



## O Movimento da Matemática Moderna e a geometria nas séries iniciais

Maria Célia Leme da Silva

GHEMAT – Universidade Federal de São Paulo

Brasil

[celia.leme@unifesp.br](mailto:celia.leme@unifesp.br)

### Resumo

O texto tem o intuito de analisar o ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental no período do Movimento da Matemática Moderna – MMM. A análise tem como fonte central a coleção pioneira na modernização do ensino de matemática para o primário, Curso Moderno de Matemática para as Escolas Elementares, e pretende responder: Como as autoras se apropriam do ideário do MMM no que diz respeito aos conceitos geométricos especificamente ao segmento primário? Concluímos, ao final, que a coleção certamente inova, não só nos novos conteúdos de topologia incorporados, mas também na apresentação de uma geometria euclidiana que se desvincula das construções geométricas. Tudo indica que a proposta modernizadora para o ensino de geometria nas séries iniciais, chega aos livros didáticos brasileiros em tempo do MMM, porém de forma reduzida e isolada da tradicional geometria euclidiana.

Palavras chaves: geometria escolar, Movimento da Matemática Moderna, séries iniciais, livros didáticos

### Considerações Iniciais

O presente texto tem o intuito de analisar o ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental no período do Movimento da Matemática Moderna – MMM. O GHEMAT<sup>1</sup> vem desenvolvendo pesquisas nos diferentes níveis sobre o MMM, tendo o projeto de Cooperação Internacional entre Brasil e Portugal<sup>2</sup> como um grande impulsionador destas investigações. No último

---

<sup>1</sup> Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil – <http://www.unifesp.br/centros/ghemat>.

<sup>2</sup> Trata-se do projeto CAPES/GRICES “Movimento da Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos” coordenados por José Manuel Matos do lado português e por Wagner Rodrigues Valente do lado

Seminário Temático de pesquisas sobre o MMM realizado em Juiz de Fora, julho de 2010, apresentamos um inventário e síntese dos estudos realizados até o momento acerca da geometria escolar<sup>3</sup>, no qual identificamos uma lacuna a ser investigada. Nenhuma pesquisa cujo enfoque seja especificamente o ensino de geometria no primário foi identificada. Assim sendo, pretendemos contribuir na composição de um cenário que revele como se deu o ensino da geometria em tempos do MMM.

Estamos chamando de MMM o movimento de reformulação do currículo da matemática para o ensino básico, discutido internacionalmente, em diferentes fóruns europeus, americanos, latino-americanos, a partir da década de 1950. No Brasil, pode-se dizer que o MMM ganha forças a partir da década de 1960 com a criação de grupos de estudos<sup>4</sup>, publicações de livros didáticos com a matemática moderna e cursos de capacitação para professores. O segmento das séries iniciais, denominado ensino primário<sup>5</sup> até o ano de 1971, também sofre reformulações na proposta de matemática.

A tese de Lúcia Villela, defendida em 2009, tem como objeto de pesquisa duas coleções de livros didáticos publicados pela Companhia Editora Nacional assinadas pelas educadoras matemáticas Anna Franchi, Lucília Bechara, Manhucia Liberman, Anna Averbuch e Franca Gottlieb. Uma das coleções, Curso Moderno de Matemática para as Escolas Elementares<sup>6</sup>, refere-se à primeira publicação com as novas propostas modernizadoras para o segmento das séries iniciais.

A presente análise tem como fonte central a coleção pioneira na modernização do ensino de matemática para o primário, publicada nos finais da década de 1960 e que teve uma expressiva vendagem segundo levantamento realizado por Villela (2009). Pretendemos identificar como a geometria se apresenta nessa obra inovadora, em outras palavras, a nossa questão norteadora é: Como as autoras se apropriam do ideário do MMM no que diz respeito aos conceitos geométricos especificamente ao segmento primário?

### **A proposta de geometria no Curso Moderno de Matemática para as Escolas Elementares**

A Coleção Curso Moderno de Matemática para as Escolas Elementares, editada pela Companhia Editora Nacional, tem o primeiro e segundo volumes publicados em 1967, que correspondem à 1ª série primária<sup>7</sup>. A partir de então, a cada ano é publicado uma série, de maneira que

---

brasileiro. O projeto terminou em 2009, porém os estudos sobre a temática juntamente com os Seminários Temáticos desenvolvidos pelos pesquisadores dos dois países permanecem.

<sup>3</sup> Um dos subprojetos desenvolvidos no projeto de Cooperação Internacional foi “A trajetória da geometria escolar no Brasil e em Portugal e o Movimento da Matemática Moderna”, coordenado por Maria Célia Leme da Silva. O texto da mesa “Novos conteúdos e novas metodologias no Movimento da Matemática Moderna: uma análise de pesquisas que investigam a temática” consta dos Anais do Seminário e apresenta a síntese completa (OLIVEIRA ET AL, 2010).

<sup>4</sup> O GEEM – Grupo de Estudos do Ensino da Matemática é criado em 1961, na cidade de São Paulo sob a liderança de Osvaldo Sangiorgi. Participaram do Grupo professores universitários, dos ensinos secundário e primário, autores de livros didáticos, todos com o objetivo de incentivar, coordenar, divulgar e atualizar a matemática, bem como seu ensino, nos cursos primário, secundário e normal. Em outras palavras, propor ações que subsidiassem a introdução da matemática Moderna na escola básica. Cursos para professores, palestras de professores estrangeiros no Brasil, publicação de material, tradução de livros constituíram as principais atividades desenvolvidas pelo GEEM (LEME DA SILVA, 2008, p. 69)

<sup>5</sup> No Brasil, na década de 1960, o ensino fundamental era dividido em primário (quatro anos) e secundário (ginásial de quatro anos mais colegial de três anos)

<sup>6</sup> Um estudo completo da coleção, seu processo de elaboração, a trajetória das autoras, o momento da publicação, as diversas edições com números detalhados e outras análises podem ser lidas na tese de Villela (2009).

<sup>7</sup> A 1ª série é dividida em dois volumes, os demais, até a 4ª série primária, tem somente um volume. Assim, vol. 1 e 2 corresponde à 1ª série; vol. 3 à 2ª série; vol. 4 à 3ª série e vol. 5 à 4ª série. A autoria dos volumes 1, 2 e 3 é de Anna Franchi – Licenciada em Matemática pela Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo, Coordenadora de

o quinto e último volume da coleção é publicado em 1970. É importante destacar, uma vez mais, a importância da Companhia Editora Nacional no mercado de editoração à época, assim como a liderança das autoras no cenário educacional e em especial nas experiências referentes aos cursos primários e participação nas diversas ações de divulgação do MMM promovidas pelo GEEM. Configura-se, desta forma, uma coleção de vanguarda para o ensino moderno de matemática destinado ao curso primário.

O estudo da geometria é desenvolvido na coleção desde o volume 2 (1ª série) até o volume 5 (4ª série). No entanto, a distribuição não é uniforme. A geometria inicia no volume 2, nas três últimas páginas do livro com atividades contendo objetos do dia a dia que podem representar as figuras geométricas do cubo, esfera e cilindro. Aliás, a geometria espacial é apresentada no início, volume 2 e no final da coleção, volume 5, no último capítulo. Os volumes, 3, 4 e 5 são destinados ao estudo de geometria plana.

Pode-se dizer que a proposta da geometria inicia mesmo, no volume 3, destinado à 2ª série primária, em que, na nota introdutória junto aos demais conteúdos consta o item “noções de geometria”. O estudo começa convidando o aluno a traçar diversos caminhos para sair de um ponto A e chegar num ponto B. As páginas seguintes tratam de curvas abertas e fechadas, simples e não simples, interior das curvas fechadas simples para depois apresentar os lados retos, polígonos, triângulos e quadriláteros.

Logo nas primeiras atividades já se reconhece a proposta moderna do ensino de geometria. Temas como curvas abertas e fechadas, interior e exterior são conceitos novos, introduzidos a partir das propostas discutidas no MMM. Trata-se de inserção das estruturas topológicas no ensino de geometria. Expliquemos melhor como essa proposta ganha reconhecimento no ensino primário.

Os estudos de Piaget e Inhelder publicados em 1947 sobre a representação do espaço na criança apontam para uma mudança na forma tradicional de iniciar o estudo pela geometria euclidiana. Segundo as investigações psicológicas, o desenvolvimento do espaço pela criança começa por intuições topológicas elementares bem antes de torna-se projetivo e euclidiano (PIAGET E INHELDER, 1993, p. 12). Valente (2009) discute o livro que apresenta os resultados da investigação e enfatiza a posição dos autores em relação ao ensino de geometria:

desde o Prólogo da obra, Piaget e Inhelder fazem apelo, em realidade, a uma mudança no que deveria ser elementar no ensino de geometria para crianças. Dever-se-ia abandonar a milenar idéia do ensino dos rudimentos dos elementos de Euclides, voltando-se a atenção para os elementos da Topologia (p. 5)

Valente (2009) também destaca que “um dos primeiros a dar aplicabilidade aos estudos piagetianos no ensino da matemática e, em especial da geometria, é Zoltan Dienes” (p.5). Muitas são as obras produzidas por Dienes e ainda na década de 1960 alguns de seus livros são traduzidos e publicados em português no Brasil. Fora isso, Dienes vem ao Brasil, ministra cursos para professores, faz palestras e mantém uma proximidade com as lideranças do MMM no Brasil. Para o ensino primário, certamente é uma referência muito forte nas ações de implantação e divulgação do MMM, seja na produção de livros didáticos, assim como nas orientações pedagógicas produzidas pela Secretaria do Estado de São Paulo, entre outras. Destacamos a seguir a posição de Dienes em relação à geometria:

---

Matemática do Grupo Escolar Experimental Dr. Edmundo de Carvalho; Lucília Bechara – Licenciada em Matemática pela Faculdade de filosofia, Ciências e Letras da universidade de Campinas. Supervisora de Matemática dos Ginásios Vocacionais do Estado de São Paulo; Manhucia Perelberg Liberman – Licenciada em Matemática pela Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil. Supervisora de Matemática do Curso Primário do Ginásio Experimental I. L. Peretez. Nos volumes 4 e 5, a autoria é de somente Lucília Bechara e Manhucia Liberman.

A geometria é a exploração do espaço. Uma criança, desde seu nascimento, explora o espaço. Primeiramente o olha, depois o sonda com seus braços e pernas visando a descoberta, e enfim se desloca nele. É preciso um tempo bastante longo para desenvolver as idéias de perspectiva, de distância, de profundidade; noções como as de dentro e fora, diante e atrás, antes e depois, e assim por diante. (...) As primeiras noções de geometria não têm nada a ver com a medida. Uma criança preocupa-se muito pouco com a distância exata dos objetos, de seus movimentos ou do ângulo sob o qual as coisas são vistas (VALENTE, 2009, p. 5-6 apud DIENES, 1977, p.1).

Retornando as atividades iniciais do livro ora analisado, nos questionamos se os novos conteúdos identificados no volume 2 podem ser considerados em acordo com a proposta de Dienes. Para tentar responder a essa questão apresentamos, primeiramente, os conteúdos tratados ao longo de toda a coleção.

No volume 2, as seis primeiras páginas do tema “noções de geometria” revelam a tentativa de estudo de conceitos topológicos antes da geometria euclidiana propriamente. Entretanto, vale destacar que a abordagem topológica é bastante breve e de pouca exploração, já que em seguida são apresentadas as características e classificação dos polígonos. No volume 4, para a 3ª série, novamente ao retomar o estudo de geometria, a primeira página é uma revisão das curvas abertas e fechadas propostas no volume anterior. Trata-se de somente uma página e depois segue com a geometria euclidiana. Finalmente, no volume 5, para a 4ª série, no capítulo que introduz o estudo de geometria são destinadas cinco páginas com o tema regiões e fronteiras, com exercícios de exploração de pontos que pertencem e que não pertencem a determinadas regiões.

Considerando a coleção como um todo, pode-se dizer que sempre as atividades referentes à geometria foram precedidas por estudos topológicos, em alguns volumes mais trabalhados, em outros menos, mas houve a preocupação de anteceder aos estudos da geometria euclidiana, conforme a proposta de Dienes. No entanto, é preciso considerar que no volume 4 e 5, a geometria euclidiana já havia sido apresentada e trabalhada nos volumes anteriores, com conceitos como segmento de reta, reta, semi-reta, ângulo, paralelismo, perpendicularismo, classificação dos quadriláteros. Essas são marcas tímidas de uma introdução da geometria através de uma abordagem diferenciada, inovadora. Consideramos que a “novidade” é bem dosada na coleção, sem um enfoque muito significativo e que pode inclusive ser desconsiderada, caso os professores não se sintam à vontade para tratar com seus alunos de conceitos novos. Quais seriam as razões de uma apropriação “moderada” na coleção inovadora do ensino de matemática primário?

Uma interpretação possível de a coleção introduzir a topologia no estudo da geometria de forma tão suave pode ser devido aos antigos e conhecidos problemas do ensino de geometria nas séries iniciais da educação brasileira. Segmento fortemente marcado pela aritmética e que, apesar de ter a geometria em seu elenco de saber a compor a matemática, foi sempre relegada ao segundo plano, haja vista a sua ausência nos exames de admissão<sup>8</sup>.

Para estabelecer um parâmetro com o ensino de geometria de tempos anteriores ao MMM, realizamos uma pesquisa nas provas que constam dos CDs Os exames de Admissão ao Ginásio, coordenado pelo prof. Wagner Valente – GHEMAT. O resultado inicial revela que durante os anos de 1931 até 1969, a geometria não faz parte dos saberes exigidos nos exames. Nas diversas provas que analisamos, praticamente não encontramos questões específicas de geometria. Somente nas provas de

---

<sup>8</sup> Os exames de Admissão são regulamentados pelo Decreto 19.890 de 18 de abril de 1831. O exame dá direito à 1ª série do ensino secundário e contém prova escrita de Português e de Aritmética e provas orais de Geografia, História do Brasil e Ciências Naturais. Uma análise completa dos Exames de Admissão poder lido em MACHADO (2002).

1931, primeiro ano de realização do Exame há uma questão de geometria, referente à construção de figuras geométricas a mão livre, nas demais encontramos sempre uma ou mais questões de medidas, envolvendo medidas lineares, áreas, volumes, conversão de unidades, etc. A partir do ano seguinte, a geometria desaparece. Fica aqui uma questão em aberto para futuras pesquisas: qual seria a razão da questão de geometria estar presente somente no ano de 1931?

Outro dado que reforça a nossa interpretação é a obra *Noções de Geometria Prática* de Olavo Freire, livro didático de geometria para o primário, que tem sua 1ª edição em 1894, com o início da nova organização para o ensino primário, denominada Grupos Escolares. O livro é considerado referência em relação à geometria, pelo número elevado de edições e sendo empregado nas escolas até a metade do século XX. Nos cadernos doados ao Centro de Documentação do GHEMAT<sup>9</sup> consta um caderno de geometria da 2ª série, sem data, do aluno Ariovaldo Ferreira de Abreu. Trata-se de um caderno de desenho, em que se encontram construções geométricas com régua e compasso, como traçado de uma perpendicular pela metade de um segmento de reta, paralelas, divisão de um ângulo em duas partes iguais, triângulos, quadrados, hexágonos, entre outras. Ariovaldo fez a 2ª série primária no ano de 1959 no Ginásio Stafford da cidade de São Paulo. Junto à coleção de cadernos doada, um exemplar do livro de Olavo Freire de 1942, na sua 39ª Edição, muito provavelmente usado como referência para as construções do caderno. Leme da Silva (2010a) analisa e destaca características da obra de Freire:

a geometria proposta no livro de Freire, pode ser interpretada como uma geometria prática, na medida em que os conceitos estudados são relacionados com objetos da vida prática, porém a presença das construções geométricas de maneira contínua e crescente representa certa contradição ao enfoque prático. Se por um lado existe a praticidade na ação de construir objetos geométricos com régua e compasso, é preciso perguntar qual a finalidade de reproduzir esses passos, sem um entendimento dos procedimentos executados (p. 8)

A obra tida como “modelo” para o ensino de geometria, anterior ao MMM, carrega a denominação prática e se revela como uma geometria de construções geométricas com régua e compasso, semelhante àquelas presentes no caderno de Ariovaldo.

A história do ensino de geometria anterior ao MMM, no primário, também é muito pouco conhecida, as investigações são iniciais e parciais, como as considerações que aqui esboçamos. Mesmo assim, fica claro a predominância de uma geometria euclidiana com ênfase nas construções geométricas e sem um reconhecimento nos Exames de Admissão.

Desta forma, a coleção *Curso Moderno de Matemática para as Escolas Elementares*, certamente inova, não só nos novos conteúdos de topologia incorporados, mas também na apresentação de uma geometria euclidiana que se desvincula das construções geométricas. Vale ressaltar que a proposta da geometria euclidiana presente na coleção não se dá pelas construções com régua e compasso. Há muitas atividades de representação e desenho de figuras geométricas, de ângulos, paralelas, entre outras; entretanto, as autoras trazem no *Guia do Mestre*<sup>10</sup> para o volume 5, 4ª série, a seguinte observação: “é conveniente que o professor faça com que os alunos trabalhem com esquadros para o traçado de retas perpendiculares, paralelas, quadriláteros e triângulos” (LIBERMAN e BECHARA, 1973, p. 24).

<sup>9</sup> O Centro de Documentação contém o acervo do GHEMAT e está disponível para os pesquisadores. Maiores informações no site <http://www.unifesp.br/centros/ghemat>

<sup>10</sup> Somente tivemos acesso ao Guia do Mestre referente ao volume 5.

Ainda na geometria euclidiana, as autoras sugerem que a verificação da congruência de ângulos e figuras seja feita por superposição de figuras. Os alunos devem copiar as figuras em papel de seda e por meio da superposição verificar se coincidem ou não (LIBERMAN e BECHARA, 1973, p. 26).

### Considerações Finais

A análise da Coleção Curso Moderno de Matemática para as Escolas Elementares revela que a proposta de geometria apresenta-se revestida de um aparato moderno e inovador. Novos conceitos, oriundos da topologia, são incorporados, mesmo que moderadamente. Fora isso, a geometria euclidiana também ganha novas características e um enfoque diferenciado.

Entretanto, a articulação entre os conceitos topológicos e a geometria euclidiana praticamente inexistente. Os novos conceitos introduzidos, como curvas fechadas simples e não simples, antecedem ao estudo da geometria tradicional, porém são pouco explorados no desenvolvimento da geometria euclidiana. Pode-se dizer que os conceitos topológicos e da geometria euclidiana apresentam-se justapostos, em outras palavras, o estudo da topologia não compromete o estudo da geometria euclidiana desenvolvida na coleção.

Outro ponto que necessita ser investigado é a proposta de Dienes para o ensino de geometria nas séries iniciais. Como já dito, suas obras foram tidas como referência nas propostas modernizadoras do MMM no Brasil, especialmente no que diz respeito à aritmética. A coleção Curso Moderno de Matemática para as Escolas Elementares, em particular, carrega uma presença marcante das propostas de Dienes, na seqüência dos tópicos, nas definições do conceito de número e suas operações (FUKUMORI, 2011). No que diz respeito à geometria, Dienes também produz muito material didático e propostas de ensino, de acordo com a sua concepção do desenvolvimento dos conceitos geométricos pelas crianças. Nesse sentido, um estudo que procure comparar e estabelecer a relação da proposta para o ensino de geometria de Dienes nessa coleção se faz necessário.

Tudo indica que a proposta modernizadora para o ensino de geometria nas séries iniciais, em particular, os conceitos topológicos, chega aos livros didáticos brasileiros em tempo do MMM, porém de forma reduzida e isolada da tradicional geometria euclidiana. É bem possível que os temas de topologia tenham sido muito desenvolvidos e trabalhados em estudos e grupos experimentais, muito freqüentes à época, sem, contudo, ganhar um tratamento significativo nos livros didáticos e nas salas de aulas das séries iniciais.

As pesquisas da história do ensino de geometria e o MMM que enfocam o antigo ginásio<sup>11</sup> revelam que o MMM no Brasil, não pode estar atrelado à presença das transformações geométricas ao rol de conteúdos de uma proposta curricular. O conceito transformações geométricas é tratado em experiências isoladas, mas não penetra nas aulas de matemática, a menos em contextos muito particulares, como é o caso da Bahia (Leme da Silva, 2010b, p. 85). Quem sabe possa haver um paralelo entre a inserção de transformações geométricas nas propostas de ensino de geometria no ginásio com a introdução de elementos da topologia nas propostas para o ensino primário.

### Bibliografia

---

<sup>11</sup> Ginásio é a denominação utilizada durante a década de 1960 para o que hoje chamamos de 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Com a Lei nº5692 em 1971, passou a ser denominado 5ª a 8 séries do 1º grau.

LEME DA SILVA, M. C. (2008). A Geometria escolar moderna de Osvaldo Sangiorgi. IN: VALENTE, W. R. (org.) Osvaldo Sangiorgi: um professor moderno. São Paulo: Annablume; Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, pp. 69-94.

\_\_\_\_\_ (2010a) A prática da geometria prática no ensino primário: subsídios para uma história disciplinar. Anais da 33ª Reunião Anual da ANPEd. Caxambu/MG.

\_\_\_\_\_ (2010b). A geometria escolar e o Movimento da Matemática Moderna: em busca de uma nova representação. IN: FLORES, C.; ARRUDA, J. P. (orgs.) A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: contribuição para a história da educação matemática. São Paulo: Annablume, pp. 65-88.

LIBERMAN, M. P.; FRANCHI, A.; BECHARA, L. (1968) Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar. São Paulo: Cia. Editora Nacional.

LIBERMAN, M. P.; BECHARA, L. (1973) Curso Moderno de Matemática para a Escola Elementar. Guia do Mestre, 5º volume. São Paulo: Cia. Editora Nacional.

MACHADO, R. C. G. (2002). Uma análise dos Exames de Admissão ao Secundário (1930-1970): subsídios para a História da Educação Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). São Paulo: PUC-SP.

OLIVEIRA, A. S.; ROCCO, C. M. K. et all. (2010) Novos conteúdos e novas metodologias no Movimento da Matemática Moderna: uma análise de pesquisas que investigam a temática. Anais do IX Seminário Temático Movimento da Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: estudos históricos comparativos. Juiz de Fora: Editora UFJF.

PIAGET, J.; INHELDER, B. (1993). A representação do espaço na criança. Porto Alegre: Artes Médicas.

FUKUMORI, M. Y. (2010) O que é número? Um estudo da Coleção Curso Moderno de Matemática para as escolas elementares face aos estudos de Zoltán Dienes. Mimeo.

VALENTE, W. R. (2009). O Movimento da Matemática Moderna – MMM e a redefinição do elementar para o ensino de Geometria. Comunicação apresentada no VIII Seminário Temático “A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal”. Lisboa.

VALENTE, W. R. (Coord) Os Exames de Admissão ao Ginásio, 1931-1969. 3 CDs.

VILLELA, L. M. A. (2009). “GRUEMA”: Uma contribuição para a história da educação matemática no Brasil. Dissertação (Tese de Doutorado). São Paulo: Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirantes de São Paulo.