



Cuando la Matemática se deja fotografiar Un viaje del lenguaje visual al lenguaje matemático

Miguel Ángel **Martínez**

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Lomas de Zamora
Argentina

lavalle1003@gmail.com

Silvia Verónica **Fachal**

Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Lomas de Zamora
Argentina

silvia.fachal@yahoo.com.ar

Resumen

El conocimiento matemático nos brinda la posibilidad de interpretar muchos objetos del mundo que nos rodea y las relaciones que los sostienen. Los objetos están, sólo falta descubrirlos. Tal vez, nuestros alumnos no estén suficientemente incentivados a hacerlo o carezcan del lenguaje adecuado para hacerse entender.

Es por ello, que nuestro proyecto de investigación pretende analizar el lenguaje matemático que utilizan los alumnos de la escuela secundaria frente a la interpretación de ciertas producciones fotográficas. En ese contexto nos parece importante realizar una exploración del plano discursivo y la posibilidad de descubrir en él los conocimientos matemáticos de nuestros estudiantes.

Palabras clave: educación, matemática, lenguaje, análisis, interpretación, trabajo colaborativo.

Objeto de investigación:

El lenguaje matemático y las representaciones que los estudiantes de la escuela secundaria construyen sobre él.

Objetivos de la investigación:

- 1) Analizar el uso del lenguaje matemático que realizan los estudiantes de la escuela secundaria.

- 2) Analizar la construcción de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes que se ponen de manifiesto a través de la formulación de argumentos.
- 3) Caracterizar, a través de la comunicación escrita, oral y mediante el uso de recursos tecnológicos, las representaciones de los conceptos matemáticos.
- 4) Identificar las ventajas que trae aparejado el trabajo colaborativo en la construcción del lenguaje matemático.

Introducción

A nadie escapa que hoy en día el uso del lenguaje matemático, tanto por parte de los estudiantes como de otros actores involucrados en el tema, transita un momento de crisis. Con justificadas razones podría ser que muchas veces los docentes, en el afán de querer enseñar más contenidos, dejemos descuidados algunos aspectos del conocimiento matemático, que tienen una gran importancia, en beneficio de otras necesidades más imperiosas. A menudo, y con la intención de satisfacer ciertas demandas sociales y culturales, se le asigna mayor importancia a la masividad de contenidos a desarrollar que a la “calidad” con que esos contenidos son abordados.

Consideramos que dos de los aspectos que están siendo descuidados en la enseñanza de la Matemática son la apropiación y el uso del lenguaje matemático. Para este trabajo nos pareció interesante realizar un estudio profundo y detallado sobre ellos. Según Pozo (2000): “Frente a la idea común y extendida de que basta con saber algo como ser cómo está compuesta la materia, cuáles son los rasgos de las sociedades neolíticas o las propiedades de una función lineal, para poder decirlo, para expresarlo cuando se requiere, y por tanto que basta con enseñarle al alumnado los contenidos para que sea capaz de decirlos, podemos pensar que la forma como se expresan esos conocimientos, el lenguaje que se usa para comunicarlos y representarlos, es también una parte fundamental de ese conocimiento. Para saber decir lo que sabemos, no basta con saberlo, hay también que saber usar estratégicamente el lenguaje para comunicar y representar mejor lo que sabemos.” (pp.10-14)

Nosotros comenzamos a introducirnos en el análisis de esta problemática y hemos arribado a algunas conclusiones que, al día de hoy, tienen el carácter de provisorias. Pero, desde ya, nuestra intención es seguir profundizando la investigación sobre ellas.

El lenguaje en el trabajo colaborativo

Muchas veces la dinámica del trabajo colaborativo se confunde con la del trabajo de grupo. Pero, no necesariamente el trabajo en grupo cumple con las características del trabajo colaborativo. Cuando éste se da realmente, todos los integrantes del equipo deben cumplir con las funciones que tienen asignadas, compartir los objetivos previstos y comprometerse de manera tal que el intercambio de roles no afectaría la producción del trabajo. Claro que para ello, también se da la necesidad de establecer un código de lenguaje acorde con la tarea, y allí es donde el lenguaje matemático cumple un papel fundamental pues permite expresar las ideas desde un marco conceptual ideal para poder ser comprendido, discutido y escuchado. Como asegura Martínez Sánchez (1999) en el trabajo colaborativo “El grupo (...) es homogéneo, ya que los estudiantes que lo forman tienen conocimientos similares sobre el tema a trabajar; el liderazgo es compartido por todos los integrantes así como también la responsabilidad del trabajo. Se comparten las informaciones y conocimientos promoviendo de esta manera el pensamiento crítico, la interacción y la comunicación. Se estimula el uso del lenguaje, ya sea el científico (el matemático), el simbólico o bien “el corriente”, al requerir que sean más explícitos

en sus puntos de vista o en sus diferentes enfoques del tema a tratar”. En definitiva “El trabajo colaborativo exige, de todos los estudiantes que conforman el grupo, habilidades comunicativas y también relaciones simétricas y recíprocas” (p. 107).

Esta forma de trabajo tiende a construir redes solidarias y constituir formas de trabajo colaborativo. Los estudiantes sienten que están embarcados en la misma tarea, comparten objetivos comunes y deben contribuir a que todos se sientan involucrados en el proyecto. Como aseguran Johnson y Johnson (1999): “(...) Por ello, festejan los éxitos de los demás y sienten que los benefician personalmente. Las ideas, la información, las conclusiones y los recursos importantes tienden a ponerse a disposición de todos, para su intercambio y utilización en formas que favorezcan la comprensión colectiva e individual y aumenten la energía para realizar la actividad. La discusión oral de la información tiene al menos dos dimensiones: explicación oral y audición. Ambas son beneficiosas tanto para el dador como para el receptor. El dador se beneficia por la organización y el procesamiento cognitivos, por un razonamiento de nivel superior, por una mayor comprensión y un compromiso superior con el logro de los objetivos grupales como consecuencia de su explicación oral, por elaborar y resumir la información y por enseñar lo que sabe a los demás. El receptor se beneficia, fundamentalmente, por la posibilidad de utilizar los recursos de otros en sus propios esfuerzos para alcanzar logros.

El intercambio de información y el estímulo de los procesos cognitivos no pueden tener lugar, por su parte, en las situaciones competitivas o en las individualistas. En las situaciones competitivas, la comunicación y el intercambio de información tienden a no existir o a ser confusos, y la competencia desvía las percepciones y la comprensión de los puntos de vista de los demás. Las situaciones individualistas suelen estructurarse deliberadamente para asegurar que las personas no se comuniquen ni intercambien información” (p.269). A ello apuntó nuestra propuesta de trabajo.

Descripción del proyecto

Escenario. Nuestra propuesta, para poder abordar esta problemática, consistió en plantearles a los estudiantes una situación que excediera la cotidianeidad de la clase y en la que debieran asumir el compromiso de realizar interpretaciones, en el marco de los conceptos matemáticos y poner en palabras y símbolos las conclusiones a las que arribaran. En las palabras de D’Amore y Díaz Godino (2007): “Los objetos matemáticos son símbolos de unidades culturales que emergen de los sistemas de usos que caracterizan a la pragmática humana (o, al menos, a grupos homogéneos de individuos), y se modifican continuamente en el tiempo, según las necesidades. De hecho, los objetos matemáticos y su significado dependen no sólo de los problemas que se afrontan en la matemática, sino también de los procesos de su resolución; en suma dependen de la práctica humana.” (p.196).

Población. Dos grupos de cuatro estudiantes cada uno de escuelas secundarias del Conurbano Bonaerense, con edades comprendidas entre 15 y 18 años

Trabajo de campo. En este trabajo asumimos que el conocimiento y el lenguaje matemático nos brindan la posibilidad de poder interpretar muchos objetos del mundo que nos rodea y de las relaciones que los sostienen y los hacen posibles. Para ello presentamos ciertas producciones fotográficas, que fueron elegidas previamente por un equipo de especialistas, para que los estudiantes seleccionaran sólo una de ellas para su posterior análisis. Luego, debían “descubrir y describir los objetos matemáticos” que se percibieran, y a partir de los descubrimientos, se les solicitó que contextualizaran la aparición de ese concepto, elemento u

objeto matemático en el marco histórico de la evolución del pensamiento científico y finalmente, que elaboren una narración en donde pudieran argumentar, fundadamente, las conclusiones a las que arribaran.

Ante el temor de que quedaran demasiado desorientados respecto a la forma de abordar este desafío se les sugirió que, en dicha construcción teórica, se podrían incluir:

- una descripción de la manera en que la matemática ha constituido a esos descubrimientos en objeto de estudio,
- la perspectiva en que se les dio entidad científica, social y cultural,
- los beneficios que ha deparado su uso a la humanidad y a las otras ciencias,
- las discusiones que ha generado en el campo de la ciencia,
- los aportes que ha brindado a la interpretación de la belleza y/o armonía y que aún puede seguir brindando,
- la interpretación de la esencia de su existencia,
- el tipo de discusiones que ha generado entre distintos matemáticos a lo largo de la historia y que es casi seguro va a seguir generando,
- los aportes que ha realizado a la historia de la matemática, a la historia de la ciencia y a la historia de la humanidad, en general,
- la valoración social y cultural que de ellos se realiza.

Equipo de evaluación. La Secretaría Académica de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Lomas de Zamora designó a tres profesores de la casa especialistas en evaluación. El título de grado de estos profesores es Licenciado en Enseñanza de la Matemática, tienen más de treinta años de antigüedad en la docencia universitaria y secundaria. Son especialistas en Enseñanza de la Matemática y en Formación Docente. Tienen una importante trayectoria en capacitación, evaluación y Sistemas de Tutorías. Son asiduos participantes a cursos de capacitación y actualización, e integran equipos de proyectos en el ámbito de la Secretaría Académica.

De la evaluación de las producciones

En el proceso de evaluación de los participantes de esta actividad, es “(...) importante evaluar la calidad y el nivel de sus procesos de razonamiento y sus habilidades y competencias (tales como, por ejemplo, sus habilidades de comunicación oral y escrita y sus habilidades en el uso de la tecnología). En el cambiante y complejo mundo de hoy, se necesita una visión amplia de la educación, en lugar de un estrecho foco en la memorización de hechos. Más que nunca, las escuelas necesitan preocuparse por enseñar a sus alumnos hábitos de trabajo adecuados (como completar las actividades a tiempo y esforzarse por hacer trabajos de calidad y mejorar continuamente) y actitudes positivas (como el amor por el aprendizaje, el deseo de leer buena literatura o el compromiso con la democracia)” (Johnson y Johnson, 1999, p.153).

Es por ello que la evaluación de las presentaciones que realizaron los estudiantes, que trabajaron de manera colaborativa, tuvieron dos instancias:

- una en la que el jurado de especialistas analizó la producción escrita realizada por los equipos que participaron de la experiencia.

- y la otra que consistió en la exposición del proceso de análisis que los equipos de estudiantes realizaron y la comunicación, ante compañeros, docentes y directivos, de las conclusiones a las que habían arribado.

En la evaluación de las producciones se tuvieron en cuenta, fundamentalmente, la originalidad en el abordaje del objeto a analizar, la presentación del análisis y las conclusiones a las que arribaron, la creatividad en la elaboración de la investigación y formulación de la narración, la adecuación y pertinencia del lenguaje matemático puesto de manifiesto en la totalidad de la producción, la fundamentación matemática de la propuesta de análisis, la claridad en la fundamentación de la propuesta y en la elaboración de la síntesis del trabajo.

El poder reunir en una síntesis la evaluación de los informes presentados por los estudiantes (de manera escrita, oral y usando recursos tecnológicos), permitió obtener insumos para intentar la formulación de juicios de valor sobre lo visto, leído y escuchado. Según Campos y Gaspar (2005) el modelo de análisis proposicional “contribuye a la comprensión y análisis de las construcciones conceptuales del estudiante en su discurso, que son un conjunto de representaciones cognitivas temporales renovadas por aprendizajes posteriores en la confrontación de representaciones con la realidad, reflejados en el discurso oral y escrito, porque los estudiantes producen discurso que representa componentes de la organización conceptual que posee” (p. 57).

Análisis de las producciones:

Trabajo sobre la Figura 1: “Matemáticas escondidas” (nombre asignado por el equipo de estudiantes)

1. Narración

Se trató de una propuesta que mostró gran originalidad en el abordaje del objeto a analizar. “Descubrieron” elementos matemáticos que, tal vez, pasaran desapercibidos a los ojos de los no entendidos en el tema. Los integrantes del grupo aseguraron que, en la fotografía, encontraron relaciones con la Energía potencial y la Energía cinética. Además, utilizaron relaciones trigonométricas y de semejanza para describir, comparar y calcular medidas de figuras y cuerpos que se percibían a través de la imagen. Hasta en algún momento dejaron “volar la imaginación” y encontraron similitudes entre lo que “veían” y ciertos objetos que los rodean en su vida cotidiana, tales como las sombrillas y los techos de las casas.

El trabajo se desarrolló de manera organizada, aunque en cierto momento se desvió parcialmente de la lógica que venían utilizando y se desdibujaron las conclusiones a las que deberían haber llegado.

Su propuesta tuvo una dosis importante de creatividad, que hubiera sido muy interesante que profundizaran un poco más.

En algunos momentos el lenguaje científico se vio opacado por el uso de un lenguaje de “entrecasa” (por supuesto con la intención de que fuera entendido por todo el público), mientras que en otras ocasiones no existió rigurosidad en la enunciación de definiciones y propiedades. En algunas oportunidades usaron comparaciones con objetos más conocidos, tales como maderas cruzadas, parecido a una escalera, etc. A pesar de ello, lograron hacerse entender y justificar sus apreciaciones.

Hicieron una interesante fundamentación de la propuesta. Con respecto a ello, únicamente se podría cuestionar el que no hayan citado las fuentes bibliográficas y de información que les sirvieron como marco de referencia. Fueron bastante claros en la exposición de sus ideas, aunque en alguna parte del texto hubo ciertos “saltos” en los párrafos que no nos permitieron seguir de manera adecuada sus argumentos. También se observaron ciertos problemas de redacción que, en algunos casos, malograron la razonabilidad de sus afirmaciones. Ciertos contenidos (sistemas de ecuaciones e inecuaciones, vectores en el plano y funciones racionales) fueron enunciados al comienzo del trabajo como contenidos a abordar pero luego no se explicitaron ni mencionaron.



Figura 1. Parque acuático, Fortaleza, Estado de Ceará, Brasil.

A partir de todo ello, consideramos que fue un muy trabajo de investigación, en el que se notó que han puesto en juego muchos de los conocimientos adquiridos y que, además, han podido realizar interpretaciones del espacio que nos rodea con coherencia y solidez. También pusieron de manifiesto importantes conceptos de Física y apelaron a la imaginación para introducir elementos del campo numérico, cuestiones que no siempre se trabajan de manera adecuada en la escuela, o al menos su utilización pasa desapercibida.

Está de más decir que los resultados obtenidos superaron las expectativas por la profundización en la investigación, la búsqueda de información y la utilización del lenguaje adecuado.

2. Exposición oral

En la instancia de la exposición, el grupo se mostró armónico y cooperativo; no manifestaron un accionar competitivo, sino más bien una actitud sumamente solidaria, ya que en más de una oportunidad, bastó una simple mirada entre ellos como elemento de contención.

También, ante el auditorio, pusieron en juego un lenguaje matemático adecuado que produjo una comunicación fluida y eficiente.

Se podría asegurar que hubieron indicios claros y concretos que permitirían afirmar que se produjo una correcta construcción de los conceptos matemáticos que se exteriorizaron a través de la verbalización. La solidez de dichas construcciones quedaron plasmadas en el momento en el que el equipo respondió sólidamente las preguntas formuladas por el auditorio. A la vez, se dio una profundización de las respuestas frente al requerimiento de ampliación de esas respuestas.

Trabajo sobre la figura 2: “Bosque matemático de Gaudí ¿Espejismo a la vista?” (nombre asignado por el equipo de estudiantes)

1. Narración

Se partió de un título muy original y pleno de imaginación. Hicieron un abordaje muy curioso y creativo del objeto sometido al análisis. Descubrieron, en la fotografía, elementos matemáticos que tal vez pasaran desapercibidos para aquellos que no son entendidos en el tema o que no hagan el esfuerzo de ver “más allá” de lo bello o estético del objeto. En todo momento usaron un lenguaje técnico muy adecuado, hablaron de parábolas, ejes de simetría, redefinición de los ejes coordenados, representación de lúnulas y cálculo de valores con estimación de errores probables.

Realizaron una exposición impecable de sus argumentos y fundamentaciones. Se notó que realizaron un profundo trabajo de investigación, rescatando, para esta presentación, lo que les resultó útil para justificar sus apreciaciones de aquello que resultaba superfluo.

Se trató de un trabajo muy creativo en el que recurrieron a analogías y ampliaron el campo meramente anecdótico. Percibieron el espíritu del autor de la obra afirmando que Gaudí se imaginó un bosque lleno de árboles que alegraban el paisaje. Sorprendió gratamente el nivel de solidez de los conceptos matemáticos que pusieron en juego y las derivaciones que realizaron de los mismos. Evidentemente asumieron el compromiso de no dejar ningún detalle librado al azar, sino que trataron de dar sustento a cada una de las afirmaciones que realizaron. Trabajaron con semejanza de figuras al realizar un croquis de los cortes longitudinales de la nave central para, en ella, encontrar las razones de la simpleza y al mismo tiempo belleza de toda la obra en su conjunto.

Utilizaron un lenguaje técnico y matemático muy correcto y pertinente. Introdujeron algunos términos de poco uso corriente. Esta afirmación refuerza la idea de que, para realizar esta tarea, el grupo se tomó “muy en serio” la obligación de investigar profundamente sobre todas las cuestiones que hacen a los conceptos matemáticos puestos en juego.

Hubo algunos problemas de redacción que, en algún momento, perturbaron la lectura del material producido; pero ello no le quitó ni la solidez ni la jerarquía al trabajo que realizaron. Sí, se les debió marcar la falta de citas bibliográficas o fuentes en las que se inspiraron para realizar parte de sus argumentos, aunque, sin embargo, realizaron interesantes construcciones en lápiz y papel para poder justificar ciertas conclusiones a las que habían arribado, lo que ennoblece la tarea llevada a cabo. A nadie escapa lo difícil que resulta el poder trasladar al lápiz y papel una obra de semejante envergadura.



Figura 2. Interior de la Iglesia Sagrada Familia, Barcelona, España.

En este trabajo, también los resultados obtenidos superaron las expectativas por la excelente labor de búsqueda de información y la comparación entre los modelos teórico y concreto. Además se percibió que para tomar decisiones se promovieron acuerdos grupales equitativos. Es de destacar la capacidad interpretativa que tuvo el equipo para interpretar el pensamiento de Gaudí al proyectar el diseño de la Sagrada Familia; pareciera que el grupo logró ponerse en la piel del autor para poder captar así la esencia de la idea que lo desvelaba.

2. Exposición oral

En esta instancia, el grupo mostró una profunda cohesión, destacándose por su sincronización y organización. Además, cabe destacar que el material utilizado para mostrar su producción tuvo características similares al del trabajo científico: lenguaje preciso, simbología correcta, objetivos claros y resultados comprobables.

Contaron que para poder estar seguros de la pertinencia, originalidad y significatividad de la producción que iban a exhibir, ensayaron la presentación ante los distintos cursos de la escuela para poder decidir las modificaciones y/o recortes que parecieran pertinentes. Se hicieron escuchar, pero también escucharon y evaluaron los comentarios de sus compañeros.

Utilizaron un lenguaje matemático fluido, demostrando una gran capacidad de síntesis e interpretación. Respondieron de manera sólida las preguntas formuladas por el auditorio evidenciando una relación armónica entre los integrantes del grupo, poniendo en evidencia, una

vez más, que el trabajo colaborativo es una herramienta eficaz que contribuye al mejoramiento del lenguaje académico del grupo.

A modo de conclusión

De alguna manera los resultados obtenidos apuntarían a pensar que las actividades basadas en habilidades sociales (vistas desde una óptica de trabajo colaborativo) contribuyen al mejoramiento del uso del lenguaje, tanto verbal como simbólico, cuyos indicadores se manifiestan a través de las relaciones que los propios integrantes del grupo establecen y por los códigos de lenguaje que utilizan.

Se pudo percibir que en un primer momento los grupos de estudiantes desarrollaron un “discurso reflexivo” en el que hicieron intervenir a los objetos matemáticos, formularon hipótesis y situaciones de conflicto entre dichos objetos, revisaron críticamente los conceptos puestos en juego, se corrigieron, y es más, se autocorrigieron e interactuaron como grupo. Estas acciones ponen de manifiesto una sólida construcción de los conceptos matemáticos ya que los pueden revisar, analizar y reconstruir a través de las características propias de los mismos.

Hubo una muy clara exposición de las ideas principales con fundamentación y argumentos basados en un lenguaje técnico, sólido y concreto. Se notó que no dejaron detalles librados al azar, sino que realizaron un trabajo en profundidad sobre la problemática abordada. Además, utilizaron algunos términos de uso no corriente, pero que tienen su interpretación en el campo de la Matemática, enriqueciendo su vocabulario académico. Para fundamentar sus argumentaciones usaron recursos tecnológicos lo que implicó establecer una relación entre el lenguaje matemático simbólico y el lenguaje visual, tarea que requiere de una sólida construcción de los conceptos puestos en juego.

Es de hacer notar que nuestros jóvenes estudiantes nos siguen sorprendiendo con su capacidad de realizar distintas interpretaciones en diferentes lenguajes poniendo en juego conceptos matemáticos trabajados previamente en la escuela.

Referencias y bibliografía

- Campos, M. A., & Gaspar, S. (2005). *Construcción del conocimiento en el proceso educativo*. México. Plaza y Valdés,
- D'Amore, B., & Díaz Godino, J. (2007). El Enfoque Ontosemiótico como un desarrollo de la Teoría Antropológica en Didáctica de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10. México.
- Johnson, D., & Johnson, R. (1999). *Aprender juntos y solos*. Buenos Aires: Grupo Aique Editores S. A.
- Martínez Sánchez, F. (1999). Seminario Internacional. *La formación del Profesorado ante las nuevas Tecnologías de la Comunicación*. Universidad de Murcia.
- Pozo, J. I. (2000). Cuando del dicho al hecho hay un corto trecho. *Aula de Innovación*, IX (96). Barcelona: Editorial Graó.