ;  $x=0$ , explicando que el 1 es el (0,1) y es la intersección con el eje y.

Tabla 3

Esquema de configuración.

Configuración cognitiva de la tarea
Situación-problema
Grafica la función $f(x) = 2^{x-3} + 4$ analizando sus características
Lenguaje
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Verbal: eje x, eje y, espacios, forma básica, sistema de coordenadas infinito, punto de corte, curva, menos infinito.</li> <li>✓ Gráfico                             <ul style="list-style-type: none"> <li><u>P1</u> <math>y=4</math> (A.H)</li> <li><u>P2</u></li> </ul> </li> </ul> 
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Simbólico <math>f(x) = 2^{x-3} + 4</math>, <math>P_1: y = 4</math>, A.H, 3, 5, 8, 33/8</li> </ul>
Conceptos
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Conceptos previos: dominio, función estrictamente creciente</li> <li>✓ Conceptos emergentes: asíntota horizontal</li> </ul>
Proposiciones
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Esta función (función exponencial) presenta solamente una asíntota horizontal.</li> <li>✓ La asíntota horizontal es <math>y=k</math>, de donde <math>k=4</math>.</li> </ul>
Procedimientos
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Tabulación de valores para <math>x=3</math> y <math>x=5</math>.</li> <li>✓ Ubicación de los pares ordenados en el gráfico.</li> <li>✓ Ubicación y gráfico de la asíntota horizontal.</li> <li>✓ Grafica <math>f(x) = 2^{x-3} + 4</math></li> </ul>
Argumentos

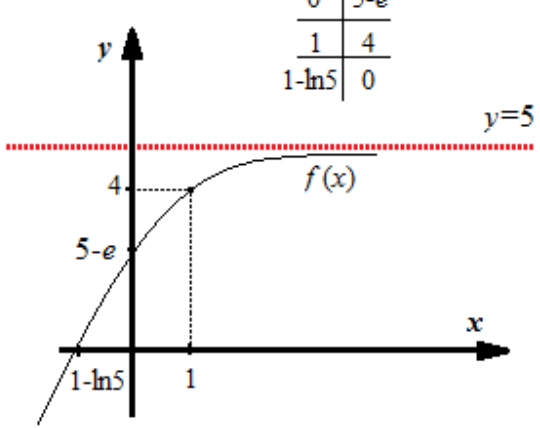
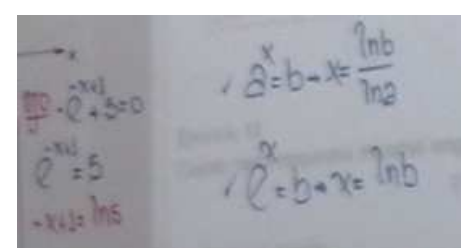
Tesis 1: La asíntota horizontal es  $y=4$ .  
 Argumento: hace una comparación entre  $f(x) = 2^{x-3} + 4$  y  $f(x) = ab^{x-h} + k$ .  
 Tesis 2: El punto de corte es  $33/8$ .  
 Argumento: Señalización en el plano cartesiano.

**Procesos:** Generalización, mecanización, particularización

**PRÁCTICA 3:** Tabula valores para  $f(x) = -e^{-x+1} + 5$ ; para  $x=1$ ;  $x=0$ , y luego encuentra los interceptos con los ejes coordenados.

Tabla 4

Esquema de configuración.

Configuración cognitiva de la tarea								
Situación-problema								
Tabulación de valores								
Lenguaje								
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Verbal: eje <math>x</math>, eje <math>y</math>, incógnita, sistema de coordenadas, puntos de referencia, punto de corte, curva, menos infinito, números trascendentes, número neperiano, exponente, logaritmo neperiano, punto que está en el lado izquierdo de cero, cinco cerrado</li> <li>✓ Gráfico                             <ul style="list-style-type: none"> <li>Paso 1: <math>y=5</math> (A.H)</li> <li>Paso 2: tabulación</li> </ul> </li> </ul> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px 0;"> <table style="border-collapse: collapse; margin-right: 20px;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>x</math></td><td style="padding: 2px 5px;"><math>y</math></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">0</td><td style="padding: 2px 5px;"><math>5-e</math></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">1</td><td style="padding: 2px 5px;">4</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;"><math>1-\ln 5</math></td><td style="padding: 2px 5px;">0</td></tr> </table>   </div>	$x$	$y$	0	$5-e$	1	4	$1-\ln 5$	0
$x$	$y$							
0	$5-e$							
1	4							
$1-\ln 5$	0							
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Simbólico <math>f(x) = -e^{-x+1} + 5</math>, <math>y = 5</math>, A.H, <math>0, 1, 5-e=2.28, 4</math>, <math>(0, 2.28), (1, 4)</math>, <math>a^x = b \rightarrow x = \frac{\ln b}{\ln a}</math>, <math>1-\ln 5</math></li> </ul>								
Conceptos								
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Conceptos previos: Teoría de exponentes, dominio, rango, función decreciente, teoría de logaritmos.</li> <li>✓ Conceptos emergentes: Asíntota horizontal.</li> </ul>								
Proposiciones								
$a^x = b \rightarrow x = \frac{\ln b}{\ln a}$								
Procedimientos								

<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Identificar la asíntota horizontal</li> <li>✓ Ubicar los puntos tabulados en el sistema de coordenadas</li> <li>✓ Graficar <math>f(x) = -e^{-x+1} + 5</math></li> <li>✓ Hallar el intercepto con el eje "x".</li> </ul>
Argumentos
<p>Tesis 1.- Los puntos de referencia, me van a orientar para ver cómo va a ser el gráfico                  Argumento: Tabula puntos para la función y traza la gráfica.                  Tesis 2.- Si yo tengo el gráfico puedo responder todas las preguntas que me hagan.                  Argumento: Muestra en el gráfico la asíntota horizontal, el crecimiento por derecha e izquierda, puntos de corte, etc.</p>

**PRÁCTICA 4:** Tabula los puntos y luego gráfica.

Tabla 5

Esquema de configuración.

<b>Configuración cognitiva de la tarea</b>
Situación-problema
<p>Cuando cierta, maquinaria industrial tenga <math>t</math> años, su valor de reventa será <math>V(t) = 4800 e^{-t/5} + 400</math> dólares</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>a) Graficar la función</li> <li>b) ¿Cuál era el valor de la maquinaria cuando era nueva?</li> <li>c) ¿Cuál será el valor de la maquinaria después de 10 años?</li> </ol>
Lenguaje
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Verbal: Fenómeno de depreciación, tabulación, <math>y=400</math> debe estar bastante alto, valores bastante altos, escala, eje <math>x</math>, eje <math>y</math></li> <li>✓ Gráfico</li> </ul> <p><u>P1</u> <math>y=400</math></p> <p><u>P2</u></p> <p style="text-align: center;"> <math>5200</math>  <math>2165</math>  <math>y=400</math> A.H.  <math>x</math>  <math>5</math> </p> <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Simbólico : <math>V(t)</math>, <math>x</math>, <math>y</math>, <math>y=400</math>, <math>5</math>, <math>5200</math>, <math>4800+400</math>, <math>2165.82</math>, A.H, <math>e</math></li> </ul>
Conceptos
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Conceptos previos: decrecimiento</li> <li>✓ Conceptos emergentes: tiempo mayor que cero entonces va en eje <math>x</math> positivo</li> </ul>
Proposiciones.- No presenta
Procedimientos

<ul style="list-style-type: none"><li>✓ Adaptación de la forma “general” a la nueva forma de la función exponencial.</li><li>✓ Identificación de la asíntota horizontal.</li><li>✓ Tabulación de un par de puntos y trazo de la curva.</li></ul>
Argumentos
<p>Tesis 1.-El tiempo no puede ser negativo Argumento: No puedo decir: menos 3 horas, menos 2 horas, etc., el tiempo siempre tomara un valor positivo o cero, pero nunca un valor negativo.</p> <p>Tesis2.- Cuando tú estás en un ejercicio donde corresponda la letra <math>x</math>, debes colocar la letra que la estas representando. Argumento: Hace hincapié en el problema resuelto en donde coloco <math>x</math> al tiempo y <math>y</math> al volumen: Yo debería colocar la variable <math>V</math>, no “<math>y</math>”.</p>

## Apéndice B

### Preguntas y respuestas de entrevista Profesor

Tabla 6

*Respuestas del profesor*

<p><b>Pregunta 1. Con sus propias palabras, ¿qué puede decir acerca de la función exponencial (F.E)?</b></p> <p>Es un objeto matemático que me permite estudiar el comportamiento de una situación real que no puede modelarse necesariamente con una expresión polinómica.</p>	<p><b>P10. ¿De qué depende este cambio?</b></p> <p>Del nivel del estudiante y el tipo de grupo humano. Algunos son de beca 18 ahí es más analítico, hago deducciones antes de llegar a definir, en otras aulas basta con una simple deducción.</p>
<p><b>Pregunta 2. ¿Cómo define Ud. a una F.E?</b></p> <p>Es una función de la forma <math>a^x</math>, cuya base es un número real, no negativo, diferente de cero y diferente de uno, cuyo dominio son los reales.</p>	<p><b>P11. ¿Conoce Ud. la caracterización de Cauchy para la F.E?</b></p> <p>No la recuerdo</p>
<p><b>Pregunta 3. ¿Cómo define la F.E en su clase?</b></p> <p><math>f : R \rightarrow R</math> tal que <math>f(x) = ba^{x-h} + k</math>, <math>x \in R</math>, con <math>a</math> y <math>b</math> positivos y <math>b &gt; 1</math>.</p>	<p><b>P12. De acuerdo con esta caracterización:</b></p> <p><b>¿La función <math>f(x)=ab^x</math> será una función exponencial?</b></p> <p>No, no sería una función exponencial.</p>
<p><b>Pregunta 4. En su clase Ud. definió la F.E como <math>f(x) = ba^{x-h} + k</math>, ¿Por qué?</b></p> <p>Primero, respecto al aspecto literal, utilizaba las mismas letras para que sea familiar para ellos, indicándoles que en este caso cada una de estas letras representaba una cosa diferente para la función exponencial.</p>	<p><b>P13. ¿En su práctica docente por qué incide mucho en la asíntota horizontal?</b></p> <p>Las asíntotas son presentadas formalmente cuando se trabaja el tema de límites, que son capítulos más adelante y ellos suelen tener problemas.</p>
<p><b>P5. ¿De dónde obtuvo o dónde aprendió este significado de la F.E?</b></p> <p>Algo similar vi en el libro de Dennis Zill de precálculo. Las letras vienen como una decisión personal buscando un aspecto didáctico en similitud con las letras ya utilizadas en funciones anteriores</p>	<p><b>P14. ¿Nota Ud. la necesidad de uniformizar la definición de función exponencial?</b></p> <p>Sí, sería bueno uniformizar de acuerdo a las especialidades que se estén enseñando. Es posible que algunas definiciones tengan elementos que no sean de tanto provecho para un estudiante en su praxis en unos cursos más avanzados.</p>

<p><b>P6. ¿Si sus alumnos fueran de cursos de letras (administración, psicología, derecho, periodismo), definiría de la misma forma la F.E?</b></p> <p>Sugeriría que a partir de la forma <math>y=a^x</math> nada más con las características de su dominio y rango, su crecimiento, decrecimiento.</p>	<p><b>P15. ¿Qué aplicaciones consideras más relevantes para aplicar el tema función exponencial?</b></p> <p>Los materiales disponibles son los ejercicios de la guía de estudios que ya está establecido.</p>
<p><b>P7. ¿Entonces tiene que ver mucho el tipo de alumnos?</b></p> <p>Sí, en la mayoría de los casos depende del tipo carrera, y de la orientación dada en la coordinación de cada carrera.</p>	<p><b>P16. Adicionalmente a los materiales ¿Se guía de los libros que presenta el silabo para sus clases?</b></p> <p>Yo me guío del Ron Larson de cálculo 1 para este curso de análisis matemático 1 y el Stewart de cálculo de una variable.</p>
<p><b>P8. ¿Ha presentado siempre la misma definición de F.E a tus alumnos en los diferentes ciclos?</b></p> <p>No, las definiciones, las estrategias las voy probando, algunas se mantienen, otras surgen algunas variantes; mientras no sea tampoco muy radical el cambio en diferentes aulas.</p>	<p><b>P17. Con respecto al material de trabajo para este tema, ¿en qué se basa?</b></p> <p>Me baso de los materiales de aprendizaje disponibles, como las diapositivas.</p>
<p><b>P9. ¿De qué depende este cambio?</b></p> <p>Del nivel del estudiante y el tipo de grupo humano. Algunos son de beca 18 (estudiantes becados de todas partes del país) ahí es más analítico, hago deducciones antes de llegar a definir, en otras aulas basta con una simple deducción.</p>	