



O método *jigsaw* e a mobilização de estilos de pensamento matemático por estudantes de engenharia

Eloiza **Gomes**

Instituto Mauá de Tecnologia

Brasil

eloiza@maua.br

Benedito Antonio da **Silva**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Brasil

benedito@pucsp.br

Gabriel Loureiro de **Lima**

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Brasil

glima@pucsp.br

Resumo

Estudos mostram que compreender os estilos de pensamento dos alunos pode auxiliar os professores a diferenciarem o ensino no sentido de maximizar os resultados de aprendizagem. Desta forma, o objetivo deste trabalho é apresentar os resultados iniciais de uma pesquisa de doutorado que procura investigar os estilos de pensamento matemático mobilizados por alunos ingressantes no curso de Engenharia. Os estudos sobre estilos de pensamento de Sternberg e a categorização dos estilos de pensamento matemático desenvolvida por Ferri fundamentam as análises da pesquisa. O método *jigsaw* de aprendizagem cooperativa, desenvolvido por Elliot Aronson, foi utilizado na coleta de dados. Os primeiros resultados obtidos indicam uma predominância do estilo de pensamento matemático analítico, o que, em parte, pode ser consequência da influência exercida pelo professor sobre os alunos, uma vez que tal estilo é valorizado no modelo tradicional de ensino.

Palavras-chave: aprendizagem cooperativa, método *jigsaw*, estilo de pensamento matemático, engenharia.

Introdução

Neste trabalho apresentaremos os primeiros resultados de uma pesquisa de doutorado em Educação Matemática que procura investigar alguns aspectos do ensino da Matemática para alunos iniciantes nos cursos de Engenharia. Diante das dificuldades encontradas por tais alunos nas disciplinas matemáticas nas primeiras séries dos cursos superiores (diferenças essas apontadas por diversas pesquisas como um dos motivos do alto índice de reprovação e evasão dos cursos de Engenharia), a questão dos estilos, em suas mais diversas terminologias, tais como, estilos cognitivos, estilos de pensamento, estilos de percepção, estilos de aprendizagem etc., ganha relevância.

Apesar da variedade das concepções e teorias sobre estilos, os estudiosos da área convergem quando afirmam que compreender os estilos dos alunos pode auxiliar os professores a diferenciarem o ensino no sentido de maximizar os resultados de aprendizagem (Ferri (2003, 2012), Sternberg & Zhang (2005), Burton (1999)).

O sucesso e o insucesso na aprendizagem, não só na opinião de professores mas também para muitos pedagogos e psicólogos, são causados, dentre outros fatores, pelas diferentes habilidades de aprendizagem dos estudantes e também por como estes mobilizam tais habilidades. Neste sentido, Ferri (2012) destaca que, ao buscar respostas para questões como, por exemplo, o porquê de um mesmo aluno ter um desempenho fraco em um teste matemático de múltipla escolha e um excelente resultado quando envolvido em um projeto, estas não podem levar em consideração apenas as habilidades dos estudantes, mas também o estilo de pensamento matemático do indivíduo, que diz respeito exatamente às preferências para o uso de suas habilidades matemáticas. Não há como desconsiderar, portanto, que os estilos de pensamento matemático são fatores que influenciam a aprendizagem e o ensino da Matemática.

A literatura especializada mostra que os diferentes estilos de pensamento matemático nem sempre são explorados nos materiais didáticos e em sala de aula. Desta forma, não se oferecem visões alternativas que possam auxiliar o estudante a compreender um determinado conteúdo matemático (Burton, 1999).

Diante disso, nos colocamos as seguintes questões:

- Quais os estilos de pensamento matemático que predominam nos alunos ingressantes de um curso de Engenharia?
- Como desenvolver um conteúdo de forma a privilegiar os vários estilos de pensamento matemático?

Nossas pesquisas nos levaram à aprendizagem cooperativa que é a metodologia de ensino que propicia aos estudantes trabalhar em equipes para atingir um objetivo comum, em condições que envolvem a interdependência positiva (todos os membros devem cooperar para completar a tarefa) e individual (cada membro é responsável pelo resultado final). Desta forma, outras questões surgiram:

- A estratégia de aprendizagem cooperativa seria um método de trabalho em sala de aula interessante do ponto de vista didático pedagógico?
- Tal estratégia poderia propiciar aos alunos explorarem melhor os diferentes estilos de pensamento matemático? E ajudar os alunos novos nos cursos de Engenharia a melhorar

seu desempenho nas disciplinas da área de Matemática?

Partindo destes questionamentos, o objetivo principal da tese em desenvolvimento é investigar se a estratégia de aprendizagem cooperativa pode propiciar ao estudante ingressante em cursos de Engenharia o trânsito por diversos estilos de pensamento matemático.

Para atingir este objetivo, optamos por trabalhar com conteúdos desenvolvidos no curso de Geometria Analítica, em especial o estudo da reta. A hipótese é que, se abordado por meio de um método de aprendizagem cooperativa, o tratamento vetorial no estudo de retas nos espaços tridimensional e bidimensional pode favorecer ao aluno o trânsito por vários estilos de pensamento matemático.

Existem vários métodos de aprendizagem cooperativa, dentre os quais destacamos o método *jigsaw*¹, desenvolvido por Elliot Aronson. Essa metodologia propicia a discussão em grupo, mas o trabalho individual é fundamental para a resolução de certa tarefa. Assim, acreditávamos que essa dinâmica poderia ser um momento importante para analisar a presença dos estilos de pensamento matemático e verificar se tal metodologia favorece o estudante a transitar por vários estilos e não ficar restrito apenas ao de sua preferência.

Neste artigo, apresentaremos, em primeiro lugar, algumas considerações teóricas a respeito dos estilos de pensamento matemático. Em seguida, discorreremos sobre a aprendizagem cooperativa e o método *jigsaw* para, então, relatarmos o processo de coleta de dados que contou com a participação de 21 estudantes, voluntários, da primeira série do curso de Engenharia da Escola de Engenharia Mauá² no ano letivo de 2014. O processo envolveu quatro encontros com os sujeitos da pesquisa. Finalmente, analisaremos os dados coletados em dois destes encontros.

Estilos

As discussões sobre a construção do estilo em cada indivíduo ocorrem principalmente no campo da Psicologia Cognitiva e existem poucas abordagens com referência a Matemática (Ferri, 2012). Não existe consenso ainda sobre a definição de estilo; há várias vertentes. Frota (2010) cita que a literatura em Psicologia refere-se a estilos utilizando terminologias distintas: estilo cognitivo, estilo de resolução de problemas, estilo de pensamento, estilo de percepção, estilo de aprendizagem, entre outros. Salienta ainda, que tais terminologias não representam, necessariamente, ideias convergentes.

Ferri (2003) apresenta da seguinte maneira a classificação de Sternberg para os estilos:

- Estilos de aprendizagem: podem ser usados para caracterizar como se prefere aprender. Alguns aprendem melhor visualmente, outros auditivamente. Ou, talvez, alguns preferem uma forma ativa de aprendizagem *versus* uma forma passiva.

¹ Uma tradução livre para *jigsaw* é quebra cabeça, mas neste texto usaremos o termo em inglês que é mais utilizado na literatura.

² Escola de Engenharia Mauá faz parte do Centro Universitário do Instituto Mauá de Tecnologia que foi fundado em 11 de dezembro de 1961, situado em São Caetano do Sul, São Paulo, Brasil. É uma entidade de direito privado - associação sem fins lucrativos - de utilidade pública, dedicada ao ensino e à pesquisa científica e tecnológica, visando à formação de recursos humanos altamente qualificados.

- Estilos de pensamento: podem ser usados para caracterizar como o indivíduo prefere pensar sobre o objeto de estudo, durante o aprendizado ou depois. Por exemplo, um indivíduo pode preferir pensar sobre questões globalmente ou localmente.
- Estilos cognitivos: dizem respeito às formas de cognição. Por exemplo, algumas pessoas separam a informação, outras as mantêm compactadas. Os estilos cognitivos tendem a ficar mais perto da personalidade do que os outros tipos de estilos (Ferri, 2003, p.3, tradução nossa).

Em resumo, pode-se dizer que um estilo de aprendizagem é, de maneira genérica, a forma como um aprendiz recebe a informação, enquanto que um estilo de pensamento é a maneira como este a processa e a opera. Manifesta-se como uma preferência do indivíduo por utilizar, durante o processamento da informação ou no momento em que está trabalhando com a mesma, certas habilidades em detrimento de outras. Deste modo quando se destacam diferenças individuais no estilo de pensamento, estas são, de fato, apenas diferenças, não podendo ser classificadas como melhor ou pior.

Estilos de Pensamento

O estilo de pensamento refere-se a padrões habituais ou formas preferenciais de fazer algo (pensar, aprender, ensinar) que são consistentes durante longos períodos de tempo em muitas atividades (Ferri, 2012). Sternberg e Zhang (2005) apresentam algumas características gerais de estilo de pensamento:

- Os estilos são preferências e não habilidades. Existe uma diferença entre de que forma o aluno é criativo (habilidade) e quanto gosta de ser criativo (estilo).
- Estilos não são 'bons' ou 'ruins', o que importa é sua serventia para a relação aluno/professor ou aluno/material. O que um professor considera um bom estilo, outro pode considerar ruim, e vice-versa.
- Os estilos podem variar entre tarefas e situações. As pessoas variam seus estilos, pelo menos um pouco, para se adequar ao que estão fazendo. Elas não têm um estilo fixo.
- As pessoas diferem em dosagens de preferências estilísticas. Algumas pessoas preferem mais um determinado estilo, outras menos.
- As pessoas diferem em termos de flexibilidade estilística. Algumas pessoas facilmente podem alternar entre os estilos, outros não.
- Os estilos são socializados. Estilos são aprendidos por meio de interações com o ambiente.
- Os estilos podem variar ao longo da vida, eles são não fixos. As pessoas podem mudar seus estilos no decorrer dos anos.
- Os estilos são mensuráveis.
- Os estilos são modificáveis. As pessoas não estão "presas" a determinados estilos, a menos que queiram.
- O que é valorizado em um instante e lugar pode não ser em outro. Um estilo que leva ao sucesso em uma escola ou trabalho pode levar ao fracasso em outra. (Sternberg & Zhang, 2005, p.246, tradução nossa).

Diante destas características colocadas pelos autores, percebe-se a diversidade de modos que se podem explorar os estilos de pensamento de um indivíduo, no sentido de propiciar um

melhor desempenho em uma atividade. Uma vez que os estilos são aprendidos por meio de interações sociais, o ambiente escolar pode criar oportunidades que levem o estudante a modificar um determinado estilo, de modo que lhe propicie melhor resultado na vida escolar.

Estilos de Pensamento Matemático

O desempenho acadêmico dos alunos em matemática é muito discutido no ambiente escolar. Muitos professores, pedagogos e psicólogos atribuem o sucesso e fracasso na aprendizagem às capacidades individuais dos estudantes. Assim, ainda permanece sem resposta a questão: Porque um aluno tem um bom desempenho em uma avaliação de múltipla escolha e quando trabalha com projeto o seu resultado é fraco? Ferri (2012), aponta que a primeira justificativa que vem à mente são as diferenças nas habilidades matemáticas dos alunos. A autora apresenta outra explicação: os estilos de pensamento matemático, que não são as habilidades matemáticas, mas sim como os alunos preferem utilizá-las.

Desta forma, na perspectiva dos estudos de Sternberg, Ferri (2012) enumera alguns princípios dos estilos de pensamento matemático:

- são atributos da personalidade, porque as preferências são conectadas com aspectos positivos;
- não são as estratégias de resolução de problemas matemáticos, porque as estratégias são desenvolvidas em um nível maior de consciência;
- são, em parte, influenciados socialmente, o que significa que os pais ou, na maioria dos casos, os professores, dão as diretrizes de como a Matemática tem de ser aprendida e representada durante as aulas ou exames, por exemplo, com ou sem visualização, esboços etc. (Ferri, 2012, p.abcde+3, tradução nossa).

Não existe um consenso sobre as características ou classificação dos estilos de pensamento matemático. Em 1892, Felix Christian Klein, matemático alemão, construiu uma tipologia de três classes de matemáticos: o filósofo, que constrói sobre a base de conceitos; o analista, que essencialmente "opera" com fórmulas e o geometa, cujo ponto de partida é o visual.

Esta classificação, que pode ser generalizada em dois tipos, visual e analítico, como afirma Ferri (2012), foi baseada em observações feitas em cooperação com outros matemáticos e não com base em estudos empíricos.

Em 1945, o matemático francês Jacques Salomon Hadamard criou uma tipologia similar restrita a dois estilos de pensamento, visual e analítico. Seu trabalho, segundo Ferri (2012), foi orientado pela questão de como surgem, sob o ponto de vista da psicologia, as ideias abstratas para as soluções de problemas matemáticos. A autora salienta que nos estudos de Hadamard, são analisados trabalhos do psicólogo francês Théodule-Armand Ribot, que distingue dois tipos de matemáticos: aqueles que pensam de uma forma puramente algébrica, com a ajuda de sinais, e aqueles que precisam de uma representação figurada, uma construção, mesmo que esta seja considerada como pura ficção, sem nenhum embasamento teórico.

Burton (1999), trabalhando com os matemáticos, acrescentou à caracterização de Hadamard mais um estilo, que chamou de conceitual. Assim, para Burton os estilos de pensamento matemático são: visual, analítico e conceitual.

Os resultados da pesquisa de Burton, utilizando sua caracterização, mostram que quase um terço dos matemáticos apresenta apenas um estilo, enquanto a maioria dos restantes permeava entre dois estilos e poucos utilizavam os três.

Burton(1999) manifesta suas preocupações como educadora de Matemática, ao referir-se aos dados de sua pesquisa que mostraram que professores que usam o estilo visual estão cientes que outros estilos de pensamento existem, enquanto para os que não se enquadram nesta classificação, o estilo de todos são similares aos seus. Afirma ainda que poucos percebem que existe uma via de mão dupla entre os estilos de pensamento e a aprendizagem. Assim, em geral, um professor com um determinado estilo dominante só se comunica fluentemente com os alunos que compartilham do mesmo estilo. Além disso, os materiais de ensino não são preparados para explorar as diferenças de estilos de pensamento e, na maioria das vezes, não oferecem visões alternativas que possam auxiliar o estudante a compreender um determinado conteúdo matemático.

Os estilos de pensamento matemático, até então, não haviam sido analisados em estudantes. Com tal objetivo, Ferri, em 2003 e 2004, realiza um primeiro estudo qualitativo com alunos do nono e décimo ano escolar, utilizando a classificação de Burton. A coleta dos dados dessa pesquisa foi realizada por meio da resolução de problemas matemáticos resolvidos pelos alunos em duplas.

Destes estudos, Ferri coloca uma nova classificação para os estilos de pensamento matemático:

- **Estilo Visual:** mostram preferências por imagens internas e representações externas pictóricas. A compreensão de fatos matemáticos é feita por representações holísticas. As imagens internas são realizadas, principalmente, por fortes associações com situações vividas.
- **Estilo Analítico:** mostram preferências por imagens internas e representações externas formais. São capazes de compreender fatos matemáticos, de preferência, por meio simbólico ou verbal. Preferem conduzir os pensamentos sequencialmente, passo a passo.
- **Estilo Integrado:** combinam maneiras visuais e analíticas de pensar e são capazes de mudar de forma flexível entre as diferentes representações ou formas de prosseguir (Ferri, 2012, Abcde+3, tradução nossa).

Embora Ferri, com base nos estudos de Sternberg, destaque que os estilos de pensamento matemático não são estratégias de resolução de problemas, estes se revelam, ainda que implicitamente, em tais estratégias adotadas pelos estudantes.

Na sequência, tecemos algumas considerações a respeito de aprendizagem cooperativa e do método *jigsaw*.

Aprendizagem Cooperativa e o método *jigsaw*

A aprendizagem cooperativa é um termo genérico que se refere a numerosas técnicas de organizar e conduzir as atividades em sala de aula. Consiste principalmente na utilização de pequenos grupos para desenvolver um trabalho com objetivos comuns. Esse trabalho em conjunto propicia aos estudantes criarem formas de interdependência que os tornam responsáveis pelo sucesso de sua aprendizagem e também pela dos outros (Vieira, 2000).

Alguns docentes podem achar que já desfrutaram dessa metodologia, quando pediram para seus alunos sentarem em pequenos grupos para desenvolver um determinado trabalho. Nas aulas de matemática isso é muito comum. Os professores exploram determinado assunto e apresentam uma bateria de exercícios na sequência. Para resolução desses, colocam os alunos em pequenos grupos que tem como meta resolvê-los e depois apresentarem a solução. Esta atitude está muito longe de ser uma aprendizagem cooperativa, pois tal metodologia exige mais do que os estudantes estarem reunidos em torno de uma mesa com o professor dizendo para trabalharem juntos e colaborarem um com o outro (Aronson, 2000).

Na aprendizagem cooperativa os grupos de estudantes desenvolvem um trabalho com objetivos comuns. Tal trabalho deve ser organizado de forma a maximizar a aprendizagem de cada indivíduo do grupo durante o processo de realização do mesmo (Santos, 2011). Existem vários modelos e diferentes formas de implementação da aprendizagem cooperativa, mas há um consenso da presença de cinco componentes para que se possa falar nesta abordagem pedagógica. Segundo Johnson e Johnson, 1999, são eles:

- interdependência positiva – percepção que só será possível atingir o objetivo final de uma tarefa se o trabalho for realizado em conjunto.
- responsabilidade individual – promover responsabilidade do estudante pela própria aprendizagem, fazendo com que cada componente do grupo fique mais forte.
- interação face a face – promover a colaboração mútua entre os alunos dos grupos.
- habilidades interpessoais – reunir os alunos em grupos e pedir para cooperarem, não necessariamente tem-se êxito. Alguns aspectos devem ser ensinados como a liderança, tomada de decisão, aquisição de confiança, comunicação e resolução de conflitos.
- processamento grupal – a participação de cada componente deve ser garantida e dificuldades de relacionamento entre os integrantes devem ser superadas (Johnson & Johnson, 1999, p.70-71).

A compreensão destes cinco elementos básicos deve refletir no trabalho do professor que deverá adaptar os conteúdos a serem desenvolvidos às necessidades dos alunos, dimensionar o uso da aprendizagem cooperativa, prevenir e resolver os problemas (que devem aparecer) de alunos que não tem afinidade com trabalhos em grupo.

Várias técnicas para se utilizar a aprendizagem cooperativa vem sendo desenvolvidas desde os anos sessenta. Dentre estas, destacamos o método *jigsaw*, em que o professor divide a turma em grupos heterogêneos de 4 a 6 alunos e não se utiliza de aulas tradicionais. Ele é responsável por preparar o material que deverá ser estudado, dividindo o assunto, em um número de temas igual ao número de alunos de cada equipe. O trabalho inicial é individual. Cada aluno recebe seu tema e deve estudá-lo antes de se reunir com os colegas dos outros grupos com tema semelhante. Nestes grupos, os alunos aprendem a dominar o assunto do seu tema, que depois deverão explicar aos seus colegas da equipe inicial (Vieira, 2000). Com essa dinâmica a classe dos alunos poderá ter condições de aprender o conteúdo pretendido pelo professor. Não está prevista nenhuma avaliação para a produção do grupo, apenas individual que será gerada por uma prova ao fim da atividade.

De posse dos pressupostos teóricos sobre os quais discorremos nas seções anteriores, realizamos um experimento com estudantes de Engenharia. Apresentamos, a seguir, algumas considerações a respeito do processo de coleta de dados.

Coleta de dados

A coleta de dados foi realizada em quatro encontros. O primeiro teve como objetivo explicar para os participantes como funcionaria nossa atividade. Explicamos o método *jigsaw* e, principalmente, como deveriam proceder no momento em que fossem apresentar como pensaram para resolver as questões. Tínhamos que garantir que explicassem seus pensamentos e não que apresentassem uma simples reprodução de procedimentos da resolução. No segundo encontro o método *jigsaw* foi realizado e teve duração de 120 minutos. Os alunos foram distribuídos em 5 grupos e a escolha dos grupos foi realizada de forma aleatória. Do terceiro encontro participaram 21 alunos e neste realizamos uma discussão das resoluções produzidas pelos grupos durante o segundo encontro, com o objetivo de dar uma devolutiva aos estudantes sobre o que foi desenvolvido naquela ocasião. No quarto e último encontro, realizado dois meses após o terceiro, se propôs aos estudantes que participaram dos três encontros anteriores, que resolvessem a mesma questão já proposta no primeiro.

O conteúdo matemático explorado nestes quatro encontros, referia-se ao estudo da reta nos espaços bidimensional e tridimensional. A escolha deste assunto deve-se ao fato de pressupomos que este daria condições de explorarmos os três estilos de pensamento matemático expostos na classificação de Ferri. Outro fato que reforçou a escolha do conteúdo é que este já era de conhecimento dos alunos, uma vez que o estudo da reta no \mathbb{R}^3 já havia sido tratado nas aulas da disciplina Geometria Analítica e no \mathbb{R}^2 , além de terem estudado no ensino médio, havia sido reforçado nas aulas de Cálculo I, quando se abordou a interpretação geométrica da derivada de uma função no ponto. Essa preocupação de trabalhar com um conteúdo que fosse de domínio dos alunos deve-se ao fato de, como afirma Ferri (2012), os estilos de pensamento matemático estarem relacionados a como o indivíduo utiliza suas habilidades matemáticas e não a como aprendem Matemática. Não foi nossa intenção ensinar nenhum novo conteúdo aos participantes desta pesquisa, mas sim verificar como os mesmos mobilizam as habilidades matemáticas que já possuem para elaborar a solução de um problema.

No primeiro encontro, a questão proposta aos estudantes, com o objetivo de observar quais estilos de pensamento matemático seriam manifestados por eles, foi a apresentada na Figura 01.

Sejam as retas s , determinada pelos pontos $A = (1, 2, 0)$ e	
$B = (2, -1, 0)$, e $r \begin{cases} x = 3\lambda \\ y = -4 + \lambda \\ z = 0 \end{cases}$ com $\lambda \in \mathbb{R}$.	
Estude a posição relativa das r e s .	Passos do desenvolvimento.

Figura 01. Questão proposta no primeiro encontro.

No segundo encontro, foi aplicado o método *jigsaw* e o objetivo final era que cada grupo apresentasse uma resolução da questão exposta na Figura 02.

Com os estudos realizados por cada integrante do grupo, respondam as questões a seguir, justificando as respostas.

- a) Existem semelhanças entre as equações paramétricas da reta no \mathbb{R}^2 e no \mathbb{R}^3 ? Em caso afirmativo, identifique-as.
- b) Escreva por meio do tratamento vetorial as equações paramétricas da reta que passa pelo ponto $P_0 = (x_0, y_0)$ e tem coeficiente angular m , indicando o vetor diretor.
- c) Com os assuntos discutidos pelo grupo, deve-se ter verificado que no \mathbb{R}^2 duas retas são paralelas se os coeficientes angulares são iguais e perpendiculares se o produto deles é -1 . Já no \mathbb{R}^3 , utilizam-se os vetores diretores das retas para tal discussão. Este modelo agora pode ser utilizado também para o \mathbb{R}^2 . Utilize o **tratamento vetorial** para mostrar que, em \mathbb{R}^2 , se duas retas são paralelas, então os coeficientes angulares são iguais; e se são perpendiculares, o produto dos coeficientes angulares é -1 .
- d) Por que no \mathbb{R}^3 é necessário um tratamento vetorial?

Figura 02. Questão proposta ao final do segundo encontro.

Para que o objetivo fosse atingido, conforme determinam as regras do método, cada componente do grupo recebeu um tema de estudo que seria subsídio para resolução da questão que o grupo deveria apresentar ao final do encontro. Cada aluno teve 30 minutos para que, individualmente, estudasse o texto referente ao seu tema. Após esse tempo de trabalho individual, os alunos que estudaram o mesmo tema reuniram-se no intuito de esclarecer eventuais dúvidas e organizar a apresentação, a respeito daquela temática, que cada um deveria fazer ao seu grupo inicial. Após os responsáveis por cada um dos temas apresentarem os resultados de seus estudos para seus colegas de equipe que trabalharam com outras temáticas, o grupo deveria estar apto a resolver a questão principal.

No terceiro encontro, além da devolutiva feita pelo pesquisador, referente ao trabalho desenvolvido no encontro anterior, foi proposta uma questão visando comparar os estilos mobilizados pelos estudantes neste momento com aqueles que haviam se manifestado no primeiro encontro.

Finalmente, no quarto encontro, optou-se por reaplicar a questão trabalhada no primeiro encontro com o objetivo de verificar se, após dois meses, seria possível identificar alguma mudança na mobilização dos estilos. A indagação que tentamos responder era se, caso houvesse uma mudança entre o primeiro encontro e o terceiro, isso se manteria após dois meses.

Apresentaremos, então, na sequência, uma primeira análise dos dados coletados durante o primeiro e o terceiro encontros.

Primeiros resultados

No primeiro encontro identificamos que 11 alunos demonstraram o estilo de pensamento matemático analítico. As soluções são sempre formais e muito semelhantes as apresentadas pelos professores em sala de aula. Como prevíamos, a predominância foi de tal estilo, uma vez que, a parte visual e, podemos dizer também a geométrica, são pouco exploradas no ensino das disciplinas da área de Matemática nos cursos de Engenharia. Tal fato vem corroborar, com a afirmação de Ferri, de que os estilos de pensamento matemático são, em parte, influenciados socialmente, o que significa que os professores dão as diretrizes de como a Matemática tem de ser aprendida e representada durante as aulas ou exames.

O estilo de pensamento matemático exclusivamente visual é manifestado por apenas 2 alunos. Esses resolveram a questão utilizando a representação gráfica, esboçando as retas em um sistema de coordenadas e então respondendo a questão do problema. Os gráficos são apresentados de forma desorganizada e as justificativas são confusas. Nenhum deles respondeu corretamente a questão. Analisando o desempenho escolar desses alunos percebemos que os mesmos têm notas, não só nas disciplinas da área de Matemática, muito baixas. São estudantes com idades superiores à média dos demais e que ficaram um período fora da escola. Uma conjectura que pode ser feita é que, por não terem conhecimento do conteúdo, fazem associações com situações de ensino anteriores, característica do estilo visual na classificação de Ferri.

O estilo de pensamento matemático integrado se manifesta em 7 estudantes. Não podemos afirmar que esta integração é feita igualmente entre os estilos visual e analítico. Percebemos que a maioria dos alunos tende mais para o analítico do que o visual.

Observando os dados coletados no terceiro encontro, notamos que 17 alunos apresentam exclusivamente o estilo analítico e 3, o visual. O único aluno que classificamos com pertencente a categoria do estilo integrado apresenta uma pequena parte do estilo visual indicada pela presença um gráfico pouco representativo.

Como já mencionamos, no segundo encontro, utilizando método *jigsaw*, realizamos um estudo vetorial para as retas no \mathbb{R}^2 . Mesmo assim, apenas 9 dos 21 participantes percebem e optaram por uma resolução no plano, sendo que apenas 2 utilizaram um tratamento gráfico. Isso nos mostra que, mesmo identificando que o estudo poderia ser realizado no \mathbb{R}^2 , o estilo de pensamento matemático analítico ainda predomina.

Dos 3 alunos que no terceiro encontro faziam parte do estilo visual, 2 deles eram classificados anteriormente no integrado, sendo que um estudante no primeiro encontro percebeu que a resolução poderia ser feita no \mathbb{R}^2 . Este fato pode ter influenciado, após o segundo encontro, a mudança para o estilo visual. Já o outro mostrou ter dificuldade na resolução das questões, principalmente no primeiro encontro, colocando suas explicações de maneira confusa, utilizando os estilos visual e analítico. No terceiro encontro, este aluno, deixa explícito o estilo de pensamento matemático visual quando escreve que: “*para mim torna-se mais fácil enxergar onde cada reta está posicionada exatamente.*”

O único aluno que permaneceu manifestando unicamente o estilo de pensamento visual foi o mais velho da turma. Em conversas informais nos relatou que já tinha um diploma de curso superior e que agora estava tentando realizar seu sonho de ser engenheiro formado pela Escola de Engenharia Mauá. Uma conjectura, embora precoce, pois um estudo mais detalhado deveria ser realizado, é que os alunos com mais idade e com mais experiências educacionais, têm uma resistência maior a mudança de estilo de pensamento.

Outro fato que notamos, é que 7 alunos que no primeiro encontro foram classificados no estilo de pensamento matemático integrado passaram para um determinado estilo, visual ou analítico, sendo que a maioria (5 dos 7) para o analítico.

Considerações Finais

Ao iniciarmos a investigação de doutorado em andamento, tínhamos, a princípio, duas indagações envolvendo os estilos de pensamento matemático dos calouros nos cursos de

engenharia. Uma delas dizia respeito a quais estilos predominavam dentre tais alunos, já que pouco se encontrou na literatura a respeito deste assunto. A outra indagação era se, por meio da análise de resoluções de questões matemáticas solucionadas por tais estudantes, seria possível fazer conjecturas a respeito dos estilos de pensamento matemático manifestados pelos mesmos. Embora a literatura afirme que não se pode confundir estilos de pensamento com estratégias de resolução, levantamos a hipótese de que, como Ferri considerou em seus trabalhos com os alunos do ensino básico, também no ensino superior as resoluções podem dar indícios dos estilos de pensamento matemático empregado pelos estudantes. Foi a partir desta hipótese, verificada por meio de uma fase que chamamos de exploratória, que planejamos os instrumentos para a coleta de dados utilizados nesta pesquisa.

Por meio dos dados coletados nos dois encontros analisados neste artigo, notamos a predominância do estilo de pensamento matemático analítico, que pode ser, em parte, reflexo do modo como as aulas são ministradas e da influência que o professor exerce nos alunos. Uma conjectura inicial é que tal estilo é mais privilegiado no ensino dito tradicional, levando os alunos, mesmo aqueles que tenham características do estilo visual ou integrado, a procurarem apresentar tal estilo. Tal conjectura é feita com base nas reflexões de Ferri (2012), que salienta que os estilos de pensamento matemático sofrem influências do meio, especialmente dos professores que, mesmo inconscientemente, determinam de que maneira os alunos devem procurar mobilizar suas habilidades para aprender Matemática e para responder questões desta ciência.

Percebe-se, muitas vezes, que os professores acabam levando os alunos a ficarem com a impressão de que estratégias envolvendo o estilo de pensamento matemático visual servem apenas para dar uma ideia a respeito da solução de um problema, mas que esta, para que seja entendida de fato como uma solução formal, deve sempre ser apresentada na forma analítica. É preciso, portanto, que, durante suas aulas, os professores proponham atividades e utilizem materiais que desafiem os estudantes a mobilizarem suas habilidades matemáticas de maneiras diversificadas, isto é, a recorrer a diversos estilos de pensamento matemático. Não basta, ao trabalhar com determinado conteúdo, o docente propor apenas questões de um mesmo tipo, às quais os alunos serão capazes sempre de resolver recorrendo àquele estilo de pensamento que é de sua preferência; é preciso que estes percebam a necessidade de reestruturar a maneira como irão mobilizar suas habilidades matemáticas, ou seja, adotar estilos de pensamento aos quais, em geral, não costumam recorrer.

Dando continuidade à pesquisa, analisaremos os protocolos produzidos pelos alunos durante o segundo encontro, nos atentando especialmente para as produções daqueles estudantes que, conforme indicam os primeiros resultados apresentados, manifestaram estilos de pensamento matemático distintos no primeiro e no terceiro encontro. Verificaremos se é possível perceber alteração no estilo já ao final do segundo encontro e, caso isso tenha de fato ocorrido, se o tema designado para cada um dos alunos nesta situação e a maneira como o mesmo foi proposto teve alguma influência nesta modificação de estilos de pensamento matemático mobilizados. Além disso, caso existam alunos para os quais a alteração de estilo de pensamento matemático ocorreu somente após a aplicação completa do método *jigsaw*, procuraremos analisar como se deu, nesta mudança, a interferência de cada uma das fases de tal método. Outro fato que pretendemos verificar com a análise das produções escritas do segundo encontro diz respeito aos alunos classificados, tanto no primeiro quanto no terceiro encontro, com o estilo de pensamento

matemático analítico. Será que, nestes momentos, tais estudantes manifestaram o estilo analítico por eles envolverem a resolução de questões semelhantes àquelas apresentadas em sala de aula, quando o professor, em geral, privilegia o estilo analítico? E será que tais alunos, quando colocados diante de uma situação diferente, como a que foi proposta no segundo encontro, poderão mobilizar um estilo diferente do analítico? Finalmente, diante dos primeiros resultados obtidos, percebemos a necessidade de realizarmos entrevistas com alguns estudantes, visando tentar entender o motivo da maioria desses alunos manifestar, predominantemente, o estilo analítico. Não encontramos na literatura estudos sobre os estilos de pensamento matemático de alunos com perfis semelhantes aos sujeitos desta pesquisa. As investigações que mais se aproximam do universo considerado neste trabalho são as de Burton, que trabalhou com matemáticos. Entre tais sujeitos, o estilo de pensamento matemático privilegiado foi o integrado e não o analítico.

Referências e bibliografia

- Aronson, E. (2000). Jigsaw in 10 Easy Steps. Retirado de <http://www.jigsaw.org/steps.htm>. Acessado em: 10 dezembro 2013.
- Burton, L. (1999). Mathematics and their Epistemologies - and the Learning of Mathematics. In *European Research in Mathematics Education I* (pp. 87 – 102). Edited by Inge Schwank. Osnabrück. Retirado de <http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/erme/erme1-proceedings/erme1-proceedings-1-v1-0-2.pdf>. Acessado em: 09 dezembro 2012
- Ferri, R. B. (2003). Mathematical Thinking Styles - an Empirical Study. *Third Congress of the European Society for Research in Mathematics*, CERME 3. Bellaria, Itália. Retirado de http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3_BorromeoFerri_cerme3.pdf. Acessado em: 20 maio 2013.
- Ferri, R. B. (2012). Mathematical Thinking Styles and Their Influence on Teaching and Learning Mathematics. In *12th International Congress on Mathematical Education*, Program Name XX-YY-zz (pp. abcde-fghij), COEX, Seoul, Korea. Retirado de http://www.icme12.org/upload/submission/1905_F.pdf. Acessado em: 20 maio 2013.
- Frota, M. C. R. (2010). Perfis de Estilos de Aprendizagem Matemática de Estudantes Universitários. In: *Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP*, 12(1), pp.89-110.
- Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1999). Making Cooperative Learning Work. *Theory into Practice*, 38(2), 67-73. Retirado de http://www.proiac.uff.br/sites/default/files/documentos/cooperative_learning_johnsonjohnson1999.pdf. Acessado: em 10 setembro 2013.
- Santos, M. C. S. C. (2011). *Aprendizagem Cooperativa em Matemática: um estudo longitudinal com uma turma experimental do Novo Programa de Matemática do 2º ciclo do Ensino Básico* (Tese (Doutor em Ciências da Educação)). . 617 f. Faculdade de Ciências Humanas e Sociais da Universidade do Algarve.
- Sternberg, R. J., & Zhang, L-F. (2005). Styles of thinking as a basis of differentiated instruction. *Theory into Practice*, 44(3), 245–253. Retirado de <http://hub.hku.hk/bitstream/10722/45445/1/128798.pdf?accept=1>. Acessado em: 10 fevereiro 2013.
- Vieira, P. N. B. (2000). *Estratégias Alternativas de Ensino-Aprendizagem na Matemática: estudo empírico de uma intervenção com à aprendizagem cooperativa, no contexto do ensino profissional* (Dissertação). 271 f. Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade do Porto.