A não congruência das palavras nas situações de comparação multiplicativa: quando *'vezes mais'* vira divisão

Vera **Merlini**
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
Brasil
vera.merlini@gmail.com
Rogério **Pires**
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
Brasil
rfpires25@bol.com.br
Eurivalda **Santana**
Universidade Estadual de Santa Cruz - UESC
Brasil
eurivalda@hotmail.com

Resumo

O objetivo desse estudo é pesquisar o desempenho e as estratégias de resolução de estudantes do 3º ao 9º ano do Ensino Fundamental de escola pública, frente a situações do campo conceitual multiplicativo no que se refere à comparação multiplicativa. O aporte teórico está baseado em Vergnaud (1990, 1994, 2009) no que concerne ao Campo Conceitual Multiplicativo, e em Duval (2009, 2011) no que diz respeito a congruência e não congruência da linguagem. Os dados foram coletados de um estudo piloto[1] com 15 situações do Campo Conceitual Multiplicativo, com 14 estudantes do Ensino Fundamental, realizado em duas escolas públicas do sul da Bahia. Esse artigo versa sobre o desempenho e estratégia de resolução dos estudantes em duas situações, referentes à comparação multiplicativa. A partir dos resultados obtidos é possível inferir que as expressões *vezes mais* e *vezes menos* utilizadas nessas situações influenciam na escolha das estratégias de resolução dos estudantes.

[1] Esse estudo é parte do Projeto Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental, do Programa Observatório da Educação financiado pela CAPES.

Palavras chave: Campo Conceitual Multiplicativo, estudo diagnóstico, Situações-problema, congruência, não congruência, Ensino Fundamental.

Introdução

O ensino formal das operações de multiplicação e divisão nas escolas brasileiras, acontece no final do 3º ano e, de modo geral, tem como ponto de partida a adição de parcelas repetidas. Esse comportamento pressupõe a exploração da continuidade entre o raciocínio aditivo e multiplicativo em que a multiplicação é tida como uma maneira mais rápida eficaz para se resolver situações de adições de parcelas repetidas.

Esse procedimento pode ser visto nos estudos de Merlini (2012) e Santos (2012) que mostram a crença dos professores o desempenho de seus estudantes, em situações do campo multiplicativo, passa, necessariamente, no domínio de tabelas de multiplicar. Isso significa alegar que ao memorizar a tabuada o estudante poderá resolver com sucesso situações envolvendo as operações de multiplicação e divisão, qualquer que seja, garante o domínio conceitual.

Por outro lado, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (Brasil, 1997) sugerem que o professor trabalhe o conteúdo, seja ele qual for, a partir de situações problema, asseverando que

> "O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema; o problema não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório; aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros; o aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas; a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemática" (1997, p.43).

Esta ação docente proposta pelos PCN (Brasil, 1997) vem ao encontro das ideias teóricas de Vergnaud (1990, 1994, 2009) no que se refere ao conjunto de situações que dão sentindo ao campo conceitual multiplicativo além dos estudos de Magina et.al. (2010) que tratam da competência dos estudantes e da concepção dos professores do Ensino Fundamental I nas diferentes situações do campo conceitual em questão.

Isso posto, temos que o objetivo desse artigo é pesquisar o desempenho e as estratégias de resolução de estudantes do 3º ao 9º ano do Ensino Fundamental de escola pública, frente a duas situações do campo conceitual multiplicativo referentes à comparação multiplicativa.

Fundamentação Teórica

Para subsidiar esta pesquisa escolhemos como aporte teórico, mais apropriado, o Campo Conceitual de Vergnaud (1990), em especial o que diz respeito ao Campo Conceitual Multiplicativo (Ibid, 1994, 2009). Assim, segundo o autor, podemos nos referir a um Campo Conceitual Multiplicativo com sendo um conjunto de situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais s e encontram em estreita conexão uns com os outros. Entre os conceitos atrelados a esse campo conceitual destacamos: as funções lineares e n-lineares, o espaço vetorial, a análise dimensional, a fração, a razão, proporção, número racional, multiplicação e a divisão.

Tendo como base as ideias teóricas de Vergnaud (1990, 1994, 2009), elaboramos um esquema, retratado na Figura 1, que objetiva descrever, de forma sucinta, as ideias centrais desse campo. Desse modo, a Estrutura Multiplicativa está dividida em duas partes: relações quaternárias e relações ternárias. A primeira parte é formada por dois eixos: proporção simples e proporção múltipla, sendo que cada uma delas são constituídas por duas classes de situações (um para muitos e muitos para muitos), e estas podem ser exploradas levando em consideração os dois tipos de quantidades, quais sejam, contínua e discreta.

A segunda parte da Estrutura Multiplicativa diz respeito às relações ternárias, que também contemplam dois eixos: comparação multiplicativa e produto de medidas, sendo que cada uma dessas partes também apresenta subdivisões. No eixo referente à comparação multiplicativa, esta é composta por duas classes: relação desconhecida e referido/referente desconhecido. Situações dessa classe admitem os dois tipos de quantidades, discreta e contínua. O eixo produto de medidas, apresenta duas classes de situações distintas: configuração retangular em que permite trabalhar apenas com quantidades do tipo contínua e a combinatória, que, por sua vez, permite trabalhar somente com quantidade discreta.

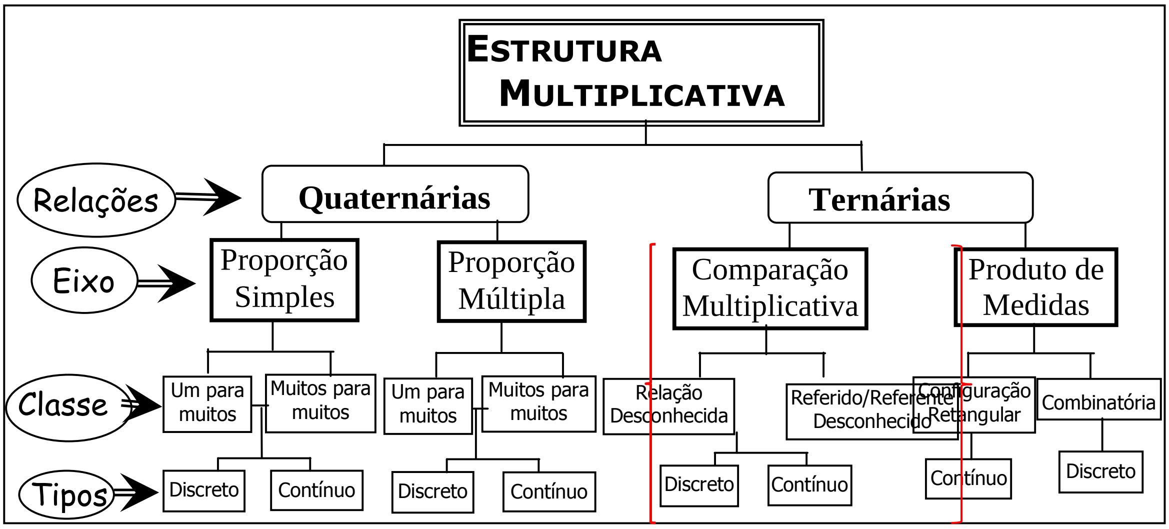


Figura 1. Esquema das Estruturas Multiplicativas elaborado por Magina, Santos e Merlini, 2012.

Cabe ressaltar que para este artigo, não nos deteremos na exploração de todas as situações desse campo conceitual, uma vez que nos limitamos a discutir o desempenho e as estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes em situações da relação ternária, especialmente, nas relacionadas ao eixo da comparação multiplicativa.

As situações, que fazem parte dessa classe, comparam duas quantidades de mesma natureza exigindo que pensemos numa relação ternária. Situações simples, como dobro ou metade, podem ser exploradas já no início da escolarização, o que poderíamos considerar como sendo os protótipos[2] da comparação multiplicativa. Para ilustrar destacamos a seguinte situação:

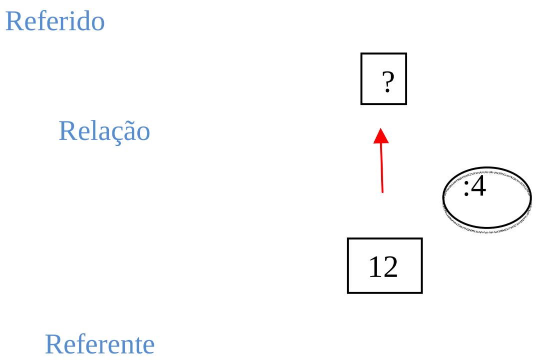
Maria tem o dobro da quantidade de João. Se Maria tem R$ 10,00, qual é a quantia de João?

[2] Empregamos o termo protótipo no sentido de uma situação elementar. O primeiro representante de uma determinada classe de situação.

Para além desses protótipos, existem situações mais elaboradas que exigem do estudante um maior nível cognitivo. A título de ilustração, apresentamos três exemplos de situações, sendo que o primeiro trata do referido desconhecido, o segundo do referente desconhecido e o último da relação desconhecida e suas respectivas análises.

<u>Exemplo 1</u>: *Na loja um carrinho custa R$ 12,00. Sabendo que o carrinho custa 4 vezes mais do que um jogo de memória, qual o valor do jogo de memória?*

Podemos representar essa situação no seguinte esquema:

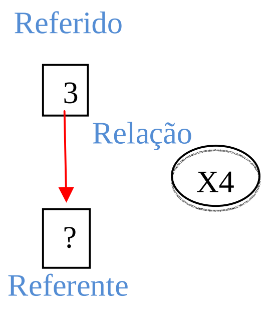


Na situação do exemplo 1, conhecemos o referente (*o preço do carrinho*), a relação (*quatro vezes mais*) e solicita o valor do referido, ou seja, que se calcule o preço do jogo de memória comparativamente ao preço do carrinho. Nesse caso, a divisão é a operação requerida para a resolução, que pode ser representada por: referente ÷ relação = referido (R$ 12,00 ÷ 4 = R$ 3,00).

Passaremos para o próximo exemplo:

<u>Exemplo 2</u>: *Na loja o valor do jogo de memória é 4 vezes menos do valor de um carrinho. Sabendo que o jogo de memória custa R$ 3,00, quanto custa o carrinho?*

Podemos representar essa situação no seguinte esquema:

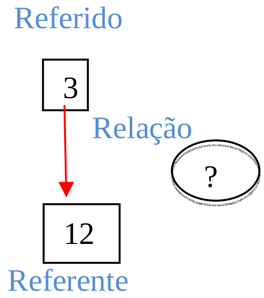


No exemplo 2, é dado o valor do referido (*o preço do jogo de memória*) e a relação (*quatro vezes menos*) e é solicitado o valor do referente (*o preço do carrinho*). A operação requerida, mais apropriada para sua resolução, é a multiplicação, Nesse caso, referido x relação = referente (R$ 3,00 x 4 = R$ 12,00).

Com último exemplo temos:

<u>Exemplo 3</u>: *Comprei um carrinho por R$ 12,00 e um jogo de memória por R$ 3,00. Quantas vezes o carrinho foi mais caro que o jogo de memória?*

Esse exemplo também é possível representá-lo no seguinte esquema:



No terceiro exemplo proposto é dado o referente (*preço do carrinho*), o referido (*preço do jogo de memória*) e pede-se a relação (*quantas vezes mais*) entre os dois preços. Esse tipo de situação requer, para sua resolução, uma operação de divisão, isto é: referente ÷ referido = relação. Cabe salientar que, se o que se deseja descobrir é a relação entre duas quantidades (nesse exemplo 3 a quantidade é o valor dos brinquedos) não importa a expressão, *vezes mais* ou *vezes menos,* a operação requerida para sua resolução será a divisão.

As situações do campo conceitual multiplicativo, que trouxemos nos três exemplos, que envolvem a ideia de comparação multiplicativa podem revelar dificuldades de compreensão mesmo em estudantes mais experientes. Dessa forma é razoável supor que esta dificuldade pode estar atrelada não na habilidade de efetuar a operação de multiplicação/divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado da situação, de modo a identificar qual operação matemática seria a mais adequada para sua resolução. Esta suposição se apoia no fato que situações de comparação multiplicativa que trazem em seu enunciado expressões como *dobro, triplo* ou *metade,* são apresentadas aos estudantes desde cedo e, comumente, não apresentam dificuldades na resolução.

No entanto, destacamos o fato de que na Matemática, os objetos de conhecimento são abstratos, diferente de outras ciências como na Biologia, por exemplo, que quando se estuda um determinado tipo de célula, é possível ter acesso direto ao objeto, estudando a própria célula. Já na Matemática esse acesso não se dá de maneira direta, ele ocorre por meio das representações semióticas do objeto de estudo. Assim, se falamos de uma circunferência, é necessário explorar tal ente matemático por meio de sua representação gráfica, da sua equação, de uma descrição em língua materna, etc.

Desse modo, a mobilização, a manipulação e a coordenação de registros de representação de um objeto são fundamentais na atividade matemática, pois é nesses três aspectos que ela está alicerçada. Neste sentido, Duval (2009) salienta que para um saber matemático ser colocado em funcionamento, é necessário que o aprendiz não manipule apenas um registro, mas pelo menos dois, e que saiba coordenar esses registros, pois a articulação entre eles e a capacidade de fazer a troca entre eles todo momento que for necessário é que determina o quão habilidoso em Matemática é o indivíduo.

Quanto as transformações entre os registros de representação, elas acontecem de duas maneiras completamente distintas: os tratamentos e as conversões. Um tratamento consiste em uma transformação de uma representação semiótica em outra equivalente, permanecendo no mesmo sistema, ou seja, é uma transformação de representação interna a um registro ou sistema.

Um exemplo de tratamento é quando temos a representação fracionária $\frac{5}{15}$ e por meio de processos de simplificação chegamos a $\frac{1}{3}$. Note que ouve uma transformação na representação, porém a maneira de registrar permaneceu a mesma, ou seja, o sistema não foi alterado.

Já as conversões se constituem em transformações de uma representação semiótica em outra equivalente, mudando o sistema ou o registro, mas mantendo a referência ao mesmo objeto. Um exemplo disso é quando temos a representação do número decimal 0,25 e ela é transformada em sua representação fracionária $\frac{1}{4}$, sendo possível perceber que o objeto permaneceu o mesmo que é um número racional, contudo o registro foi alterado, ou seja, mudou o sistema.

Considerando as conversões, a tradução dos dados do enunciado de um problema da linguagem natural para as escritas simbólica, numérica ou algébrica, é uma conversão das diferentes expressões linguísticas em outras expressões simbólicas. Entretanto, é fundamental em uma conversão, saber distinguir o objeto da sua representação, ou seja, não confundir a representação com o objeto de conhecimento. Nessa perspectiva, as conversões merecem lugar de destaque na atividade matemática, pois são elas que permitem analisar o funcionamento cognitivo do indivíduo e o quão ele conhece o objeto matemático em jogo.

Nessa direção, a conversão é algo indispensável na tarefa matemática e, normalmente, é a primeira coisa que fazemos quando nos deparamos com uma situação e tentamos resolvê-la. Porém, a maioria dos problemas matemáticos são apresentados na linguagem natural, e de acordo com Duval (2011) existe uma desconexão entre linguajar utilizado na Matemática e aquele empregado fora dela. Segundo o autor, na maioria das vezes os termos e expressões em linguagem natural aplicados na Matemática não tem conexão com aqueles praticados, espontaneamente, fora dela. E, ainda de acordo com esse mesmo autor, também existe um distanciamento cognitivo considerável entre a linguagem natural e os outros registros.

Somado a isso, também estão em jogo os fenômenos de congruência e não congruência presentes na conversão entre registros. Dizemos que uma conversão é congruente quando ela acontece de maneira quase que imediata, sendo possível observar em ambos os sentidos da conversão uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes do registro de partida e as mesmas do registro de chegada. Um exemplo desse fenômeno é quando convertemos o enunciado "o dobro de um número" da linguagem natural para a expressão "2x". Observando tal conversão percebemos que é possível estabelecer uma correspondência termo a termo entre as unidades significantes do registro de partida com aqueles do registro de chegada, e também, notamos que a conversão no sentido contrário ocorre com a mesma naturalidade.

Agora, quando a conversão não acontece de forma imediata e as unidades significantes não são suficientes para realizar tal transformação de maneira direta, quase que natural, estamos diante do fenômeno de não congruência. Ao converter a informação que é dada em língua natural "o conjunto dos pontos que pertencem ao eixo y" para a expressão "x=0", percebemos que não é possível estabelecer uma correspondência entre as unidades significantes do registro de partida com as do registro de chegada e a conversão no sentido oposto não acontece de maneira espontânea.

Nos exemplos citados anteriormente, principalmente o 1 e 3, apresentam uma não congruência entre as palavras utilizadas no enunciado da situação e a operação requerida para sua resolução, o que sugere que o grau de dificuldade da situação atinja patamares mais elevados. Isso significa que o estudante ao se deparar com as expressões *vezes mais* ou *vezes menos* nem sempre associam com operações do campo conceitual multiplicativo, seja de multiplicação ou divisão. E mesmo que a palavra *vezes* levasse o estudante a relacionar com a operação de multiplicação, esta não seria a operação indicada para a resolução desses dois exemplos especificamente. No exemplo 2, a expressão utilizada é *vezes menos* e a operação requerida para a resolução é a multiplicação, ou seja, há uma não congruência entre a expressão e a operação. Contudo, como há uma congruência entre a palavra *vezes* e a operação de multiplicação, o estudante poderá simplesmente ignorar a palavra *menos* da expressão.

Em suma, não podemos afirmar que a expressão *vezes mais* sempre nos remete à operação de multiplicação (exemplo 1 e 3), assim como a expressão *vezes menos* nem sempre a operação mais indicada para sua resolução é a divisão (exemplo 2). Isso significa afirmar que, ao se tratar de situações do campo conceitual multiplicativo que contemplam a comparação multiplicativa na perspectiva do ensino, cabe ao professor um trabalho cuidadoso com expressões e/ou palavras chaves que aparecem ao longo da escolaridade, independentemente do nível escolar. Citamos, por exemplo, situações do campo conceitual aditivo que, comumente, é associado verbos como *ganhar* ou *perder* com as operações de adição e subtração, respectivamente.

Em seus estudos Santana (2010) investigou estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental e constatou que o sucesso desses estudantes ao resolverem situações do campo conceitual aditivo estava atrelado não só à complexidade das extensões, como também a congruência entres as palavras do enunciado e a operação necessária para resolver a situação.

Isso posto, é possível que a congruência e a não congruência entre as expressões utilizadas no enunciado das situações aditivas, se apresentem de modo similar na resolução das situações multiplicativas, em particular aquelas relacionadas com a ideia de comparação multiplicativa, em que as expressões *vezes mais* ou *vezes menos* possam ser traduzidas por duas operações consecutivas, multiplicação e adição para a primeiro expressão e multiplicação e subtração para a segunda. Cabe ressaltar que, nem sempre a expressão *vezes mais* reflete como solução a operação de multiplicação (vide exemplo 1 e 3), o mesmo acontece com a expressão *vezes menos* que nem sempre está relacionado com a operação de divisão (vide exemplo 2). Em outras palavras, as expressões *vezes mais* ou *vezes menos* em situações de comparação multiplicativa poderão requerer como operação mais indicada para a solução tanto a multiplicação como a divisão, dependendo do contexto em que estão inseridas.

O fenômeno da não congruência, a desconexão entre os termos da língua natural utilizados na Matemática com aqueles empregados fora dela e o distanciamento cognitivo que existe entre a língua natural e os outros registros da Matemática é o que torna difícil a conversão dos enunciados da linguagem natural para a representação em outro registro, podendo ser esse aspecto causador de boa parte das dificuldades dos estudantes na resolução de problemas. Em suma, podemos inferir que esses aspectos linguísticos interferem na escolha da estratégia de resolução dos estudantes e, consequentemente, no seu desempenho em situações em que aparecem tais expressões.

O Estudo

Trata-se de um estudo apoiado nos princípios da pesquisa descritiva, o qual o pesquisador tem por objetivo conhecer e interpretar determinados fenômenos ligados à realidade sem nela interferir para modificá-la (Rudio, 2001).

Desse modo, nesse artigo faremos a análise do desempenho e das estratégias utilizadas pelos estudantes em duas situações do campo conceitual multiplicativo. É oportuno salientar que os dados os quais analisaremos, referem-se a duas situações extraídas de um estudo piloto aplicado a 18 estudantes do 1º ao 9º ano (dois estudantes de cada ano escolar), de duas escolas públicas do sul do estado da Bahia. Este instrumento foi constituído por 15 questões todas do campo conceitual multiplicativo. Contudo, como os resultados do diagnóstico dos estudantes do 1º e 2º ano teve efeito de chão, ou seja, não houve acerto, para efeito desse artigo, estamos considerando para a análise somente os protocolos dos estudantes do 3º ao 9º ano, tendo um total de 14 protocolos.

A coleta de dados desse estudo piloto procedeu de modo semelhante nas duas escolas. Dois estudantes de cada ano, escolhidos pela professora, foram encaminhados a uma sala onde estavam a coordenadora da escola acompanhada de três pesquisadores. O instrumento foi aplicado coletivamente pela coordenadora da escola com a supervisão dos pesquisadores. A coordenadora, para garantir a compreensão, leu em voz alta todas as situações. Após esse procedimento, foi dado um tempo para que todos os estudantes pudessem resolver, individualmente, cada situação.

Consideraremos para efeito desse artigo, a análise de duas situações do instrumento piloto, necessariamente aquelas que se referem à comparação multiplicativa. Desse modo, analisaremos o desempenho e as estratégias de resolução de 14 estudantes do 3º ao 9º ano do Ensino Fundamental, dois estudantes de cada ano escolar, nas duas situações de comparação multiplicativa, apresentadas na figura 2.

Situação 1: *Felipe comprou uma pipa por 5 reais e uma bola por 4 vezes mais. Quanto custou a bola?*	Situação 2: *Ontem Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?*

Figura 2. As duas situações do estudo piloto a serem analisadas.

A situação 1 trata-se de uma situação envolvendo a ideia de comparação multiplicativa que se conhece o referente (preço da pipa) e a relação (4 vezes mais) e é solicitado o referido (preço da bola). Na situação 2, também é dado o referente (quantidade de figurinhas ontem) a relação (3 vezes menos) e é procurado o valor do referido (quantidade de figurinhas hoje). As operações requeridas na primeira e na segunda situação são, respectivamente, a multiplicação e a divisão.

A partir dos resultados, a análise foi estruturada sob duas perspectivas: quantitativa e qualitativa discutidas na próxima seção.

Análise dos Resultados

Nessa seção apresentamos, a partir dos resultados obtidos, a análise que foi estruturada sob dois aspectos: um quantitativo e outro qualitativo. A análise quantitativa refere-se ao desempenho dos estudantes nas duas questões, a qualitativa refere-se à identificação dos tipos de estratégia utilizadas pelos estudantes, tanto aquelas que levaram ao sucesso como ao fracasso.

Iniciamos a análise quantitativa observando a Tabela 1 que apresenta o desempenho dos 14 estudantes, distribuídos em dois grupos: o grupo 1 (G1) composto pelos seis do Ensino Fundamental I e, o grupo 2(G2) composto pelos oito estudantes do Ensino Fundamental II, nas duas situações que dizem respeito ao eixo da comparação multiplicativa.

Tabela 1

Quantidade de acertos nas situações 1 e 2 dos estudantes do Ensino Fundamental I e II

	G1 *6 estudantes*	*G2* *8 estudantes*	*Total*
Situação 1	6	6	12
Situação 2	1	2	3
Total	7	8	15

Os dados da tabela 1 apontam que na situação 1 tivemos resultados satisfatórios nos dois grupos, demonstrando que os estudantes não tiveram dificuldade na sua resolução, visto que tivemos quase a totalidade de acerto. Em contrapartida, ao observamos os dados dessa mesma tabela na situação 2 os estudantes não tiveram o mesmo êxito, visto que somente três dos 14 responderam corretamente. Esse resultado mostra que a situação 2 na qual a não congruência presente na conversão do registro de partida para o registro de chegada pode ter sido o fator determinante para o insucesso.

Passamos para a análise qualitativa das estratégias utilizadas pelos estudantes do G1 e G2, tanto aquelas que levaram ao sucesso quanto as que acarretaram o fracasso.

Das estratégias bem sucedidas, salientamos que a maioria dos estudantes utilizou o algoritmo da multiplicação, contudo a estratégia empregada por dois estudantes do G1, ambos do 3º ano, foi a pictórica, conforme mostra o protocolo a seguir:

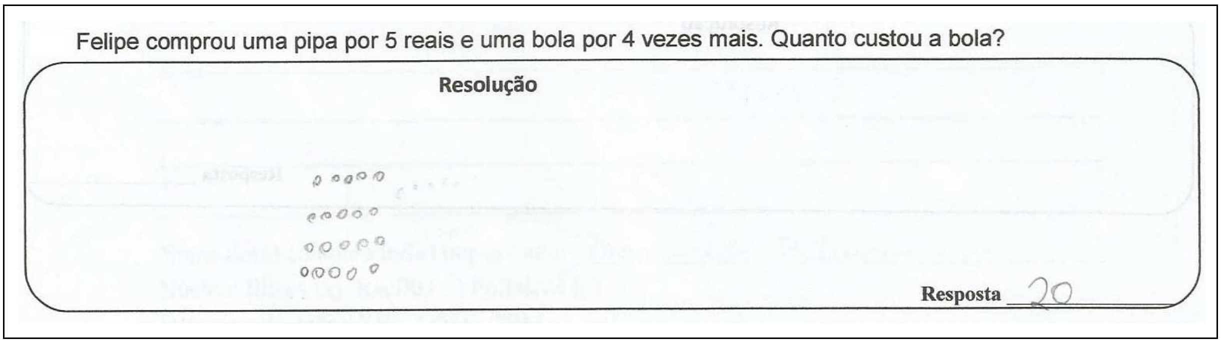


Figura 3. Protocolo do estudante 1231 do G1 referente a situação 1.

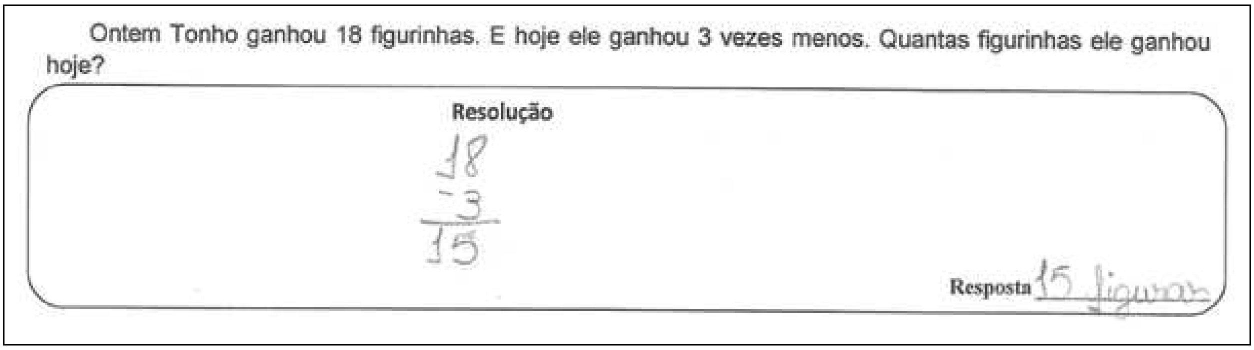
Como vimos na tabela 1, na situação 1 foi possível observar apenas dois erros, nos quais num deles a estratégia de resolução estava correta, o estudante apresenta a conta de multiplicação 5 x 4, porém ele comete um equívoco no cálculo, dando como resposta o número 25. O segundo erro está atrelado a um equívoco na escolha da estratégia, pois o estudante lança mão de uma operação de subtração entre os dados contidos na situação 1, ou seja, ele apresenta a conta

5 – 4 = 1.

Uma justificativa o sucesso da maioria dos estudantes nessa situação, pode residir no fato de que a conversão exigida para a resolução da situação é congruente sendo, possível estabelecer uma relação imediata entre as unidades significativas do registro de partida (*vezes mais*) com as mesmas do registro de chegada (multiplicação). Esse fato, segundo Duval (2009, 2011), é esperado, pois as situações que exigem uma conversão congruente são as mais trabalhadas pelos professores.

Com relação à situação 2, conforme observamos na tabela 1, tivemos apenas um acerto no G1 e dois no G2. Nesses protocolos, pudemos notar que em dois deles os estudantes (um de cada grupo) fizeram uso do algoritmo da divisão e no terceiro apresentou apenas a resposta.

Quanto ao insucesso nessa situação, identificamos nos protocolos, dos dois grupos, que a estratégia, em sua maioria, contemplava a operações referentes à estrutura aditiva. No G1, três estudantes utilizaram a operação de subtração, conforme exposto na figura 4:


Ontem Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?

Resolução

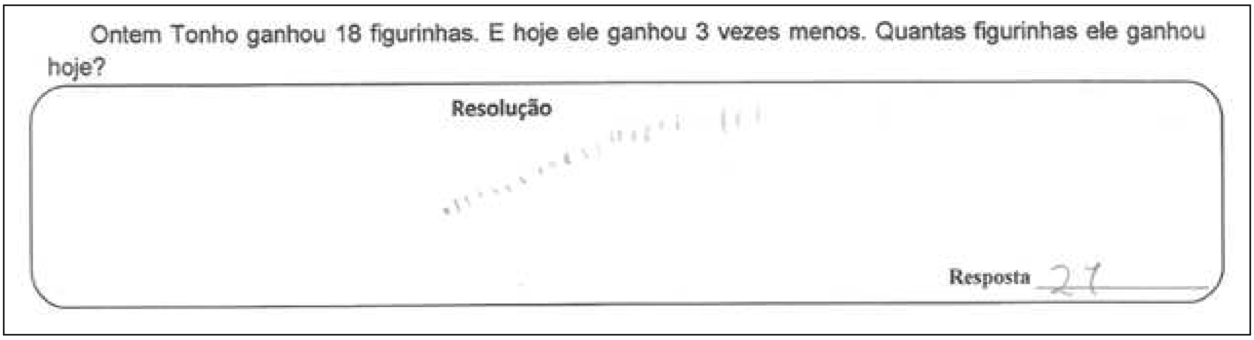
18
-3
15

Resposta 15 figuras

Figura 4. Protocolo do estudante 1152 do G1 referente a situação 2.

Analisando o protocolo da figura 4 é possível perceber que existe uma congruência entre o registro de partida (a situação em linguagem natural: *vezes* ***menos***) e o registro de chegada (a estratégia e/ou reposta do estudante), pois o estudante estabeleceu uma relação termo a termo entre as unidades significantes do registro de partida (*menos*) com aquelas do registro de chegada (subtração). Além disso, a expressão *vezes menos*, que comporta o termo *menos*, em contexto fora da matemática está, necessariamente, associado a uma perda, contudo, na matemática esse termo pode ganhar outras conotações dependendo da situação.

Nesse mesmo grupo, duas respostas também fazem referência à estrutura aditiva, contudo nos dá alusão que utilizaram a adição dos números contidos na situação 1. Podemos inferir que a escolha desta operação se deu pelo fato de que a situação apresenta nas três frases a palavra "ganhou" e, pode ter induzido o estudante fazer a adição. Um protocolo apresenta somente a resposta (21) e no outro o estudante explicita sua estratégia de maneira pictórica, conforme a figura a seguir:


Ontem Tonho ganhou 18 figurinhas. E hoje ele ganhou 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele ganhou hoje?

Resolução

Resposta 21

Figura 5. Protocolo do estudante 1231 do G1 referente a situação 2.

Na situação 2 é possível perceber que existe uma não congruência entre o registro de partida (a situação em linguagem natural, *ganhou*) e o registro de chegada esperado (a estratégia e/ou reposta do estudante), pois não é possível estabelecer uma relação termo a termo entre as unidades significantes do registro de partida com aquelas do registro de chegada.

De acordo com Duval (2011) esses fatores e mais o distanciamento cognitivo existente entre os registros em linguagem natural e aqueles específicos da Matemática podem ser os causadores do fracasso dos estudantes.

Considerações Finais

Este artigo teve por objetivo investigar o desempenho e as estratégias de resolução dos estudantes do 3º ao 9º ano do Ensino Fundamental em duas situações pertencentes ao campo conceitual multiplicativo envolvendo a ideia da classe da comparação multiplicativa. Julgamos que, apesar do número diminuto de nossa amostra, os resultados obtidos favorecem algumas considerações relevantes.

Na situação 1 uma justificativa plausível para o sucesso da maioria dos estudantes nessa situação, pode residir no fato de que a conversão exigida para a resolução da situação é congruente sendo, possível estabelecer uma relação imediata entre as unidades significativas do registro de partida (***vezes*** *mais*) com as mesmas do registro de chegada (multiplicação). Outra justificativa que poderíamos supor é que situações que exigem uma conversão congruente são as mais trabalhadas pelos professores.

Em contrapartida, na situação 2 tivemos, das 14 possíveis respostas, apenas três corretas. No enunciado da situação 2 é possível perceber que existe uma não congruência entre o registro de partida (linguagem natural) e o registro de chegada esperado (a estratégia e/ou reposta do estudante). A congruência existe entre os termos do enunciado (*vezes* ***menos)*** e a resposta do estudante ao fazer a subtração entre os números descritos na situação 2, ou seja, o estudante estabeleceu uma relação termo a termo entre as unidades significantes do registro de partida com aquelas do registro de chegada.

Os dados apontam que as dificuldades encontradas em situações que envolvem a comparação multiplicativa não residem diretamente no ato de efetuar a operação de multiplicação e/ou divisão, mas sim podem estar relacionadas na congruência e não congruência presentes na conversão entre registros. Não é raro que os termos e expressões na linguagem natural aplicados na Matemática não têm relação com aqueles praticados, espontaneamente, fora dela, existindo distanciamento cognitivo considerável entre a língua natural e os outros registros.

Em síntese, essas considerações nos levam aos postulados da teoria *vergnaudiana* em que um conceito matemático passa a ter sentido a partir de uma variedade de situações e, ainda, que a uma situação está atrelada a vários conceitos. Em outras palavras, uma situação, por mais simples que seja, envolve mais que um conceito, e um conceito não poderá ser apropriado pelo estudante ao lidar apenas com um tipo de situação. Assim sendo, para que haja a apropriação do conceito da estrutura multiplicativa por parte do estudante, ao professor cabe trabalhar tanto as relações quaternárias quanto as ternárias. No que se refere a essa última, para o eixo da comparação multiplicativa, seria interessante começar por situações tidas como protótipos, quais sejam, aquelas que envolvem a relação de dobro e metade.

Referências

Brasil. (1997) *Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (Matemática)*. Brasília.

Duval, R. (2009). *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais* (Tradução de Lênio Fernandes Levy & Marisa Rosâni Abreu da Silveira). São Paulo: Livraria da Física.

Duval, R. (2011). *Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representação semiótica.* In T. M. M. Campos (Org.), Tradução de Marleide Alves Dias. São Paulo: Proem.

Magina, S., Merlini, V. Santos, & Aparecido dos. (2012) A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos campos conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In *3 Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* (pp. 1-12). Fortaleza.

Merlini, V. (2012). *As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais: um estudo de caso* (Tese de Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

Rudio, F.V. (2001). *Introdução ao projeto de pesquisa científica* (29ª ed.). Petrópolis: Vozes.

Santana, E. (2010). *Estrutura Aditiva: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?* (Tese de Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Santos, Aparecido dos. (2012). *Processos de formação colaborativa com foco no campo conceitual multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes* (Tese de Doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(23), 133-170. Grenoble.

Vergnaud, G. (1994). Multiplicative conceptual field: what and why? In H. Guershon, & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 41-59). Albany, N.Y.: State University of New York Press.

Vergnaud, Gérard (2009). *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar* (Trad. Maria Lucia Moro). Curitiba: UFPR press.